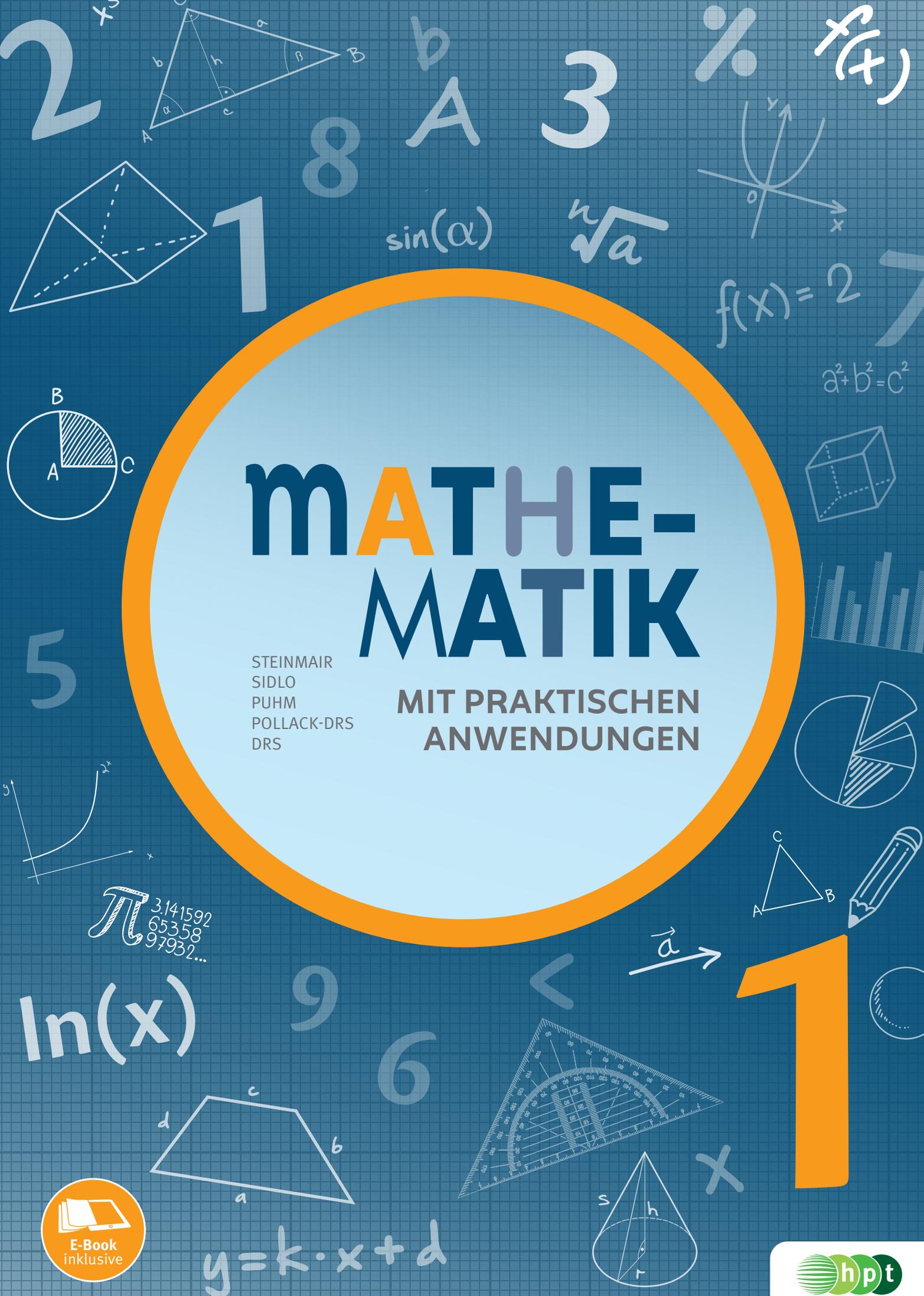


MATHE- MATIK

STEINMAIR
SIDLO
PUHM
POLLACK-DRS
DRS

MIT PRAKTISCHEN
ANWENDUNGEN



Cornelia Steinmair – Eva-Maria Sidlo – Ursula Puhm – Susanne Pollack-Drs – Wolfgang Drs
Unter der Mitarbeit von Christina Camilo

Mathematik mit praktischen Anwendungen, Band 1 + E-Book

Mit Bescheid des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Forschung vom 22. Juli 2024, GZ 2023-0.749.818 gemäß den derzeit geltenden Lehrplänen als für den Unterrichtsgebrauch für die 1. Klasse an technischen, gewerblichen und kunstgewerblichen Fachschulen im Unterrichtsgegenstand Angewandte Mathematik geeignet erklärt.

Änderungen aufgrund von Veränderungen der Rechtsordnung und des Normenwesens, in der Statistik und im Bereich von Wirtschaftsdaten sowie Software-Aktualisierungen liegen in der Verantwortung des Verlags und werden nicht neuerlich approbiert.

Dieses Schulbuch wurde auf Grundlage des aktuellen Lehrplans erstellt; die Auswahl und Gewichtung der Inhalte erfolgen durch die Lehrerinnen und Lehrer.

SBNR Buch inkl. E-Book: 220215
SBNR Buch inkl. E-BOOK+: 220216

SBNR E-Book Solo: 220217
SBNR E-BOOK+ Solo: 220218



Wir weisen darauf hin, dass das Kopieren zum Schulgebrauch aus diesem Buch verboten ist – § 42 Absatz 6 Urheberrechtsgesetz: „Die Befugnis zur Vervielfältigung zum eigenen Schulgebrauch gilt nicht für Werke, die ihrer Beschaffenheit und Bezeichnung nach zum Schul- oder Unterrichtsgebrauch bestimmt sind.“

Haftungshinweis

Trotz sorgfältiger inhaltlicher Kontrolle können wir für die Inhalte externer Links keine Haftung übernehmen. Für den Inhalt der verlinkten Seiten sind ausschließlich deren Betreiber verantwortlich.

Autorinnen und Verlag bitten, alle Anregungen und Vorschläge, die dieses Schulbuch betreffen, an folgende Adresse zu senden:

service@hpt.at; Verlag Hölder-Pichler-Tempsky GmbH, Frankgasse 4, 1090 Wien

Schulbuchvergütung/Bildrechte @Bildrecht GmbH

1. Auflage 2025 (1,00)

© Verlag Hölder-Pichler-Tempsky GmbH, Wien 2025

Alle Rechte vorbehalten. Jede Art der Vervielfältigung – auch auszugsweise – gesetzlich verboten.

Satz: Peter Barosch KG, Wien

Technische Zeichnungen: janbelik.com

Druck und Bindung: Brüder Glöckler GmbH, Wöllersdorf

ISBN: 978-3-230-05615-3

Mathematik mit praktischen Anwendungen, Band 1

Wie arbeite ich mit diesem Buch?

In der Kopfzeile erkennst du, in welchem Kapitel du dich befindest.



Viele Kapitel beginnen mit einer **Einstiegsaufgabe**, die im Unterricht gemeinsam bearbeitet werden kann.

Dieser kleine Roboter begleitet dich durch das ganze Buch.



Ich gebe dir Tipps und Hinweise.



Ich rufe Formeln in Erinnerung.



Ich stelle Aufgaben zum Nachdenken.



Ich weise dich auf eine Präsentation hin.

Jedes Kapitel und Unterkapitel setzt sich aus **Theorieteilen** zusammen, auf die ein Block mit den dazu **passenden Aufgaben** folgt.

Es gilt: $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

Wichtige Sätze, Definitionen und Formeln sind in grünen Kästchen festgehalten.

ZB Mit diesem Symbol gekennzeichnete und in grüner Schrift gedruckte Beispielaufgaben beinhalten zusätzliche Erklärungen und Rechenhilfen.

Zur besseren Übersicht sind die Aufgaben durch farbige Aufgabennummern gekennzeichnet.

1.163 Graue Aufgabennummern kennzeichnen Aufgaben, deren Lösungen im Lehrbuch vollständig angegeben sind und bei Bedarf mit Hinweisen und Erklärungen ergänzt werden. Diese Musteraufgaben sind auf gelbem Hintergrund gedruckt.

4.002 Orange Aufgabennummern kennzeichnen einfache Grundaufgaben.

5.019 Magentafarbene Aufgabennummern kennzeichnen Aufgaben mit mittlerem Schwierigkeitsgrad.

2.216 Grüne Aufgabennummern kennzeichnen anspruchsvollere bzw. zeitaufwändigere Aufgaben.

Die **Lösungen der Aufgaben** findest du im zusätzlich beiliegenden Lösungsheft.

Am Ende jedes Kapitels gibt es **weitere Aufgaben** aus dem gesamten Kapitel und eine **Zusammenfassung**.

Mit dem **Wissens-Check** (inklusive Lösungen) kannst du dein erlerntes Wissen über die Lehrinhalte eines Kapitels anhand verschiedener Aufgaben überprüfen.

1 Zahlenmengen und Rechenoperationen	5	2.3 Gleitkommadarstellung	48
1.1 Die natürlichen Zahlen	6	Darstellung in der Form	
Rechnen mit natürlichen Zahlen	6	„Ganze Zahl · Zehnerpotenz“	48
Addition natürlicher Zahlen	7	Normierte Gleitkommadarstellung ..	49
Subtraktion natürlicher Zahlen	7	Gleitkommadarstellung mit	
Multiplikation natürlicher Zahlen	9	beliebiger Mantisse	51
Division natürlicher Zahlen	9	Rechnen mit Zahlen in	
Vermischte Aufgaben	11	Gleitkommadarstellung	51
1.2 Teilbarkeit und Primzahlen	12	Vermischte Aufgaben	53
Teiler und Vielfache	12	2.4 Einheitenvorsilben, Umrechnen von	
Teilbarkeit	13	Maßeinheiten	54
Primzahlen	14	Zusammengesetzte Einheiten	59
Primfaktorzerlegung	15	2.5 Runden von Zahlen, Überschlags-	
kgV und ggT	15	rechnung	61
1.3 Die ganzen Zahlen	17	Überschlagsrechnung	62
Die negativen Zahlen	17	2.6 Wurzeln	63
Addition und Subtraktion ganzer		Potenzen mit rationalen Hoch-	
Zahlen	18	zahlen – Wurzeln	64
Multiplikation und Division ganzer		2.7 Weitere Aufgaben	65
Zahlen	20	Zusammenfassung	68
Verbindung der vier		Wissens-Check	69
Grundrechnungsarten	21	3 Proportionalität und	
Betrag einer Zahl	22	Prozentrechnung	71
1.4 Rationale Zahlen in Dezimalform	23	3.1 Verhältnisse	72
Addition und Subtraktion von		3.2 Direkte und indirekte	
Dezimalzahlen	23	Proportionalität	74
Multiplikation und Division von		Direkte Proportionalität	74
Dezimalzahlen	24	Indirekte Proportionalität	76
1.5 Rechnen mit Brüchen	26	Vermischte Aufgaben zur	
Erweitern und Kürzen von Brüchen ..	27	Proportionalität	78
Multiplikation von Brüchen	29	3.3 Prozentrechnung	79
Division von Brüchen	29	Prozentschreibweise und grafische	
Doppelbrüche	30	Darstellung	79
Addition und Subtraktion von		Berechnung des Anteils	81
Brüchen	31	Berechnung des Grundwerts	84
Verbindung der vier		Berechnung des Prozentsatzes	85
Grundrechnungsarten	32	Vermischte Aufgaben zur	
1.6 Weitere Aufgaben	34	Prozentrechnung	87
Zusammenfassung	36	Angabe von Anteilen in Promille,	
Wissens-Check	37	ppm und ppb	89
2 Potenzen und Wurzeln	39	3.4 Zinsrechnung	90
2.1 Rechnen mit Potenzen	40	3.5 Weitere Aufgaben	91
Potenzieren von negativen Zahlen ...	41	Zusammenfassung	92
Rechenregeln für Potenzen	42	Wissens-Check	93
Potenzen mit negativen		4 Terme und Variablen	95
ganzzahligen Exponenten	44	4.1 Grundbegriffe	96
2.2 Rechnen mit Zehnerpotenzen	45	4.2 Rechenregeln	99
Das dekadische System	47		

Inhaltsverzeichnis

Addition und Subtraktion von Termen	99	Zahlenrätsel und Altersrätsel	133
Multiplikation und Division von Termen	101	Teilungsaufgaben	134
Multiplikation von Summen und Differenzen	102	Bewegungsaufgaben	135
4.3 Rechnen mit Potenzen	103	Mischungsaufgaben	136
Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	103	5.4 Bruchgleichungen	137
Addieren und Subtrahieren von Potenzen	104	5.5 Formelumwandlungen	141
Multiplizieren von Potenzen	104	5.6 Weitere Aufgaben	146
Dividieren von Potenzen	105	Zusammenfassung	147
Potenzieren von Potenzen	105	Wissens-Check	148
Potenz eines Produkts bzw. eines Bruchs	106	6 Trigonometrie	149
4.4 Binomische Formeln und Faktorisieren	107	6.1 Winkel und Dreiecke	150
Weitere binomische Formeln	109	Winkel	150
Herausheben	109	Das Dreieck	151
4.5 Bruchterme	110	Flächeninhalt und Umfang von Dreiecken	153
Kürzen von Bruchtermen	110	6.2 Ähnliche Dreiecke und Strahlensätze	154
Erweitern von Bruchtermen	111	Ähnlichkeit	154
Multiplizieren und Dividieren von Bruchtermen	112	Strahlensätze	156
Addieren und Subtrahieren von Bruchtermen	114	6.3 Das rechtwinkelige Dreieck	158
Verbindung der Grundrechnungsarten	114	Zeichnen von rechtwinkligen Dreiecken	160
4.6 Weitere Aufgaben	115	Der Satz von Thales	160
Zusammenfassung	118	Der Satz von Pythagoras	161
Wissens-Check	119	Höhen- und Kathetensatz	163
5 Gleichungen	121	6.4 Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck	164
5.1 Grundbegriffe	122	Berechnung von Seiten bei gegebenem Winkel	167
5.2 Lineare Gleichungen in einer Variablen, Äquivalenzumformungen	124	Berechnung von Winkeln bei gegebenen Seiten	169
Äquivalenzumformungen	125	Anwendungsaufgaben	171
5.3 Textgleichungen	132	Vermessungsaufgaben	173
		Aufgaben mit Kräften	174
		6.5 Weitere Aufgaben	175
		Zusammenfassung	179
		Wissens-Check	180
		Stichwortverzeichnis	181



$$10 + 2$$

$$-7$$

$$4 \cdot 12$$

$$13 : 4$$

$$0,128$$

$$5 \overline{) 8}$$

Zahlenmengen und Rechenoperationen

In diesem Kapitel ...

- Rechnen mit natürlichen Zahlen
- Rechnen mit ganzen Zahlen
- Rechnen mit Dezimalzahlen
- Rechnen mit Brüchen



Schon vor 30 000 Jahren begannen Steinzeitmenschen mit dem Zählen von Tieren und haben dazu Kerben in Knochen geritzt. Die Ursprünge „echten“ mathematischen Denkens finden sich erstmals bei den frühen Hochkulturen vor ca. 6 000 Jahren. Heute wird die Mathematik für praktisch alle modernen Technologien benötigt.

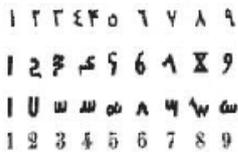
1.1 Die natürlichen Zahlen



Die Zahl 1 111 000 in ägyptischen Zahlzeichen

MDCXXIV

Die Jahreszahl 1624 in römischen Zahlzeichen



Einige Vorläufer unserer Ziffern

Die ersten Zahlen, die man als Kind kennenlernt, sind die **natürlichen Zahlen** 1, 2, 3,

Im Lauf der Geschichte gab es viele verschiedene Arten, Zahlen darzustellen. Die Ziffern, die heute praktisch weltweit üblich sind, wurden zunächst von indischen Mathematikern verwendet.

Im 13. Jahrhundert wurden die indischen Ziffern von den Arabern nach Europa gebracht und werden seitdem als „arabische Ziffern“ bezeichnet.

In der modernen Mathematik werden Zahlen mithilfe von **Zahlenmengen** beschrieben. Unter einer **Menge** versteht man dabei die Zusammenfassung von verschiedenen Objekten zu einem Ganzen. Mengen werden mithilfe von geschwungenen Klammern { }, den sogenannten Mengenklammern, geschrieben.

Die **Menge der natürlichen Zahlen** wird mit \mathbb{N} bezeichnet.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Man schreibt: $0, 1, 2, 3, \dots \in \mathbb{N}$ \in ... „ist Element von“

Mit \mathbb{N}^* wird die Menge der natürlichen Zahlen ohne Null bezeichnet.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{0\} \quad \setminus \dots \text{„ohne“}$$

Rechnen mit natürlichen Zahlen

Die folgenden Begriffe kennst du bereits aus der Unterstufe:

Strichrechnung	Addition	Summand + Summand = Summe
	Subtraktion	Minuend – Subtrahend = Differenz
Punktrechnung	Multiplikation	Faktor · Faktor = Produkt
	Division	Dividend : Divisor = Quotient

Beim Rechnen mit verschiedenen Rechnungsarten muss auf die Reihenfolge geachtet werden.

Vorrangregeln:

- Punktrechnung vor Strichrechnung
- Sind Klammern gesetzt, so werden die Rechnungen in den Klammern zuerst durchgeführt.

Klammer vor
Punkt vor Strich
... **KlaPuStri**



Addition natürlicher Zahlen

- Die Addition natürlicher Zahlen ergibt immer eine natürliche Zahl.

$$2 + 3 \in \mathbb{N}$$

- Kommutativgesetz:**

Man darf die Reihenfolge der Summanden vertauschen.

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 2 = 5$$

- Assoziativgesetz:**

Man darf Zwischensummen beliebig bilden.

$$(2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$$

$$2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$$

Subtraktion natürlicher Zahlen

- Die Subtraktion natürlicher Zahlen ergibt NICHT immer eine natürliche Zahl.

$$3 - 5 \notin \mathbb{N}$$

- Minuend und Subtrahend dürfen NICHT vertauscht werden.

$$5 - 3 \neq 3 - 5$$

- Die Reihenfolge der Subtrahenden darf vertauscht werden.

$$9 - 2 - 3 = 7 - 3 = 4$$

$$9 - 3 - 2 = 6 - 2 = 4$$

- Man darf Subtrahenden addieren und gemeinsam abziehen. Dabei muss man Klammern setzen.

$$9 - 3 - 2 = 6 - 2 = 4$$

$$9 - (3 + 2) = 9 - 5 = 4$$

Aufgaben 1.001 – 1.002: Rechne im Kopf.

1.001 a) $38 + 41 =$ _____ b) $43 + 25 =$ _____ c) $54 + 42 =$ _____

1.002 a) $23 + 49 =$ _____ b) $55 + 37 =$ _____ c) $187 + 94 =$ _____

1.003 Rechne möglichst vorteilhaft.

ZB: $7 + 29 + 3 = 17 + 3 + 29 = 20 + 29 = 49$

a) $25 + 47 + 13 =$ _____ b) $9 + 18 + 81 =$ _____ c) $96 + 15 + 45 =$ _____

1.004 Setze die richtige Zahl ein.

a) $34 +$ _____ $= 75 \Leftrightarrow 75 -$ _____ $= 34$ c) _____ $+ 30 = 71 \Leftrightarrow 71 -$ _____ $= 30$

b) $21 + 26 =$ _____ \Leftrightarrow _____ $- 26 = 21$ d) $52 +$ _____ $= 94 \Leftrightarrow 94 -$ _____ $= 52$

Aufgaben 1.005 – 1.006: Berechne das Ergebnis.

1.005 a) $78 - 44 =$ _____ b) $63 - 12 =$ _____ c) $69 - 52 =$ _____

1.006 a) $281 - 123 =$ _____ b) $472 - 259 =$ _____ c) $903 - 130 =$ _____

Aufgaben 1.007 – 1.008: Setze die richtige Zahl ein.

1.007 a) _____ - 55 = 107 b) _____ - 22 = 58 c) _____ - 82 = 157

1.008 a) 69 + _____ = 189 b) 31 + _____ = 151 c) 80 + _____ = 301

1.009 Rechne schrittweise von links nach rechts.

a) $240 - 122 + 30 =$ _____ c) $135 + 66 - 51 =$ _____

b) $92 - 44 + 21 =$ _____ d) $224 + 93 - 81 =$ _____

Oft ist es einfacher, Zahlen vor dem Subtrahieren mittels Klammern zusammenzufassen.

ZB $70 - 42 - 8 = ?$

Diese Rechnung kann man auf zwei Arten durchführen.

Man kann schrittweise von links nach rechts rechnen:

$$70 - 42 - 8 = 28 - 8 = 20$$

Man kann die Subtrahenden addieren und anschließend gemeinsam abziehen:

$$70 - 42 - 8 = 70 - (42 + 8) = 70 - 50 = 20$$

Aufgaben 1.010 – 1.011: Rechne auf zwei Arten.

1.010 a) $440 - 103 - 7$ b) $75 - 32 - 18$ c) $53 - 25 - 15$

1.011 a) $98 - 18 - 32$ b) $72 - 44 - 22$ c) $168 - 36 - 54$

1.012 Rechne in der Zeile.

a) $33 - 10 - 11 - 2$ b) $125 - 40 - 55 - 17$ c) $980 - 550 - 290 - 99$

Aufgaben 1.013 – 1.014: Berechne das Ergebnis.

1.013	a) $\begin{array}{r} 347 \\ 591 \\ \hline 927 \\ \hline \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 906 \\ 1243 \\ \hline 765 \\ \hline \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 1428 \\ 871 \\ \hline 8964 \\ \hline \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 3087 \\ 5852 \\ \hline 6041 \\ \hline \end{array}$
-------	--	---	--	---

1.014	a) $\begin{array}{r} 692 \\ -279 \\ \hline \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 762 \\ -198 \\ \hline \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 2307 \\ -1672 \\ \hline \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 25607 \\ -18026 \\ \hline \end{array}$
-------	---	---	---	---

Um ein Ergebnis zu kontrollieren, kannst du **einmal von oben nach unten** und **einmal von unten nach oben** addieren.



1.015 Ergänze die in den Kästchen fehlenden Zahlen.

$\begin{array}{r} 500 \\ -364 \\ \hline \end{array}$	\rightarrow	$\begin{array}{r} \square \\ +198 \\ \hline \end{array}$	\rightarrow	$\begin{array}{r} \square \\ +108 \\ \hline \end{array}$	\rightarrow	$\begin{array}{r} \square \\ -173 \\ \hline \end{array}$	\rightarrow	$\begin{array}{r} \square \\ -209 \\ \hline 60 \end{array}$
--	---------------	--	---------------	--	---------------	--	---------------	---

Multiplikation natürlicher Zahlen

- Die Multiplikation natürlicher Zahlen ergibt immer eine natürliche Zahl.

$$2 \cdot 3 \in \mathbb{N}$$

- Kommutativgesetz:**

Man darf die Reihenfolge der Faktoren vertauschen.

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

- Assoziativgesetz:**

Man darf Teilprodukte beliebig bilden.

$$(2 \cdot 3) \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$$

$$2 \cdot (3 \cdot 4) = 2 \cdot 12 = 24$$

Division natürlicher Zahlen

- Die Division durch 0 ist nicht möglich.
- Die Division natürlicher Zahlen ergibt NICHT immer eine natürliche Zahl.
- Dividend und Divisor dürfen NICHT vertauscht werden.
- Klammern können NICHT beliebig gesetzt werden.

$$6 : 12 \notin \mathbb{N}$$

$$12 : 6 \neq 6 : 12$$

$$(48 : 12) : 2 = 4 : 2 = 2$$

$$48 : (12 : 2) = 48 : 6 = 8$$

1.016 Rechne im Kopf.

a) $5 \cdot 3 =$ _____ b) $8 \cdot 2 =$ _____ c) $6 \cdot 8 =$ _____ d) $6 \cdot 7 =$ _____ e) $3 \cdot 9 =$ _____

1.017 Rechne möglichst geschickt im Kopf.

ZB: $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 11 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 10 \cdot 77 = 770$

a) $2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 5 =$ _____

c) $25 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4 =$ _____

b) $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9 =$ _____

d) $2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 50 =$ _____

1.018 Rechne möglichst geschickt im Kopf.

a) $10 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 10 =$ _____

c) $20 \cdot 50 \cdot 8 \cdot 3 =$ _____

b) $12 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 =$ _____

d) $40 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 =$ _____

1.019 Trage $<$, $>$ oder $=$ in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

a) $19 \cdot 7$ $9 \cdot 19$ c) $36 \cdot 4$ $3 \cdot 36$ e) $80 \cdot 4$ $40 \cdot 9$

b) $26 \cdot 32$ $32 \cdot 19$ d) $100 \cdot 5$ $50 \cdot 10$ f) $25 \cdot 5$ $10 \cdot 10$

1.020 Setze die richtige Zahl ein.

a) $3 \cdot$ _____ $= 75 \Leftrightarrow 75 :$ _____ $= 3$ b) $9 \cdot$ _____ $= 99 \Leftrightarrow 99 :$ _____ $= 9$

1.021 Berechne das Ergebnis schriftlich.

a) $87 \cdot 24$

b) $125 \cdot 39$

c) $652 \cdot 341$

d) $194 \cdot 427$

1.022 Trage jeweils das Ergebnis der Rechnung ein. Wenn du richtig gerechnet hast, erhältst du am Ende wieder die Startzahl.

96				
108				
144				

Operations sequence: $\cdot 3$, $\cdot 2$, $\cdot 3$, $\cdot 2$

140				
168				
224				

Operations sequence: $\cdot 4$, $\cdot 7$, $\cdot 4$, $\cdot 7$

1.023 Löse die Rechnungen. Was fällt dir auf?

a)

$24 : 6 =$		
$240 : 6 =$	$240 : 60 =$	
$2\ 400 : 6 =$	$2\ 400 : 60 =$	$2\ 400 : 600 =$

b)

$48 : 8 =$		
$480 : 8 =$	$480 : 80 =$	
$4\ 800 : 8 =$	$4\ 800 : 80 =$	$4\ 800 : 800 =$

1.024 Jeweils zwei Divisionen haben das gleiche Ergebnis. Bemale sie mit der gleichen Farbe.

$125 : 25$	$75 : 5$	$15 : 5$	$35 : 5$	$25 : 5$	$165 : 15$
$175 : 25$	$315 : 35$	$45 : 5$	$150 : 10$	$55 : 5$	$105 : 35$

1.025 Streiche die Divisionen, die nicht zulässig sind. Gib das Ergebnis der verbleibenden Divisionen an.

- 1) $45 : 0$ 2) $21 : 1$ 3) $0 : 1$ 4) $18 : 18$ 5) $0 : 0$ 6) $0 : 32$

1.026 Berechne das Ergebnis schriftlich. Mache die Probe.

a) $624 : 12$

c) $735 : 21$

e) $2\ 352 : 42$

g) $5\ 628 : 84$

b) $525 : 15$

d) $714 : 34$

f) $2\ 072 : 56$

h) $5\ 727 : 69$

1.027 Berechne das Ergebnis schriftlich. Mache die Probe.

a) $569 : 14$

c) $852 : 31$

e) $2\ 748 : 59$

g) $4\ 586 : 36$

b) $587 : 18$

d) $750 : 83$

f) $2\ 863 : 77$

h) $5\ 831 : 76$

1.028 Auf dem abgerissenen Zettel steht nur ein Teil der Aufgabe. Ergänze den fehlenden Teil.

a) $\quad : 12 = 568$
Rest 0

b) $\quad : 21 = 709$
Rest 9

c) $\quad : 39 = 107$
Rest 18

d) $\quad : 219 = 1\ 278$
Rest 209

Der Rest der Division muss bei der Probe addiert werden.

ZB: $278 : 12 = 23$
38

2 Rest

Probe: $23 \cdot 12 = 276$
 $276 + 2 = 278$



Zahlenmengen und Rechenoperationen

Vermischte Aufgaben

Aufgaben 1.029 – 1.034: Berechne das Ergebnis.

1.029 a) $3 \cdot 7 + 2 \cdot 9 =$ _____ b) $8 \cdot 9 + 4 \cdot 2 =$ _____

1.030 a) $9 \cdot 5 - 1 \cdot 6 =$ _____ b) $4 \cdot 7 - 5 \cdot 3 =$ _____

1.031 a) $35 - 4 \cdot 6 + 3 \cdot 8 =$ _____ c) $40 + 2 \cdot 7 - 10 \cdot 3 =$ _____

b) $100 - 3 \cdot 7 - 8 \cdot 8 =$ _____ d) $55 - 5 \cdot 5 - 3 \cdot 6 =$ _____

1.032 a) $48 : 6 + 32 : 8 =$ _____ b) $21 : 7 - 30 : 10 =$ _____

1.033 a) $84 : 2 - 8 \cdot 4 + 5 - 12 : 6 + 6 - 4 \cdot 3$ c) $7 + 3 \cdot 6 - 20 : 4 + 8 \cdot 7 - 18 : 9$

b) $400 : 5 - 9 \cdot 3 + 32 : 4 - 8 + 6 \cdot 1$ d) $9 + 28 : 7 - 4 : 1 + 6 \cdot 7 - 8 \cdot 3 - 18$

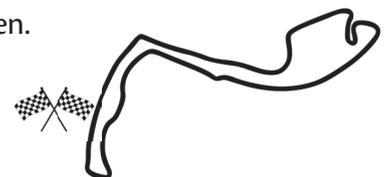
1.034 a) $40 \cdot 6 + 4 \cdot 20$ b) $220 - (16 \cdot 3 + 10)$ c) $280 + 120 : 5 + 3$
 $40 \cdot (6 + 4) \cdot 20$ $(220 - 16) \cdot 3 + 10$ $(280 + 120) : 5 + 3$
 $(40 \cdot 6 + 4) \cdot 20$ $(220 - 16) \cdot (3 + 10)$ $(280 + 120) : (5 + 3)$
 $40 \cdot (6 + 4 \cdot 20)$ $220 - 16 \cdot (3 + 10)$ $280 + 120 : (5 + 3)$



1.035 Berechne das Ergebnis. Überlege anschließend, ob du das gleiche Ergebnis erhältst, wenn die Klammern weggelassen werden.

a) $58 \cdot 2 + (27 - 3)$ c) $(200 + 50) : 5 + 300$ e) $336 : (28 - 2 \cdot 11)$
b) $(2\ 700 : 90) + (70 : 7)$ d) $13 \cdot (28 - 12) - (265 : 5)$ f) $(40 \cdot 3) - (47 \cdot 4) : 188$

1.036 Beim Formel-1-Grand-Prix von Monaco werden 78 Runden gefahren. Dabei werden 260 286 m zurückgelegt. Berechne die Länge einer Runde in Meter.



1.037 In einem Kinosaal mit insgesamt 168 Sitzplätzen sind 9 Reihen mit je 12 Sitzplätzen voll besetzt. In einer weiteren Reihe sitzen nur 8 Personen. Berechne, wie viele Sitzplätze in diesem Saal noch frei sind.

1.038 David hat 600 Pflanzen für seinen Garten gekauft. Er möchte 5 Beete mit je 35 Pflanzen und 12 Beete mit je 30 Pflanzen bepflanzen. Wie viele Pflanzen bleiben übrig?

1.039 Mia möchte einen Computer kaufen. Er kostet bei Barzahlung 1 250 Euro. Sie bezahlt 640 Euro als Anzahlung und 18 Monatsraten zu je 37 Euro. Um wie viel Euro ist der Computer durch die Ratenzahlung teurer geworden?

1.040 Die Güte einer Oberfläche kann durch den sogenannten Rauheitswert R_z berechnet werden. Dabei werden fünf verschiedene Messwerte addiert und diese Summe durch 5 dividiert. Beim Hobeln eines bestimmten Stücks Holz ergaben sich folgende Messwerte (Angaben in Mikrometer): 52, 34, 66, 42 und 51. Berechne den Rauheitswert R_z dieses Stücks Holz.



1.2 Teilbarkeit und Primzahlen



Ein Säckchen enthält 18 kleine Bonbons. Überlege:

- 1) Auf wie viele Personen kann man die Bonbons aufteilen, wenn jede Person gleich viele bekommen soll und kein Bonbon übrigbleiben darf?

Die Bonbons können auf _____ Personen aufgeteilt werden.

- 2) Jemand hat vor dem Aufteilen schon ein Bonbon genascht.
Argumentiere, ob eine gerechte Aufteilung nun noch gelingen kann.

Teiler und Vielfache

Für natürliche Zahlen gilt: a heißt **Teiler** von b , wenn bei der Division von b durch a kein Rest bleibt. Man schreibt $a \mid b$ und spricht: „ a teilt b “ bzw. „ b ist durch a teilbar“.

Ist eine Zahl b durch a **nicht** teilbar, so schreibt man $a \nmid b$.

1 und a nennt man **unechte Teiler**, alle anderen werden **echte Teiler** genannt.

ZB Die Teiler von 24 sind: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 und 24

Multipliziert man eine Zahl a mit 1, 2, 3, 4 ..., so erhält man **Vielfache** dieser Zahl a .

Die Zahl a nennt man **unechtes Vielfaches** von a , alle anderen werden **echte Vielfache** genannt.

ZB Vielfache von 8 sind: 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

Ist a ein Teiler von b , so ist umgekehrt b ein Vielfaches von a .

ZB 8 ist ein Teiler von 24, daher ist 24 ein Vielfaches von 8.

1.041 Gib alle Teiler der Zahl an.

a) 88 hat folgende Teiler: _____

b) 96 hat folgende Teiler: _____

c) 180 hat folgende Teiler: _____

d) 200 hat folgende Teiler: _____

1.042 Male alle Vielfachen von 2 rot, alle Vielfachen von 3 grün und alle Vielfachen von 5 blau an.

35	37	16	27	49	125	64	31
32	21	81	65	47	14	9	55

1.043 Wahr oder falsch? Gib ein Beispiel oder ein Gegenbeispiel an.

- a) Alle Vielfachen von 8 sind auch Vielfache von 4.
b) Alle Zahlen, die Vielfache von 2 und von 3 sind, sind auch Vielfache von 6.
c) Alle Vielfachen von 5 sind auch Vielfache von 10.
d) Eine Zahl, die ein Vielfaches von 2 und ein Vielfaches von 5 ist, hat die Einerziffer 0.

1.044 Philip hat eine Liste der Teiler von 24 erstellt und ihm ist etwas aufgefallen:

Teiler von 24 = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

$$1 \cdot 24 = 24$$

$$2 \cdot 12 = 24$$

$$3 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 24$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 24$$

- 1) Vervollständige die fehlenden Zahlen.
2) Wende diese Überlegung an, um alle Teiler von 70 zu finden.

Teilbarkeit

Um zu überprüfen, ob eine Zahl durch eine andere teilbar ist, kann man die Division ausführen. Für einige Zahlen gibt es jedoch einfache Regeln zur Bestimmung der Teilbarkeit.

Wichtige **Teilbarkeitsregeln**: Eine Zahl ist ...

- durch 2 teilbar, wenn die Endziffer 0, 2, 4, 6 oder 8 ist.
- durch 3 teilbar, wenn die Ziffernsumme durch 3 teilbar ist.
ZB: 3 teilt 435, weil $4 + 3 + 5 = 12$ ist und 12 durch 3 teilbar ist.
- durch 4 teilbar, wenn die aus Einer- und Zehnerziffer gebildete Zahl durch 4 teilbar ist.
ZB: 1 964 ist durch 4 teilbar, weil 64 durch 4 teilbar ist.
- durch 5 teilbar, wenn die Einerziffer 0 oder 5 ist.
- durch 8 teilbar, wenn die aus Einer-, Zehner- und Hunderterziffer gebildete Zahl durch 8 teilbar ist.
ZB: 19 128 ist durch 8 teilbar, weil 128 durch 8 teilbar ist.
- durch 9 teilbar, wenn die Ziffernsumme durch 9 teilbar ist.

1.045 Teilt oder teilt nicht? Füge das richtige Symbol „|“ oder „/“ ein.

- a) 3 102 3 108 3 275 3 293
- b) 9 2 587 9 3 555 9 7 128 9 8 877

1.046 Ergänze jeweils eine Ziffer so, dass die Zahl durch die angegebene Zahl teilbar ist. Hinweis: Teilweise gibt es mehrere Möglichkeiten.

- durch 2 teilbar: 3 87 1 25 49 41
- durch 3 teilbar: 3 8 5 2 84 6 891
- durch 4 teilbar: 2 9 4 1 89 63 4 2
- durch 5 teilbar: 3 87 1 24 70 41
- durch 9 teilbar: 1 95 2 71 69 63

1.047 Ist eine Zahl gleich der Summe aus 1 und allen ihren echten Teilern, so nennt man sie eine **vollkommene Zahl**, zB: $6 = 1 + 2 + 3$. Überprüfe, ob die angegebene Zahl eine vollkommene Zahl ist.

- a) 24 b) 28 c) 492 d) 496

1.048 Frau Moser braucht Sesselleisten für eine Wand ihres Wohnzimmers. Die Wand ist 560 cm lang, es soll kein Verschnitt entstehen. Ein Geschäft bietet Sesselleisten mit den Längen 60 cm, 80 cm, 150 cm und 280 cm an. Welche Längen passen, wenn Frau Moser lauter gleich lange Sesselleisten kaufen möchte?



1.049 Unser Kalender hat Schaltjahre. Ein Jahr ist ein Schaltjahr, wenn dessen Jahreszahl durch 4 teilbar ist. Es gibt aber Ausnahmen: Ist die Jahreszahl durch 100 teilbar, ist sie nur dann ein Schaltjahr, wenn sie auch durch 400 teilbar ist.

- 1) Gib die Schaltjahre bis zur nächsten Jahrhundertwende an.
- 2) Recherchiere im Internet, wieso der 29. 2. als Schalttag verwendet wird.



Primzahlen

Eine natürliche Zahl größer 1, die nur durch 1 und sich selbst teilbar ist, heißt **Primzahl**.
Alle anderen natürlichen Zahlen werden **zusammengesetzte Zahlen** genannt.
Die Menge der Primzahlen wird mit \mathbb{P} bezeichnet: $\mathbb{P} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$

Bemerkung: 1 ist weder eine Primzahl noch eine zusammengesetzte Zahl. 1 hat eine „Sonderrolle“, weil jede Zahl durch 1 teilbar ist.



Ein einfaches Verfahren zur Ermittlung von Primzahlen ist das „**Sieb des Eratosthenes**“, benannt nach Eratosthenes von Kyrene (ca. 273 – 194 v. Chr.).
Fülle das nebenstehende „Sieb“ gemäß den folgenden Regeln aus.

- Die kleinste Primzahl ist 2. Alle ihre Vielfachen sind keine Primzahlen und werden gestrichen.
- Die nächstgrößere Zahl ist 3. Die Zahl wurde nicht gestrichen, weil sie nicht durch 2 teilbar ist. 3 ist also eine Primzahl und alle Vielfachen von 3 werden nun gestrichen, usw.

Übrig bleiben am Ende alle Primzahlen zwischen 1 und 100.

	②	③	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1.050 Kreuze alle Primzahlen an. Wenn du die Buchstaben auf den angekreuzten Kästchen richtig ordnest, erhältst du den Namen eines oberösterreichischen Sees.

<input type="checkbox"/> M	35	<input type="checkbox"/> O	33	<input type="checkbox"/> N	49	<input type="checkbox"/> A	17	<input type="checkbox"/> T	23	<input type="checkbox"/> R	31
<input type="checkbox"/> L	39	<input type="checkbox"/> D	51	<input type="checkbox"/> U	7	<input type="checkbox"/> N	25	<input type="checkbox"/> E	47	<input type="checkbox"/> U	45
<input type="checkbox"/> B	15	<input type="checkbox"/> D	27	<input type="checkbox"/> E	41	<input type="checkbox"/> N	11	<input type="checkbox"/> S	13	<input type="checkbox"/> I	57

1.051 Die Zahl ist das Produkt von zwei Primzahlen. Gib die Faktoren an.

a) $35 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$ c) $39 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$ e) $119 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$

b) $55 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$ d) $91 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$ f) $143 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$

1.052 Wie lautet die rätselhafte Primzahl?

a) Die gesuchte Primzahl ist kleiner als 40. Wenn du von ihr 1 abziehst, erhältst du eine durch 7 teilbare Zahl.

b) Die gesuchte Primzahl ist kleiner als 50. Ihr Vorgänger ist durch 5, ihr Nachfolger ist durch 7 teilbar.

1.053 Das Preisgeld für den noch fehlenden Beweis der 1742 vom deutschen Mathematiker Christian Goldbach (1690 – 1764) aufgestellten Vermutung beträgt eine Million Dollar.

Die Vermutung lautet:

„Jede gerade Zahl größer 2 lässt sich als Summe von zwei Primzahlen darstellen.“

ZB: $24 = 5 + 19$ oder $24 = 11 + 13$

Prüfe dies für 34, 66 und 84 nach.

Primfaktorzerlegung

Die **Primfaktorzerlegung** ist die Zerlegung einer zusammengesetzten natürlichen Zahl in das Produkt von Primzahlen.

1.054

Zerlege die Zahl 231 in Primfaktoren.

Lösung:

231	3
77	7
11	11
1	

- Die Zahl wird durch die kleinste mögliche Primzahl geteilt. Da 231 ungerade ist, kann man nicht durch 2 teilen. Man kann 231 aber durch 3 teilen, weil die Ziffernsumme $2 + 3 + 1 = 6$ durch 3 teilbar ist.
- Der Quotient wird solange durch eine Primzahl geteilt, bis auf der linken Seite 1 steht.

Das Produkt der Primfaktoren ist die gegebene Zahl: $231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$

1.055

Zerlege in Primfaktoren.

a) 44 b) 68 c) 225 d) 855 e) 1 024 f) 1 764

Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV) und größter gemeinsamer Teiler (ggT)

Das **kleinste gemeinsame Vielfache** (kgV) mehrerer natürlicher Zahlen ist die kleinste Zahl, in der jede dieser Zahlen als Teiler enthalten ist.

ZB $\text{kgV}(12, 18) = ?$

Vielfache von 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, ... **Vielfache von 18:** 18, 36, 54, 72, ...
36 ist die kleinste Zahl, die sowohl durch 12 als auch durch 18 teilbar ist.
 $\text{kgV}(12, 18) = 36$

Der **größte gemeinsame Teiler** (ggT) mehrerer natürlicher Zahlen ist die größte Zahl, die jede dieser Zahlen teilt.

ZB $\text{ggT}(12, 18) = ?$

Teiler von 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12 **Teiler von 18:** 1, 2, 3, 6, 9, 18
6 ist die größte Zahl, die sowohl 12 als auch 18 teilt.
 $\text{ggT}(12, 18) = 6$

Zwei Zahlen, deren einziger gemeinsamer Teiler 1 ist, heißen **teilerfremd**.

kgV und ggT können mithilfe der Primfaktorzerlegung bestimmt werden.

1.056

Bestimme den größten gemeinsamen Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 16, 36 und 52.

Lösung:

16	②	36	②✓	52	②✓
8	②	18	②✓	26	②✓
4	2	9	3	13	13
2	2	3	3		1
1		1			

$\text{ggT}(16, 36, 52) = 2 \cdot 2 = 4$

$\text{kgV}(16, 36, 52) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 = 1\,872$

- Primfaktorzerlegung der Zahlen.
- Für den ggT werden jene Primfaktoren multipliziert, die in jeder der Zerlegungen vorkommen.
- Für das kgV werden alle vorkommenden Primfaktoren miteinander multipliziert, mehrfach vorkommende Faktoren jeweils mit ihrer größten Anzahl.

- 1.057** Ermittle den größten gemeinsamen Teiler der gegebenen Zahlen.
a) 8, 20 **b)** 6, 15 **c)** 37, 43 **d)** 48, 60 **e)** 185, 225

Aufgaben 1.058 – 1.059: Ermittle das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen.

- 1.058** **a)** 6, 10 **b)** 13, 23 **c)** 12, 16 **d)** 40, 60 **e)** 36, 48
1.059 **a)** 8, 10, 12 **b)** 14, 16, 20 **c)** 44, 110, 121 **d)** 70, 100, 120 **e)** 144, 216, 300

Aufgaben 1.060 – 1.061: Ermittle den größten gemeinsamen Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen.

- 1.060** **a)** 18, 28 **b)** 42, 112 **c)** 72, 99, 132 **d)** 4, 6, 9 **e)** 35, 45, 75
1.061 **a)** 4, 8, 10, 15 **b)** 28, 36, 42, 48 **c)** 96, 144, 240 **d)** 90, 840, 18 900 **e)** 220, 225, 270, 275

- 1.062** Eren geht jeden zweiten Tag morgens in den Park laufen. Sandro läuft jeden fünften Tag morgens im gleichen Park. Heute haben sich die beiden getroffen. In wie vielen Tagen treffen sie einander das nächste Mal?

- 1.063** Bei einer Haltestelle halten drei Autobuslinien. Linie A fährt alle 6 Minuten, Linie B alle 10 Minuten und Linie C alle 12 Minuten. Um 6:05 Uhr sind Busse aller drei Linien das erste Mal gleichzeitig in dieser Haltestelle.
1) Nach welcher Zeit ist wieder je ein Bus der Linien A, B und C in der Haltestelle?
2) Wie oft treffen einander Busse aller drei Linien im Laufe des Tages bei dieser Haltestelle, wenn kein Bus nach 20:00 Uhr fährt?

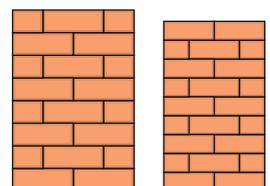
- 1.064** Theos Modelleisenbahn umfasst gerade Schienenstücke mit 18 cm Länge. Amar hat Schienenstücke mit 24 cm Länge. Jeder baut mit seinen Schienenstücken eine Strecke. Die beiden Strecken sollen gleich lang sein..
1) Wie lang ist die Strecke mindestens?
2) Wie viele Schienenstücke verwenden sie jeweils dabei?



- 1.065** In einem mehrstöckigen Einkaufszentrum befinden sich drei Restaurants. Das erste Restaurant ist in einer Höhe von 15 m, das zweite in einer Höhe von 27 m und das dritte in einer Höhe von 33 m. Zu diesen Restaurants sollen gleich hohe Stufen führen. Die Stufenhöhe darf aus Sicherheitsgründen nicht mehr als 18 cm betragen. Berechne die größtmögliche Stufenhöhe.

- 1.066** Für die Badezimmer eines Hotels werden Marmorfliesen angefertigt. Es sollen Wände mit 252 cm Breite und Wände mit 396 cm Breite verfließt werden. Man möchte möglichst große Fliesen verwenden, ohne zuschneiden zu müssen. Welche Breite sollten die Fliesen haben? (Die Fugen werden vernachlässigt.)

- 1.067** Zwei Säulen werden nebeneinander gemauert. Eine Säule wird aus Ziegelsteinen mit einer Höhe von 12 cm und die andere aus Ziegelsteinen mit einer Höhe von 10 cm gebaut. Berechne, in welcher Höhe sich die Fugen bei beiden Säulen das erste Mal in der gleichen Höhe befinden.



- 1.068** Warum sind „kleinster gemeinsamer Teiler“ und „größtes gemeinsames Vielfaches“ keine sinnvollen Begriffe?

1.3 Die ganzen Zahlen

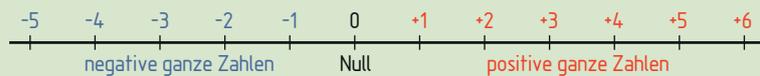
Die negativen Zahlen

Zahlen, die kleiner als Null sind, heißen **negative Zahlen**. Man verwendet negative Zahlen zum Beispiel, um Temperaturen unter 0° Celsius anzugeben. Die negativen ganzen Zahlen bilden zusammen mit den natürlichen Zahlen die **Menge der ganzen Zahlen**. Dabei gibt das Vorzeichen an, in welcher Richtung von Null aus gesehen eine Zahl auf der Zahlengeraden liegt.

Die **Menge der ganzen Zahlen** wird mit \mathbb{Z} bezeichnet.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$$

Darstellung auf der Zahlengeraden:



Null ist weder positiv noch negativ.

Beim Schreiben von positiven Zahlen wird das „+“ meist weggelassen.

1.069 Trage das passende Vorzeichen in das vorgesehene Kästchen ein.

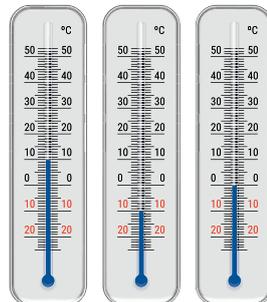
a) Temperatur unter Null: 15 °C

c) Guthaben am Konto: 94,54 €

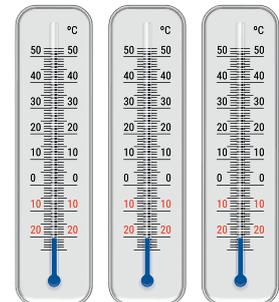
b) Höhe des Großglockners: 3 798 m

d) Kontostand bei Schulden: 9,31 €

1.070 1) Gib an, welche Temperatur jeweils angezeigt wird.



2) Kennzeichne jeweils die angegebene Temperatur.

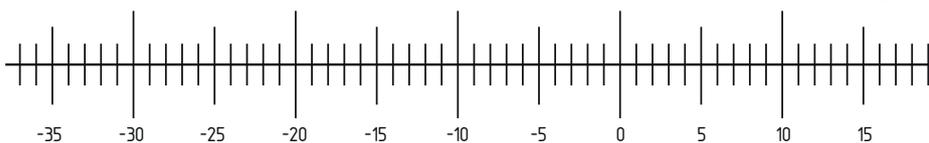


20 °C -5 °C 35 °C

1.071 a) Markiere die Zahlen +6, -5, +1, -4, +3 und -2 auf der Zahlengeraden.



b) Markiere die Zahlen -32, -24, +17, -12, 0, +8 und -3 auf der Zahlengeraden.



1.072 Setze das Zeichen $>$ bzw. $<$ richtig ein.

a) -5 -7

b) -9 -11

c) -18 -13

d) 0 -5

1.073 Ordne die Zahlen der Größe nach, beginne mit der größten Zahl.

a) $-44, -25, 6, -7, 56, -82, -14, 12, -97$

b) $-65, 19, 27, -45, -82, 35, -96, -13$

1.074 Für welche ganzen Zahlen gilt die angegebene Bedingung?

a) $-5 < x < 2$

b) $-9 < x \leq 0$

c) $-4 \leq x < 4$

d) $-1 < x \leq 1$

Addition und Subtraktion ganzer Zahlen

Werden ganze Zahlen addiert oder subtrahiert, ist das Ergebnis immer eine ganze Zahl.

Beachte den Unterschied zwischen „Rechenzeichen“ und „Vorzeichen“.

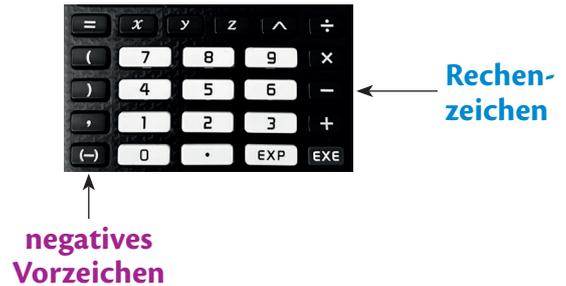
$$11 - (-3)$$

Rechenzeichen Vorzeichen

Das **Rechenzeichen** „-“ stellt den „Arbeitsauftrag“ Subtrahieren dar. Diese Rechenoperation „arbeitet“ mit zwei Zahlen.

Das **Vorzeichen** „-“ informiert darüber, dass es sich um eine negative Zahl handelt. Es bezieht sich nur auf eine Zahl.

Am Taschenrechner wird oft durch eigene Tasten zwischen Vorzeichen und Rechenzeichen unterschieden.



Beim Rechnen mit ganzen Zahlen muss auf das Vorzeichen geachtet werden.

Vorzeichenregeln

$$a + (+b) = a + b$$

$$a + (-b) = a - b$$

$$a - (+b) = a - b$$

$$a - (-b) = a + b$$

1.075 Berechne die Ergebnisse. Woran erkennst du schon vor dem Ausrechnen, dass das Ergebnis negativ sein muss?

1) $7 - 1 =$ _____ 1) $1 - 7 =$ _____ 3) $6 - 2 =$ _____ 2) $2 - 6 =$ _____

2) $8 - 7 =$ _____ 3) $7 - 8 =$ _____ 4) $5 - 0 =$ _____ 0) $0 - 5 =$ _____

1.076 Rechne im Kopf.

a) $13 - 19 =$ _____ d) $53 - 78 =$ _____

b) $45 - 88 =$ _____ e) $37 - 94 =$ _____

c) $31 - 37 =$ _____ f) $70 - 83 =$ _____

$13 - 19 = ?$
Ich rechne $19 - 13$ und setze ein Minus vor das Ergebnis.



1.077 Wende die Vorzeichenregeln an und berechne das Ergebnis.

1) $18 + (+40) =$ _____

2) $52 + (-88) =$ _____

3) $74 - (+21) =$ _____

4) $66 - (-92) =$ _____

Zahlenmengen und Rechenoperationen

1.078

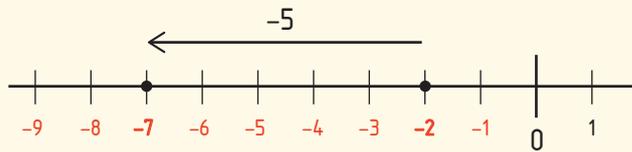
Berechne das Ergebnis und stelle die Rechnung auf der Zahlengeraden dar.

$$-2 - 5 = ?$$

Lösung:

$$-2 - 5 = -7$$

- Wird von -2 die Zahl 5 subtrahiert, so liegt das Ergebnis 5 Einheiten weiter links auf der Zahlengeraden.



1.079

Berechne das Ergebnis und stelle die Rechnung auf der Zahlengeraden dar.

a) $-7 - 4 =$ _____



b) $-6 - 9 =$ _____



c) $-4 - 11 =$ _____



Aufgaben 1.080 – 1.081: Rechne im Kopf.

1.080

a) $11 - 18 + 3$

c) $20 - 30 - 5$

e) $-57 - 41 - 79$

b) $-7 - 9 + 16$

d) $159 - 38 - 18$

f) $145 + 78 - 38$

1.081

a) $17 + (-28) - 40 + 5$

c) $-5 + (-12) - (-4) - 18$

e) $-23 + (-15) - (+7) - 4$

b) $11 - 18 + 10 - (-13)$

d) $-(-21) + 11 - 13 + (-24)$

f) $-16 - (-6) + (-5) - 4$

1.082

Setze die richtige Zahl ein.

a) $-11 +$ _____ $= -15$

b) $28 +$ _____ $= -33$

c) $-21 +$ _____ $= 63$

Aufgaben 1.083 – 1.085: Schreibe die Rechnung an und berechne das Ergebnis.

1.083

In Mauterndorf im Lungau betrug an einem Jännermorgen um 9:00 Uhr die Temperatur -18°C . Um 11:00 Uhr war es um 5°C wärmer und um 12:00 Uhr ist die Temperatur nochmals um 4°C gestiegen. Um 15:00 Uhr war es 7°C kälter als um 12:00 Uhr. Welche Temperatur hatte es um 15:00 Uhr?

1.084

Monika erbte ein Sparbuch mit $125\,769,00\text{ €}$. Sie hob für Renovierungsarbeiten in ihrem Haus $5\,580,00\text{ €}$, $40\,120,00\text{ €}$ und $7\,230,00\text{ €}$ ab. Am Ende des Jahres wurden ihr $2\,511,00\text{ €}$ an Zinsen gutgeschrieben. (Die KEST wurde berücksichtigt.)
Welcher Geldbetrag befindet sich nun auf dem Sparbuch?

1.085

Auf vielen Hausdächern gibt es Photovoltaik-(PV-)Anlagen. Die von der PV-Anlage gelieferte elektrische Energie (in Wh) wird positiv gerechnet, die im Haushalt verbrauchte elektrische Energie wird negativ gerechnet.

An einem bestimmten Tag werden am Vormittag $1\,760\text{ Wh}$, zu Mittag $3\,810\text{ Wh}$ und bis Mitternacht $2\,650\text{ Wh}$ verbraucht. Am gleichen Tag liefert die PV-Anlage am Vormittag 600 Wh , zu Mittag $5\,230\text{ Wh}$ und bis Mitternacht $2\,800\text{ Wh}$.

Um wie viel mehr elektrische Energie wurde geliefert als verbraucht?



Multiplikation und Division ganzer Zahlen

Für die Multiplikation und Division ganzer Zahlen gelten die gleichen Rechenregeln wie bei den natürlichen Zahlen. Dabei sind die Vorzeichen zu beachten.

Vorzeichenregeln

Multiplikation

$$(+a) \cdot (+b) = +a \cdot b$$

$$(+a) \cdot (-b) = -a \cdot b$$

$$(-a) \cdot (+b) = -a \cdot b$$

$$(-a) \cdot (-b) = +a \cdot b$$

Division

$$(+a) : (+b) = +a : b$$

$$(+a) : (-b) = -a : b$$

$$(-a) : (+b) = -a : b$$

$$(-a) : (-b) = +a : b$$

Aufgaben 1.086 – 1.087: Rechne im Kopf.

1.086 a) $4 \cdot (-8) =$ _____ c) $-3 \cdot (-11) =$ _____ e) $16 \cdot (-3) =$ _____

b) $-5 \cdot 12 =$ _____ d) $-24 \cdot (-5) =$ _____ f) $-11 \cdot 11 =$ _____

1.087 a) $24 : (-8) =$ _____ c) $-99 : (-11) =$ _____ e) $160 : (-8) =$ _____

b) $-88 : 2 =$ _____ d) $-45 : (-5) =$ _____ f) $-63 : 9 =$ _____

1.088 Überlege, mit welcher Zahl multipliziert wurde. Setze fort.

a) $\begin{array}{r} \cdot \square \\ -1, -4, -16, -64, \end{array}$ _____, _____, _____

c) $\begin{array}{r} \cdot \square \\ -2, -10, -50, -250, \end{array}$ _____, _____, _____

b) $\begin{array}{r} \cdot \square \\ 3, -9, 27, -81, \end{array}$ _____, _____, _____

d) $\begin{array}{r} \cdot \square \\ -4, 4, -4, 4, \end{array}$ _____, _____, _____

1.089 Überlege, durch welche Zahl dividiert wurde. Setze fort.

a) $\begin{array}{r} : \square \\ 640, -320, 160, -80, \end{array}$ _____, _____, _____

c) $\begin{array}{r} : \square \\ -384, 192, -96, 48, \end{array}$ _____, _____, _____

b) $\begin{array}{r} : \square \\ -256, -128, -64, -32, \end{array}$ _____, _____, _____

d) $\begin{array}{r} : \square \\ 993, -993, 993, -993, \end{array}$ _____, _____, _____

1.090 Berechne das Ergebnis.

a) $72 : (-12) : 2 =$ _____

b) $-128 : (-32) : 4 =$ _____

c) $144 : (-16) : (-3) =$ _____

d) $-900 : 36 : (-5) =$ _____

Achte auf die richtige Reihenfolge!

$$24 : 4 : 2 = (24 : 4) : 2 = 6 : 2 = 3$$



1.091 Welche Zahl passt?

a) $5 \cdot$ _____ $= -20 : (-2)$

c) _____ $: (-4) = 36 : (-9)$

e) _____ $\cdot (-9) = 54 : (-3)$

b) $-48 : 12 =$ _____ $\cdot (-1)$

d) $-80 : (-10) =$ _____ $: (-3)$

f) $11 \cdot$ _____ $= 99 : (-3)$

Verbindung der vier Grundrechnungsarten

1.092 Wende die Vorzeichenregeln an und berechne das Ergebnis.

ZB: $40 - 6 \cdot (-3) + (-100) : 25 = 40 - (-18) + (-4) = 40 + 18 - 4 = 54$

a) $100 - 35 : (-7) - 11 \cdot (-2) =$ _____

b) $55 + 2 \cdot (-3) - (-12) : (-2) =$ _____

c) $16 - 15 \cdot (-2) + (-21) : (-3) =$ _____

d) $12 \cdot (-5) - (-8) \cdot (-3) - 12 : (-6) =$ _____



1.093 Was passt zusammen?

1	$(6 - 4) \cdot 2 - 3 \cdot (5 - 7)$	<input type="checkbox"/>
2	$6 - 4 \cdot (2 - 3 \cdot 5) - 7$	<input type="checkbox"/>

A	$-2 \cdot 13 - 7$
B	$6 + 4 \cdot 13 - 7$
C	$2 \cdot (-1) \cdot (-2)$
D	$2 \cdot 2 + 3 \cdot 2$

Aufgaben 1.094 – 1.095: Berechne das Ergebnis.

1.094 a) $75 + (-25) \cdot 2 - 42 : (-6)$

d) $-12 \cdot 2 + (-7) \cdot (-3) - (-56) : (-7)$

b) $(8 - 15) \cdot (-2) + [(-81) : (-9) - 2] : (-7)$

e) $-7 \cdot 3 - [84 \cdot (-4) - 6] : (-6)$

c) $[28 : (-4) - 35 : (-5)] \cdot (-2) + 8$

f) $-89 - [24 : (-6) + 50] : (-23)$

1.095 a) $-35 : 7 - 11 \cdot (-2) + 2 \cdot (-3) - (-12) : (-2)$ **c)** $3 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-3) \cdot 2 - [27 : (-3) - (-36) : 4]$

b) $16 - 15 \cdot (-2) + (-21) : (-3) + 2 \cdot (-5) - (-8)$ **d)** $2 \cdot (-8) - [-7 + 12 : (-4) - 15 : (-3)] - (-45) : 5$

1.096 1) Gib an, welcher Text zu den angegebenen Rechnungen passt.

2) Schreibe zu den übrig gebliebenen Texten die passende Rechnung an.

1	$\frac{6}{-7 + (-5)}$	<input type="checkbox"/>
2	$(-7) \cdot (-5) + 6$	<input type="checkbox"/>
3	$\frac{-7}{5} - 6$	<input type="checkbox"/>
4	$\frac{-7}{5} + (-6)$	<input type="checkbox"/>
5		<input type="checkbox"/>
6		<input type="checkbox"/>

A	Addiere 6 zum Produkt der Zahlen -7 und -5 .
B	Addiere 6 zum Quotienten aus -7 und 5 .
C	Subtrahiere -6 vom Produkt der Zahlen -7 und 5 .
D	Addiere -6 zum Quotienten aus -7 und -5 .
E	Subtrahiere 6 vom Quotienten aus -7 und 5 .
F	Dividiere 6 durch die Summe von -7 und -5 .

1.097 Ein Warenlager für elektronische Bauteile wird geräumt. Zuerst werden 248 Halbleiter entfernt, anschließend 642 Dioden und 689 Transistoren. Übrig bleiben jetzt noch 78 Kaltleiter. Wie viele Bauteile waren ursprünglich in dem Warenlager? Schreibe zuerst die Rechnung an. Berechne dann das Ergebnis.



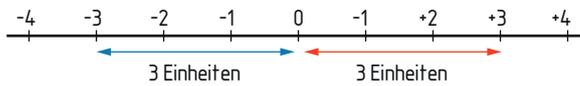
Betrag einer Zahl

Unter dem **Betrag** (Absolutbetrag) einer Zahl z versteht man deren Abstand vom Nullpunkt. Man schreibt $|z|$ und spricht „Betrag von z “.

$||$ bezeichnet man als Betragsstriche.

ZB $z = +3$... 3 Einheiten von 0 entfernt, $|+3| = 3$

$z = -3$... 3 Einheiten von 0 entfernt, $|-3| = 3$



Du kannst den Betrag einer Zahl bilden, indem du das Vorzeichen weglässt.



Betrag (Absolutbetrag) einer Zahl z : $|z| = \begin{cases} z, & \text{wenn } z \geq 0 \\ -z, & \text{wenn } z < 0 \end{cases}$

1.098 Gib den Betrag der Zahl an.

1) $|-8| =$ _____ 2) $|+14| =$ _____ 3) $|-12| =$ _____ 4) $|0| =$ _____

1.099 Setze das Zeichen $>$, $<$ oder $=$ richtig ein.

a) $|-6|$ 6 b) 7 $|-7|$ c) $|-23|$ $-|23|$ d) $|-9|$ -9

1.100 Setze das Zeichen $>$, $<$ oder $=$ richtig ein.

a) -3 $|+13|$ b) $|-5|$ $|-2|$ c) $|-10|$ $|+10|$ d) $|-21|$ $|+17|$

1.101 Berechne und vergleiche die Ergebnisse.

a) 1) $|-2 - 7| =$ _____ 2) $|-2| - |7| =$ _____ 3) $-2 - |-7| =$ _____ 4) $|-2| - |-7| =$ _____

b) 1) $|-13| - |8| =$ _____ 2) $|-13 - 8| =$ _____ 3) $-13 - |-8| =$ _____ 4) $|-13| + |-8| =$ _____

1.102 Trage die Ergebnisse in die Tabelle ein.

	$ x $	$ y $	$ x + y $	$ x + y $	$ x - y $	$ x - y $
$x = -11, y = 9$						
$x = -14, y = -8$						

Aufgaben 1.103 – 1.104: Berechne das Ergebnis.

1.103 a) $|-4| \cdot (-3)$ b) $(+5) \cdot |-3|$ c) $|+18| : (+9)$ d) $(-30) : |+5|$

1.104 a) $|-3| \cdot 2 - |3 \cdot 4 - 11| - (-2) \cdot (-3)$ c) $(-8) \cdot (16 - |2 \cdot 5 - 3 \cdot 4| - 10) + |7 - 9|$

b) $|-3 + 5| - 3 \cdot |-7 - 11| - |-5|$ d) $12 - |4 - 12| - |-4| \cdot |-12| - 12 \cdot |-4|$

1.105 Gibt es Zahlen, für die die folgenden Behauptungen wahr sind? Wenn ja, gib zwei Beispiele an.

1) $|a| > a$ 2) $|a| < a$ 3) $|a| + |b| = |a + b|$ 4) $|a| + |b| > |a + b|$

1.106 Ist folgende Behauptung wahr oder falsch? Begründe deine Antwort mithilfe selbstgewählter Beispiele.

Für zwei negative Zahlen a und b gilt: Aus $a < b$ folgt $|a| > |b|$.

1.4 Rationale Zahlen in Dezimalform

Rationale Zahlen sind Zahlen, die als Bruch dargestellt werden können. Führt man die entsprechende Division aus, so erhält man eine endliche Dezimalzahl oder eine periodische Dezimalzahl. Die Menge der rationalen Zahlen wird mit \mathbb{Q} bezeichnet.

ZB $\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0,25$

$\frac{1}{6} = 1 : 6 = 0,1666... = 0,1\dot{6}$

Dezimalzahlen, die unendlich, aber nicht periodisch sind, können nicht als Bruch dargestellt werden. Sie heißen **irrationale Zahlen**.

ZB $\pi = 3,1415926535..., \sqrt{2} = 1,41421356...$

Die rationalen und die irrationalen Zahlen bilden die Menge der **reellen Zahlen**. Diese wird mit \mathbb{R} bezeichnet.

Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen

Achte beim Addieren und Subtrahieren auf die Stellenwerte. Beim Untereinanderschreiben müssen die Kommas genau untereinanderstehen.



Aufgaben 1.107 – 1.110: Berechne das Ergebnis.

1.107 1) $7,1 + 2,9 =$ _____ 2) $7,1 - 2,9 =$ _____ 3) $-7,1 + 2,9 =$ _____

1.108 1) $3,01 - 0,8 =$ _____ 2) $-3,01 + 0,8 =$ _____ 3) $-3,01 - 0,8 =$ _____

1.109 a) $-8 + 0,2 - 5,1$ b) $9,3 - 13 + 0,3$ c) $-1,4 + 8,1 - 6$

1.110 a) $-1,05 + 5 + 7,2$ b) $-1,2 + 2,04 - 1,4$ c) $-5,03 - 9,02 + 15$

1.111 Addiere die gegebenen Zahlen.

a) 1 208,02; 259,507; 0,2; 589 b) 0,0591; 20,5; 296,05; 159,002

1.112 Subtrahiere die Summe der beiden gegebenen Zahlen von 10 000.

a) 512,5; 659,05 b) 2 053,2; 547,02 c) 569,1; 4 693,5

1.113 Peter, Andi, Karim und Leo trainieren für den 4 x 100-Meter-Staffellauf. Im Training wird jede ihrer Laufzeiten (in Sekunden) einzeln gemessen und anschließend addiert. Peter läuft 100 m in 15,24 s, Andi in 14,45 s, Karim in 13,6 s und Leo in 16,08 s. Berechne die Gesamtzeit der Läufe.

1.114 In der Tabelle sind der jeweilige Schmelzpunkt und Siedepunkt von einigen chemischen Elementen in Grad Celsius gegeben. Berechne die Differenz der beiden Temperaturen.

	Helium	Neon	Wasserstoff	Chlor	Brom
Schmelzpunkt	-271,40 °C	-248,61 °C	-259,14 °C	-100,98 °C	-7,25 °C
Siedepunkt	-268,94 °C	-246,06 °C	-252,76 °C	-34,06 °C	58,78 °C

Multiplikation und Division von Dezimalzahlen

ZB Die Multiplikation $5,74 \cdot 6,8$ wird durchgeführt.

$$\begin{array}{r} 5,74 \cdot 6,8 \\ \underline{3444} \\ \underline{4592} \\ 39,032 \end{array}$$

- Multipliziere zuerst, ohne auf die Kommas zu achten.
- Das Ergebnis hat so viele Nachkommastellen wie die beiden Faktoren zusammen, hier $2 + 1 = 3$ Nachkommastellen.

1.115 Rechne im Kopf.

a) $2,4 \cdot 3 =$ _____ c) $3,8 \cdot 4 =$ _____ e) $0,3 \cdot 15 =$ _____

b) $4,5 \cdot 2 =$ _____ d) $8,5 \cdot 6 =$ _____ f) $0,8 \cdot 0,2 =$ _____

1.116 Setze das Komma an der richtigen Stelle.

a) 1) $0,4 \cdot 1,02 = 0\ 0\ 0\ 4\ 0\ 8$ 2) $0,4 \cdot 0,0102 = 0\ 0\ 0\ 4\ 0\ 8$

b) 1) $9,27 \cdot 0,2 = 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 8\ 5\ 4$ 2) $927 \cdot 0,0002 = 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 8\ 5\ 4$

Aufgaben 1.117 – 1.118: Rechne schriftlich ohne Taschenrechner.

1.117 a) $2,304 \cdot 1,5$ b) $0,652 \cdot 8,17$ c) $2,55 \cdot 18,213$ d) $9,3056 \cdot 2,71$

1.118 a) $0,043 \cdot 0,71$ b) $0,52 \cdot 0,0043$ c) $0,0085 \cdot 0,87$ d) $0,026 \cdot 0,00098$

1.119 Jemand möchte die Wände eines Raums ausmalen.

Der Raum ist 2,45 m hoch, 7,62 m breit und 10,12 m lang.

1) Wie groß ist die Fläche, die ausgemalt werden muss?

Verwende für die Berechnung folgende Formel:

$$\text{Wandfläche} = 2 \cdot b \cdot h + 2 \cdot \ell \cdot h$$

(Türen und Fenster werden vernachlässigt.)

2) Für 1 m^2 Wandfläche braucht man 0,17 L Farbe.

Berechne, wie viel Liter Farbe man zum Ausmalen benötigt.



1.120 Eine bestimmte Erdölsorte hat eine Dichte von $\rho = 810,85 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und fließt mit einer Strömungsgeschwindigkeit von $v = 5,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ durch eine Rohrleitung.

Der Druckverlust Δp (in $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$) in dieser Rohrleitung kann mithilfe folgender Formel berechnet

$$\text{werden: } \Delta p = 0,75 \cdot \rho \cdot v^2$$

Berechne den zugehörigen Druckverlust.

1.121 Eine Pumpe fördert eine Flüssigkeit mit einem Förderstrom

$Q_v = 0,00867 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$, wobei eine Förderhöhe $H = 16,4\text{ m}$ überwunden wird.

Die Dichte der Flüssigkeit beträgt $\rho = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Die Förderleistung der Pumpe P_U (in W) kann mit folgender

Formel berechnet werden: $P_U = g \cdot \rho \cdot Q_v \cdot H$ mit $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Berechne die Förderleistung dieser Pumpe.



Zahlenmengen und Rechenoperationen

ZB Die Division $514 : 7$ wird bis zur 3. Nachkommastelle ausgeführt.

$$514 : 7 = 73,428$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 30 \\ 20 \\ 60 \\ 4 \text{ Rest} \end{array}$$

- 514 ist gleich 514,00...
- Bevor die erste Nachkommastelle „heruntergeschrieben“ wird, muss im Ergebnis das **Komma** gesetzt werden.
- Schreibe **0** herab und rechne weiter.

ZB Die Division $32 : 6,4$ wird ausgeführt.

$$32 : 6,4 \stackrel{\cdot 10}{=} 320 : 64 = 5$$

- Dividend und Divisor werden mit 10 multipliziert, damit wir durch eine ganze Zahl dividieren können.

Aufgaben 1.122 – 1.124: Führe die Division bis maximal zur 3. Nachkommastelle aus.

1.122 a) $756 : 63$ b) $1\,728 : 72$ c) $4\,182 : 8,2$ d) $3\,636 : 7,2$

1.123 a) $72,8 : 0,75$ b) $89,12 : 6,7$ c) $96,03 : 5,7$ d) $18,75 : 3,2$

1.124 a) $3 : 56$ b) $8 : 47$ c) $124 : 7\,782$ d) $457 : 1\,029$

1.125 Für einen Lehrausgang wird ein Bus gemietet. Der Lehrausgang dauert 7,5 Stunden. Der Bus fährt eine Strecke von 380 km. Der Bus kostet € 105,00 pro 100 gefahrenen Kilometern und zusätzlich € 114,00 pro Stunde für den Busfahrer. Insgesamt nehmen 62 Kinder an dem Lehrausgang teil. Wie viel muss jedes Kind zahlen?

1.126 Der elektrische Widerstand R (in Ω) eines Metallstabs hängt vom spezifischen Widerstand ρ , der Länge ℓ und der Querschnittsfläche A ab. Er lässt sich mittels folgender Formel berechnen:

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$$

Der Stab ist aus Germanium mit $\rho = 0,46 \Omega \cdot \text{m}$, hat eine Länge von $\ell = 0,75 \text{ m}$ und eine Querschnittsfläche von $A = 0,0000196 \text{ m}^2$.

Berechne den elektrischen Widerstand für diesen Stab.



Berechne:

$$2,7 \cdot 0,1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 2,7 : 10 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 35,3 : 10 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 35,3 \cdot 0,1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Was fällt dir auf?

Die Multiplikation mit 0,1 entspricht einer Division durch 10. Daher wird das Komma um eine Stelle nach links verschoben. Das Gleiche gilt sinngemäß für Multiplikationen mit 0,01 oder mit 0,001 usw.

1.127 Schreibe statt der Multiplikation die entsprechende Division an und rechne dann im Kopf.

a) $9 \cdot 0,1$ b) $47 \cdot 0,01$ c) $3,8 \cdot 0,1$ d) $93 \cdot 0,001$

Die Division durch 0,1 entspricht einer Multiplikation mit 10. Daher wird das Komma um eine Stelle nach rechts verschoben. Das Gleiche gilt sinngemäß für Divisionen durch 0,01 oder durch 0,001 usw.

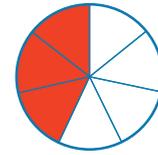
1.128 Schreibe statt der Division die entsprechende Multiplikation an und rechne dann im Kopf.

a) $35,3 : 0,001$ b) $18,06 : 0,1$ c) $33,61 : 0,0001$ d) $35,01 : 0,001$

1.5 Rechnen mit Brüchen

Brüche sind rationale Zahlen. Mit einem Bruch kann man Teile eines Ganzen beschreiben.

ZB: $\frac{3}{7}$ ← Der **Zähler** ist 3. → 3 Teile werden ausgewählt.
 ← Der **Nenner** ist 7. → Das Ganze wird in 7 Teile geteilt.



Brüche beschreiben ...

... Teile von Ganzen: $\frac{1}{4}$ der Pizza wurde nicht gegessen.	... Teile von Mengen: $\frac{1}{3}$ von 24 Kindern sind Mädchen, also 8 Mädchen.	... Anteile: Von 50 € Taschengeld sind noch 10 € übrig, also $\frac{1}{5}$.
--	---	---

Ein **Bruch** kann als **Division angeschrieben** werden. Führt man die Division aus, so erhält man die Dezimalzahl, die dieser Bruchzahl entspricht.

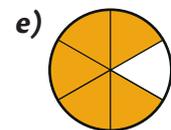
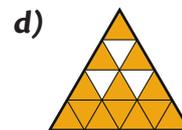
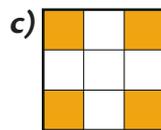
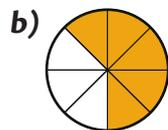
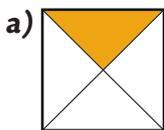
Bei **echten Brüchen** ist der **Zähler kleiner als der Nenner**, der Wert ist somit kleiner als 1, zB $\frac{1}{2}$.

Alle anderen Brüche werden **unechte Brüche** genannt. Unechte Brüche können auch als gemischte Brüche angeschrieben werden.

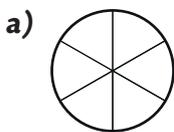


$\frac{7}{2}$ kann man auch als $3\frac{1}{2}$ anschreiben.
 Beim Rechnen beachte:
 $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$

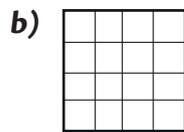
1.129 Welcher Teil vom Ganzen ist färbig? Setze die fehlenden Zahlen ein.



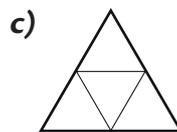
1.130 Kennzeichne den angegebenen Bruchteil färbig. Gib den Bruch als Dezimalzahl an.



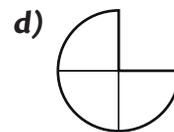
$\frac{3}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$



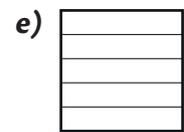
$\frac{4}{16} = \underline{\hspace{2cm}}$



$\frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

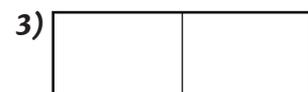
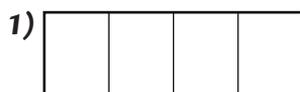


$\frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$



$\frac{4}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

1.131 Kennzeichne jeweils $\frac{3}{4}$ der Fläche.



1.132 Ergänze die fehlenden Zahlen.

a) Die Hälfte von 4 ist .

d) Ein Zehntel von ist 50.

b) Ein Drittel von ist 3.

e) Ein Achtel von ist 10.

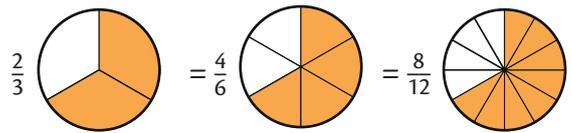
c) Ein Fünftel von 100 ist .

f) Ein Sechstel von 30 ist .

Zahlenmengen und Rechenoperationen

Erweitern und Kürzen von Brüchen

Durch Erweitern und Kürzen entstehen verschiedene Brüche, die die gleiche Bruchzahl darstellen.



Erweitern eines Bruchs: Zähler und Nenner eines Bruchs mit der gleichen Zahl ($\neq 0$) multiplizieren.

Kürzen eines Bruchs: Zähler und Nenner eines Bruchs durch die gleiche Zahl ($\neq 0$) dividieren.

1.133

a) Erweitere den Bruch $\frac{7}{5}$ mit 3.

Lösung:

$$\text{a) } \frac{7}{5} = \frac{21}{15}$$

$\begin{array}{ccc} & \cdot 3 & \\ \nearrow & & \\ \cdot 3 & & \end{array}$

b) Erweitere den Bruch auf den angegebenen

Nenner: $\frac{5}{8} = \frac{?}{16}$

$$\text{b) } \frac{5}{8} = \frac{?}{16} = \frac{10}{16}$$

$\begin{array}{ccc} & \cdot 2 & \\ \nearrow & & \\ \cdot 2 & & \end{array}$

1.134

Kürze den Bruch $\frac{45}{75}$ so weit wie möglich.

Lösung:

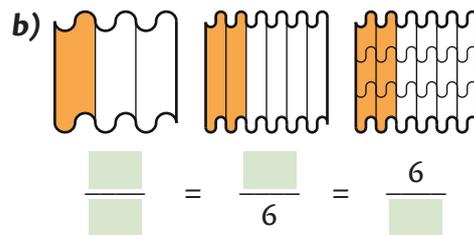
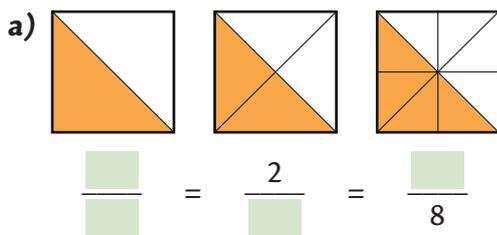
$$\frac{45}{75} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \quad \text{oder} \quad \frac{45}{75} = \frac{3}{5}$$

$\begin{array}{ccc} \cdot 5 & : 3 & \\ \nearrow & & \\ : 5 & : 3 & \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{ccc} : 15 & & \\ \nearrow & & \\ : 15 & & \end{array}$

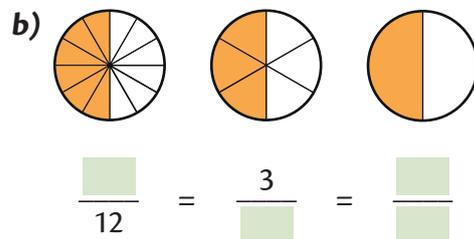
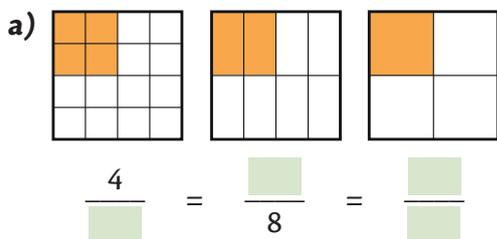
- 45 und 75 können entweder durch 5 und durch 3 (in beliebiger Reihenfolge) oder gleich durch 15 = ggT(45, 75) gekürzt werden.

Aufgaben 1.135 – 1.136: Welcher Bruchteil ist färbig? Ergänze die fehlenden Zähler bzw. Nenner.

1.135



1.136



1.137

Erweitere den Bruch mit der gegebenen Zahl.

a) $\frac{3}{4}$ mit 4 $\rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{7}{5}$ mit 3 $\rightarrow \frac{7}{5} = \frac{\quad}{\quad}$

e) $\frac{3}{11}$ mit 8 $\rightarrow \frac{3}{11} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{2}{3}$ mit 6 $\rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $\frac{8}{19}$ mit 2 $\rightarrow \frac{8}{19} = \frac{\quad}{\quad}$

f) $\frac{4}{10}$ mit 7 $\rightarrow \frac{4}{10} = \frac{\quad}{\quad}$

1.138 Mit welcher Zahl wurde erweitert? Ergänze die in den Kästchen fehlenden Zahlen.

$$\text{a) } \frac{1}{4} = \frac{\boxed{\cdot}}{\boxed{\cdot}} = \frac{3}{12}$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} = \frac{\boxed{\cdot}}{\boxed{\cdot}} = \frac{6}{8}$$

$$\text{c) } \frac{5}{6} = \frac{\boxed{\cdot}}{\boxed{\cdot}} = \frac{25}{30}$$

$$\text{d) } \frac{3}{5} = \frac{\boxed{\cdot}}{\boxed{\cdot}} = \frac{21}{35}$$

$$\text{e) } \frac{3}{10} = \frac{\boxed{\cdot}}{\boxed{\cdot}} = \frac{30}{100}$$

1.139 Überlege, mit welcher Zahl erweitert wurde. Ergänze die in den Kästchen fehlenden Zahlen.

$$\text{a) } \frac{1}{3} = \frac{\boxed{\cdot}}{24}$$

$$\text{b) } \frac{2}{7} = \frac{\boxed{\cdot}}{28}$$

$$\text{c) } \frac{5}{3} = \frac{\boxed{\cdot}}{15}$$

$$\text{d) } \frac{13}{17} = \frac{\boxed{\cdot}}{34}$$

$$\text{e) } \frac{3}{7} = \frac{\boxed{\cdot}}{42}$$

1.140 Durch welche Zahl wurde gekürzt? Ergänze die in den Kästchen fehlenden Zahlen.

$$\text{a) } \frac{2}{4} = \frac{1}{\boxed{\cdot}}$$

$$\text{b) } \frac{8}{12} = \frac{2}{\boxed{\cdot}}$$

$$\text{c) } \frac{12}{9} = \frac{4}{\boxed{\cdot}}$$

$$\text{d) } \frac{4}{100} = \frac{1}{\boxed{\cdot}}$$

$$\text{e) } \frac{15}{200} = \frac{3}{\boxed{\cdot}}$$

1.141 Kürze den angegebenen Bruch so weit wie möglich.

$$\text{a) } \frac{5}{10}$$

$$\text{b) } \frac{24}{36}$$

$$\text{c) } \frac{28}{54}$$

$$\text{d) } \frac{108}{180}$$

$$\text{e) } \frac{90}{288}$$

1.142 Erweitere die beiden Brüche so, dass der Nenner die gleiche, möglichst kleine Zahl ist.

$$\text{a) 1) } \frac{1}{2}, \frac{2}{5}$$

$$\text{2) } \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$$

$$\text{3) } \frac{1}{4}, \frac{3}{8}$$

$$\text{b) 1) } \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$$

$$\text{2) } \frac{2}{3}, \frac{2}{5}$$

$$\text{3) } \frac{1}{4}, \frac{5}{6}$$

Ah, der gleiche Nenner ist das kleinste gemeinsame Vielfache!



ZB $\frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 0,05$

$\frac{7}{8} = \frac{875}{1000} = 0,875$

Wenn man den Nenner eines Bruchs auf eine dekadische Einheit (10, 100, ...) erweitern kann, kann man die zugehörige Dezimalzahl gleich anschreiben.

Aufgaben 1.143 – 1.144: Erweitere den Nenner auf eine dekadische Einheit und schreibe als Dezimalzahl an.

1.143

$$\text{a) } \frac{1}{5}$$

$$\text{b) } \frac{3}{4}$$

$$\text{c) } \frac{1}{50}$$

$$\text{d) } \frac{11}{20}$$

$$\text{e) } \frac{4}{25}$$

1.144

$$\text{a) } \frac{3}{200}$$

$$\text{b) } \frac{5}{8}$$

$$\text{c) } \frac{2}{125}$$

$$\text{d) } \frac{12}{250}$$

$$\text{e) } \frac{3}{40}$$

1.145

Schreibe die Dezimalzahl als Bruch an und kürze anschließend. **a) 0,04** **b) 1,4**

Lösung:

$$\text{a) } 0,04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$$

E z h

$$\text{b) } 1,4 = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

E z

Aufgaben 1.146 – 1.147: Schreibe die Dezimalzahl als Bruch an und kürze anschließend.

1.146

$$\text{a) } 0,5$$

$$\text{b) } -0,02$$

$$\text{c) } 4,8$$

$$\text{d) } -0,005$$

1.147

$$\text{a) } -0,15$$

$$\text{b) } 8,25$$

$$\text{c) } -0,175$$

$$\text{d) } 12,4$$

ZB: $-0,3 = -\frac{3}{10}$



Multiplikation von Brüchen

Zähler · Zähler
Nenner · Nenner

Multiplikation von Brüchen: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Multiplikation eines Bruchs mit einer **ganzen Zahl** n: $\frac{a}{b} \cdot n = n \cdot \frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b}$



ZB $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 8} = \frac{15}{56}$

$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{15} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cancel{2}}{7 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cancel{15}} = \frac{1}{6 \cdot 7} = \frac{1}{42}$

ZB $\frac{3}{4}$ von 100 werden berechnet.

$\frac{3}{4}$ von 100 ... $\frac{3}{4} \cdot 100 = \frac{3 \cdot 100}{4} = 75$

Du kannst auch so schreiben:

$\frac{3}{4} \cdot 100 = \frac{3}{4} \cdot \frac{100}{1}$



1.148 Multipliziere die Brüche. Ergänze die fehlende Zahl.

a) $\frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{\square}{5}$

b) $\frac{1}{4} \cdot 17 = \frac{\square}{4}$

c) $5 \cdot \frac{9}{11} = \frac{\square}{11}$

d) $\frac{2}{7} \cdot 11 = \frac{\square}{7}$

1.149 Überlege, mit welchem Bruch du multiplizieren musst, um 1 zu erhalten. Ergänze die in den Kästchen fehlende Zahl.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{\square} = 1$

b) $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{\square} = 1$

c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{\square}{3} = 1$

d) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{\square} = 1$

Aufgaben 1.150 – 1.152: Berechne. Kürze vor dem Ausmultiplizieren so weit wie möglich.

1.150

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}$

b) $\frac{36}{39} \cdot \frac{9}{8}$

c) $\frac{7}{6} \cdot \frac{9}{7}$

d) $\frac{84}{7} \cdot \frac{42}{126}$

e) $\frac{41}{38} \cdot \frac{19}{82}$

1.151

a) $\frac{10}{21} \cdot \frac{7}{15}$

b) $\frac{16}{24} \cdot \frac{30}{18}$

c) $\frac{8}{40} \cdot \frac{33}{42}$

d) $\frac{72}{24} \cdot \frac{108}{144}$

e) $\frac{115}{46} \cdot \frac{36}{45}$

1.152

a) $\frac{12}{20} \cdot \frac{27}{2} \cdot \frac{10}{9}$

b) $\frac{81}{6} \cdot \frac{10}{30} \cdot \frac{22}{55}$

c) $\frac{45}{30} \cdot \frac{24}{14} \cdot \frac{10}{6}$

d) $\frac{14}{35} \cdot \frac{64}{16} \cdot \frac{36}{33}$

e) $\frac{13}{52} \cdot \frac{39}{26} \cdot \frac{65}{78}$

1.153

Gib die Dezimalzahl in Bruchschreibweise an. Kürze, bevor du das Ergebnis berechnest.

a) $0,3 \cdot \frac{2}{9}$

b) $1,2 \cdot \frac{5}{12}$

c) $\frac{2}{9} \cdot 0,6$

d) $\frac{5}{3} \cdot 0,9$

e) $0,03 \cdot \frac{10}{9}$

Division von Brüchen

Der Kehrwert von $\frac{c}{d}$ ist $\frac{d}{c}$.

Division von Brüchen = Multiplizieren mit dem Kehrwert: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

ZB $\frac{1}{5} : \frac{4}{3} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$

• Der Kehrwert von $\frac{4}{3}$ ist $\frac{3}{4}$.

Für den Kehrwert werden Zähler und Nenner vertauscht.



1.154

Schreibe als Multiplikation an und kürze vor dem Ausrechnen.

a) $\frac{2}{5} : \frac{4}{3}$

c) $\frac{3}{7} : \frac{6}{8}$

e) $\frac{5}{4} : \frac{3}{2}$

g) $\frac{7}{10} : \frac{2}{5}$

i) $\frac{3}{4} : \frac{9}{8}$

b) $\frac{1}{5} : \frac{7}{15}$

d) $\frac{5}{3} : \frac{5}{12}$

f) $\frac{7}{8} : \frac{14}{15}$

h) $\frac{21}{22} : \frac{7}{11}$

j) $\frac{9}{25} : \frac{3}{100}$

1.155 Berechne das Ergebnis.

a) $\frac{7}{2} : \frac{21}{5}$

b) $\frac{2}{7} : \frac{6}{5}$

c) $\frac{6}{25} : \left(-\frac{8}{5}\right)$

d) $\frac{5}{14} : \frac{10}{8}$

e) $\frac{28}{27} : \left(-\frac{16}{9}\right)$

f) $\frac{36}{25} : \frac{18}{15}$

Division eines Bruchs durch eine **ganze Zahl n**: $\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b} : \frac{n}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{n} = \frac{a}{b \cdot n}$

Spezialfall:

Der Zähler ist durch die ganze Zahl teilbar, zB: $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4:2}{5} = \frac{2}{5}$

1.156 Ergänze die fehlende Zahl.

a) $\frac{1}{2} : 5 = \frac{1}{\square}$

c) $\frac{2}{\square} : 3 = \frac{2}{9}$

e) $\frac{\square}{5} : 4 = \frac{1}{5}$

g) $\frac{\square}{4} : 4 = \frac{3}{16}$

b) $\frac{1}{5} : 4 = \frac{1}{\square}$

d) $\frac{3}{\square} : 2 = \frac{3}{4}$

f) $\frac{\square}{7} : 5 = \frac{1}{7}$

h) $\frac{\square}{5} : 3 = \frac{2}{15}$

1.157 Berechne das Ergebnis.

a) $\frac{5}{4} : 2$

b) $\frac{6}{7} : 3$

c) $\frac{14}{9} : (-7)$

d) $\frac{4}{5} : (-12)$

e) $-\frac{12}{7} : 20$

f) $\frac{24}{13} : 12$

Doppelbrüche

Steht im Zähler und/oder im Nenner eines Bruchs auch ein Bruch, so spricht man von einem **Doppelbruch**. Man kann dann den Hauptbruchstrich durch ein Divisionszeichen ersetzen.

Auflösen eines **Doppelbruchs**: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$



Außen mal außen
durch innen mal innen.

1.158 Berechne das Ergebnis.

a) $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{4}}$

b) $\frac{7}{\frac{4}{3}}$

Lösung:

a) $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{4}} = \frac{3}{5} : \frac{7}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$ oder $\left(\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{4}}\right) \curvearrowright = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$

b) $\frac{7}{\frac{4}{3}} = \frac{7}{1} : \frac{4}{3} = \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{21}{4}$

- Oberhalb des Hauptbruchstrichs steht eine **ganze Zahl**. Schreibe vor dem Auflösen des Doppelbruchs die Zahl **7** als Bruch $\frac{7}{1}$ an.

Aufgaben 1.159 – 1.160: Berechne das Ergebnis.

1.159 a) $\frac{1}{\frac{2}{3}}$

b) $\frac{1}{\frac{4}{2}}$

c) $\frac{11}{\frac{3}{2}}$

d) $\frac{5}{\frac{9}{20}}$

e) $\frac{3}{\frac{8}{3}}$

f) $\frac{6}{\frac{15}{5}}$

1.160 a) $\frac{1}{\frac{3}{2}}$

b) $\frac{1}{\frac{5}{10}}$

c) $\frac{-1}{\frac{4}{2}}$

d) $\frac{3}{\frac{5}{6}}$

e) $\frac{2}{\frac{3}{4}}$

f) $\frac{5}{\frac{10}{11}}$

Addition und Subtraktion von Brüchen

Brüche, die den gleichen Nenner haben, nennt man **gleichnamige Brüche**. Sie werden addiert bzw. subtrahiert, indem man die Zähler addiert bzw. subtrahiert.

Addieren und **Subtrahieren** von Brüchen mit **gleichem Nenner**: $\frac{a}{n} \pm \frac{b}{n} = \frac{a \pm b}{n}$

Aufgaben 1.161 – 1.162: Berechne das Ergebnis.

- 1.161 a) $\frac{7}{2} + \frac{9}{2}$ b) $\frac{4}{11} + \frac{7}{11}$ c) $\frac{5}{20} - \frac{3}{20}$ d) $\frac{2}{19} - \frac{7}{19}$
- 1.162 a) $\frac{33}{10} + \frac{27}{10} - \frac{42}{10}$ b) $\frac{25}{6} + \frac{13}{6} - \frac{43}{6}$ c) $\frac{16}{3} - \frac{11}{3} - \frac{8}{3}$ d) $\frac{24}{5} + \frac{27}{5} - \frac{21}{5}$

Brüche mit verschiedenen Nennern nennt man **ungleichnamige Brüche**.

Brüche mit **verschiedenen Nennern** müssen vor dem Addieren (Subtrahieren) auf einen **gemeinsamen Nenner erweitert** werden. Der kleinste gemeinsame Nenner wird Hauptnenner (HN) genannt und ist das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der einzelnen Nenner.

1.163

Berechne.

a) $\frac{7}{10} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{12} - \frac{1}{6} + \frac{3}{8} - \frac{1}{4}$

Lösung:

a) $\frac{7}{10} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{7 \cdot 2}{20} + \frac{2 \cdot 4}{20} - \frac{1 \cdot 10}{20} - \frac{3 \cdot 5}{20} =$ • $\text{kgV}(10, 5, 2, 4) = 20$
 $= \frac{14 + 8 - 10 - 15}{20} = -\frac{3}{20}$

b)

Nenner	Faktoren	Erweiterungsfaktoren
12	$2 \cdot 2 \cdot 3$	2
6	$2 \cdot 3$	2 · 2
8	$2 \cdot 2 \cdot 2$	3
4	$2 \cdot 2$	2 · 3

HN = $\text{kgV}(12, 6, 8, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$

$\frac{5}{12} - \frac{1}{6} + \frac{3}{8} - \frac{1}{4} =$
 $= \frac{5 \cdot 2}{24} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 2}{24} + \frac{3 \cdot 3}{24} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{24} =$
 $= \frac{10}{24} - \frac{4}{24} + \frac{9}{24} - \frac{6}{24} = \frac{10 - 4 + 9 - 6}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

- Durch Erweitern werden die einzelnen Brüche auf gleichen Nenner gebracht und anschließend addiert bzw. subtrahiert.

1.164 Ergänze die fehlenden Zahlen.

a) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{\square}{6} + \frac{\square}{6} = \frac{\square}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $\frac{4}{5} + \frac{1}{4} = \frac{\square}{20} + \frac{\square}{20} = \frac{\square}{20} = \underline{\hspace{2cm}}$

1.165 Erweitere auf den gemeinsamen Nenner und berechne die Brüche. Hier musst du nur einen der beiden Brüche erweitern.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$
 b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $\frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

1.166 Erweitere auf den kleinsten gemeinsamen Nenner und berechne.

a) $\frac{1}{9} - \frac{1}{6} =$ _____ c) $\frac{7}{15} + \frac{3}{10} =$ _____

b) $\frac{1}{10} - \frac{1}{12} =$ _____ d) $\frac{8}{9} + \frac{4}{15} =$ _____

1.167 Berechne das Ergebnis.

a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} =$ _____ c) $\frac{1}{8} + \frac{2}{7} =$ _____

b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{7} =$ _____ d) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} =$ _____

Überlege:
Wann ist der Hauptnenner
das Produkt der einzelnen
Nenner?



Aufgaben 1.168 – 1.170: Erweitere auf den gemeinsamen Nenner und berechne.

1.168 a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{9}$ c) $\frac{3}{10} - \frac{1}{5} + \frac{3}{4}$ d) $\frac{5}{12} - \frac{5}{6} - \frac{5}{9}$

1.169 a) $\frac{15}{2} - \frac{19}{9} - \frac{11}{6}$ b) $\frac{19}{4} - \frac{7}{5} + \frac{39}{10}$ c) $\frac{19}{15} - \frac{5}{3} + \frac{17}{5}$ d) $\frac{41}{21} + \frac{33}{14} - \frac{15}{7}$

1.170 a) $\frac{3}{10} - \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{5}\right)$ b) $\frac{61}{10} - \left(\frac{13}{5} - \frac{105}{4}\right) - \frac{28}{8}$ c) $\frac{73}{16} - \left(5 - \left(\frac{85}{8} - \frac{51}{4}\right)\right)$

Verbindung der vier Grundrechnungsarten

Aufgaben 1.171 – 1.172: Berechne das Ergebnis.

1.171 a) $\left(\frac{3}{10} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{4}$ b) $36 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right)$ c) $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{10}\right) \cdot 10$ d) $\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9}\right)$

1.172 a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : 2$ b) $\frac{9}{10} : \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{8}\right)$ c) $\left(\frac{5}{3} - \frac{7}{6}\right) : \frac{2}{3}$ d) $9 : \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\right)$

1.173 Gib alle Dezimalzahlen als Brüche an, bevor du rechnest.

a) $\frac{9}{2} \cdot \left(\frac{3}{50} + 0,5\right) - \left(1,6 - \frac{7}{5}\right) : 2$ c) $0,25 \cdot \frac{1}{5} + 0,7 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{2}{5}$

b) $\left(\frac{1}{2} + 0,3 \cdot \frac{3}{10}\right) : \frac{4}{5} - 0,6 : \frac{3}{2}$ d) $\left(0,75 - \frac{7}{8}\right) : \left(\frac{3}{8} - 0,75\right)$

Aufgaben 1.174 – 1.179: Berechne das Ergebnis.

1.174 a) $\left(\frac{7}{5} - \frac{17}{6}\right) : \left(-\frac{43}{10}\right)$ b) $\frac{11}{30} : \left(\frac{16}{5} - \frac{14}{3}\right)$ c) $\left(\frac{13}{10} - \frac{4}{15}\right) : \frac{3}{20}$ d) $\frac{41}{10} : \left(-\frac{5}{3} + \frac{158}{21}\right)$

1.175 a) $\frac{11}{3} : \left(\frac{17}{5} - \frac{43}{20}\right) + \frac{1}{15}$ b) $\frac{1}{17} - \frac{3}{35} : \left(\frac{7}{5} - \frac{3}{7}\right)$ c) $\frac{5}{18} - \frac{2}{9} : \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{12}\right)$

1.176 a) $\frac{23}{5} - \frac{63}{26} : \frac{42}{13} + \frac{12}{25} \cdot \frac{5}{8}$ b) $\frac{15}{4} + \frac{43}{8} : \frac{9}{16} - \frac{65}{16} \cdot \frac{44}{15}$ c) $\frac{35}{8} : \frac{5}{6} + \frac{33}{5} \cdot \frac{10}{3} - \frac{35}{4} : 5$

1.177 a) $\frac{2}{5} - \left[1 - \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9}\right)\right] \cdot \frac{9}{5}$ b) $\left[\left(\frac{5}{7} - \frac{5}{8}\right) \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{7}\right] : \frac{5}{7} - \frac{2}{5}$

1.178 a) $\frac{61}{3} : \frac{7}{4} - \left(\frac{79}{5} - \frac{13}{15}\right) : \left(\frac{28}{5} - \frac{21}{2}\right)$ b) $\left(\frac{7}{4} - \frac{29}{12}\right) \cdot \left(\frac{22}{7} - \frac{57}{14}\right) + \frac{11}{35} : \left(\frac{32}{5} - \frac{15}{2}\right)$

1.179 a) $\left[\frac{3}{80} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{12} - \frac{3}{8}\right) + \frac{2}{5}\right] : \frac{5}{21}$ b) $\frac{2}{11} - \left[\frac{15}{49} : \left(\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3} - \frac{32}{35}\right) - \frac{1}{14}\right]$

Zahlenmengen und Rechenoperationen

- 1.180** Addiere $\frac{3}{4}$ zum Produkt von $\frac{1}{2}$ und $\frac{7}{5}$.
- 1.181** Vermindere die Summe aus $\frac{3}{4}$ und 3,5 um das Produkt von $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$.
- 1.182** Addiere zur doppelten Summe aus $\frac{1}{2}$ und $\frac{4}{5}$ das Dreifache von $\frac{4}{9}$.
- 1.183** In einer dreistöckigen Jugendherberge liegen $\frac{1}{4}$ der Zimmer im ersten Stock und $\frac{1}{3}$ der Zimmer im zweiten Stock. Welcher Bruchteil der Zimmer liegt im Erdgeschoß?
- 1.184** Antonia hat eine Holzplatte zugeschnitten. Die Holzplatte ist 84 cm lang. Ihre Breite beträgt $\frac{5}{7}$ der Länge, ihre Dicke beträgt $\frac{1}{30}$ der Breite. Berechne die Abmessungen der Holzplatte.
- 1.185** In einer Abfüllanlage werden 615 L Marillensaft abgefüllt. Jede Flasche kann mit $\frac{7}{10}$ L befüllt werden. Wie viele solche vollen Flaschen können befüllt werden? Wie viel Marillensaft bleibt übrig?
- 1.186** Arda fertigt 2 Werkstücke aus Kupferdraht an, den er von einer Rolle mit 5 m Draht abschneidet. Pro Werkstück braucht er 1 Stück Draht mit $\frac{1}{2}$ m Länge und 3 Stück Draht mit $\frac{1}{4}$ m Länge. Berechne, wie viel Meter Draht danach noch auf der Rolle sind.
- 1.187** Eva bekommt am Sonntag eine Sonnenblume geschenkt, die 16 cm hoch ist. Am Dienstag ist sie schon um $\frac{1}{4}$ höher als am Sonntag. Am Freitag ist die Sonnenblume $\frac{3}{2}$ -mal so hoch wie am Dienstag. Berechne die Höhe der Sonnenblume am Freitag.
- 1.188** Johnny ist 162 cm groß. Er möchte wissen, wie groß sein Werkstättenlehrer ist. Dieser antwortet: „Wenn du noch um 6 cm wächst, bin ich um ein Achtel größer als du“. Berechne die Größe des Werkstättenlehrers.



1.189 Berechne den Doppelbruch: $\frac{\frac{8}{5} \cdot \frac{3}{7}}{\frac{6}{7} - \frac{2}{3}}$

Lösung:

$$\frac{\frac{8}{5} \cdot \frac{3}{7}}{\frac{6}{7} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{24}{35}}{\frac{18}{21} - \frac{14}{21}} = \frac{\frac{24}{35}}{\frac{4}{21}} = \frac{24 \cdot 21}{35 \cdot 4} = \frac{18}{5}$$

- Vereinfache zuerst so, dass oberhalb und unterhalb des **Hauptbruchstrichs** jeweils nur ein Bruch steht.

Aufgaben 1.190 – 1.191: Berechne das Ergebnis.

1.190 a) $\frac{\frac{2}{3} + 1}{\frac{5}{7}}$ b) $\frac{\frac{3}{4}}{1 + \frac{1}{2}}$ c) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{\frac{7}{5}}$ d) $\frac{2 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{3}{4}}$

1.191 a) $\frac{\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} + 1}{2 - \frac{7}{8}}$ b) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}$ c) $\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} - \frac{1}{7}}$ d) $\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} - 1}{\frac{1}{3} - \frac{3}{8}}$

1.6 Weitere Aufgaben

Aufgaben 1.192 – 1.197: Berechne das Ergebnis.

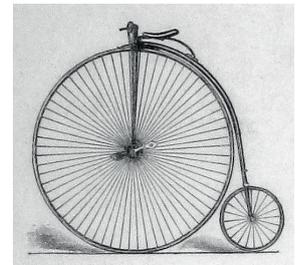
- 1.192** a) $4 : 2 - 8 \cdot 4 + 5 - 12 : 6 + 6 - 4 \cdot 3$ c) $7 + 3 \cdot 6 - 20 : 4 + 8 \cdot 7 - 18 : 9$
 b) $15 : 5 - 9 \cdot 3 + 32 : 4 - 8 + 6 \cdot 1$ d) $9 + 28 : 7 - 4 : 1 - 8 \cdot 3 + 6 \cdot 7 - 18$
- 1.193** a) $12 + 2 \cdot (3 + 4 \cdot 7) - (14 - 3) \cdot 4 + 5 \cdot 6$ b) $16 + (2 \cdot 8 - 10) \cdot 5 + (-9 \cdot 5 - 7 \cdot 4 + 19 \cdot 5) : 2$
- 1.194** a) $9 - [5 + (3 + 4 \cdot 2) \cdot 11] + [(3 + 2) \cdot 6 - 10]$ b) $(8 - 5) \cdot 7 + [(32 - 4 \cdot 7) \cdot 10 + (8 + 2) : 5]$
- 1.195** a) $13 + 18 \cdot 3 + (-40) : 8 - (-9) \cdot (+7)$ c) $-8 \cdot 6 + 45 : (-9) + 10 \cdot (-2) - (-5) \cdot 3$
 b) $9 - 55 : 11 + (-7) \cdot 4 - (-64) : (-8)$ d) $18 : 3 + 9 + (-24) : (-6) + (-4) \cdot 2 - 8 : 2$
- 1.196** a) $9 - [-5 + (3 - 4 \cdot 2) \cdot (-11)] - [3 + (-2)]$ b) $-(8 - 5) \cdot (-7) + \{[9 - (-4) \cdot 7] + 5\} \cdot (-1)$
- 1.197** a) $15 - [(-8) \cdot 2 - 40] + (-45) : 5 + 16 : (-4)$ b) $-20 - [99 : (17 - 6)] + (30 - 2) : 7 \cdot (-1)$

- 1.198** Auf einem Konto beträgt der Kontostand 1 278,23 €. An einem Tag werden 305,29 € abgebucht und 120,00 € eingezahlt. Am Tag darauf werden 50,00 € abgebucht, 29,99 € abgebucht und 531,45 € eingezahlt.
 Berechne den Kontostand nach diesen zwei Tagen.

- 1.199** Schreibe statt der Division die entsprechende Multiplikation an und rechne dann im Kopf.
 a) $35,3 : 0,001$ b) $180,6 : 0,1$ c) $3,361 : 0,01$ d) $35,01 : 0,001$

- 1.200** Zwei verschieden hohe Regale sollen durch Regalbretter unterteilt werden. Alle Fächer sollen dabei gleich hoch werden. Die Höhe des ersten Regals beträgt 180 cm und jene des zweiten Regals 225 cm.
 1) Wie hoch können die Fächer maximal sein? (Die Dicke der Regalbretter wird vernachlässigt.)
 2) Wie viele Regalbretter werden dafür benötigt?

- 1.201** Das Vorderrad eines historischen Hochrads hat einen Durchmesser von 2,20 m, das Hinterrad hat einen Umfang von 55 cm. Berechne, wie weit das Fahrrad fahren muss, damit die Räder gleichzeitig eine ganze Anzahl von Umdrehungen gemacht haben.
 Hinweis: $u = d \cdot \pi$



- 1.202** Kreuze an.

... ist Teiler von ...	108	270	436	483	1 825	2 310	2 520	3 600
2	<input type="checkbox"/>							
3	<input type="checkbox"/>							
4	<input type="checkbox"/>							
5	<input type="checkbox"/>							
6	<input type="checkbox"/>							
8	<input type="checkbox"/>							
9	<input type="checkbox"/>							

- 1.203** Bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache und den größten gemeinsamen Teiler.
 a) 48, 54 b) 270, 108 c) 210, 315 d) 432, 720

Zahlenmengen und Rechenoperationen

1.204 Gib in Dezimalschreibweise an.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{6}{8}$ d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{2}{5}$ f) $\frac{1}{25}$

1.205 Schreibe als gekürzten Bruch an.

a) 0,8 b) 0,05 c) 0,15 d) 0,015 e) 0,275 f) 0,004

Aufgaben 1.206 – 1.209: Berechne und kürze, wenn möglich, das Ergebnis.

1.206 a) $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} + \frac{17}{24} - \frac{3}{16} - \frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3} - \frac{5}{12} + \frac{17}{24} - \frac{4}{9} - \frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{15} - \frac{3}{25} + \frac{1}{5} - \frac{17}{30} + \frac{3}{10}$

1.207 a) $\frac{24}{7} \cdot 21$ b) $16 : \frac{8}{9}$ c) $\frac{12}{25} \cdot \frac{15}{16}$ d) $\frac{5}{11} : 10$ e) $\frac{6}{5} : \frac{10}{21}$

1.208 a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8}$ b) $\frac{26}{39} \cdot \frac{9}{8}$ c) $\frac{7}{6} \cdot \left(-\frac{9}{7}\right)$ d) $-\frac{84}{7} \cdot \frac{42}{126}$ e) $\frac{41}{38} \cdot \left(-\frac{19}{82}\right)$

1.209 a) $\frac{1}{3} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{10}\right) + \frac{2}{5}\right]$ b) $\frac{5}{18} - \left[\frac{1}{6} - \frac{8}{27} : \left(-\frac{32}{3}\right)\right]$ c) $\frac{1}{2} : \left[\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{15} - \frac{1}{10}\right) + \frac{7}{10}\right]$

1.210 In einem magischen Quadrat ist die Summe jeder Zeile, jeder Spalte und jeder Diagonale jeweils gleich. Ergänze die fehlenden Zahlen.

a)

$\frac{3}{4}$		$\frac{7}{12}$
	$\frac{1}{2}$	
		$\frac{1}{4}$

b)

$\frac{17}{12}$		
1		
$\frac{13}{12}$		$\frac{11}{12}$

c)

$\frac{13}{15}$		
$\frac{9}{20}$	$\frac{37}{60}$	$\frac{47}{60}$

1.211 In einer Kiste liegen 24 Schraubendreher. $\frac{1}{3}$ davon sind Schlitzschraubendreher, $\frac{1}{4}$ sind Kreuzschlitzschraubendreher und alle anderen sind Sechskantschraubendreher. Wie viele Schraubendreher sind das jeweils?

1.212 Eine Müsli-Mischung mit einer Masse von 750 g besteht zu zwei Fünftel aus Haferflocken und zu einem Sechstel aus Schokoladestückchen. Berechne die Masse der Haferflocken und der Schokoladestückchen.



1.213 Elias teilt seine Tafel Schokolade mit seinen Freunden. Victoria erhält ein Drittel von der Hälfte, Igor die Hälfte von einem Viertel. Berechne den Anteil, den die beiden jeweils bekommen.

1.214 Berechne den Doppelbruch.

a) $\frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{5}}{\frac{44}{45}}$ b) $\frac{4 \cdot \frac{5}{7}}{\frac{2}{7} + \frac{3}{14}}$ c) $\frac{\frac{7}{5} + \frac{4}{15}}{\frac{9}{5} \cdot \frac{15}{6}}$ d) $\frac{\frac{9}{4} - \frac{1}{16}}{\frac{7}{8} + \frac{5}{4}}$

ZUSAMMENFASSUNG

Menge der natürlichen Zahlen \mathbb{N}

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Primzahlen

Natürliche Zahlen (≥ 2), die nur durch 1 und sich selbst teilbar sind, heißen Primzahlen.

$$\mathbb{P} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$$

Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV) mehrerer natürlicher Zahlen ist die kleinste Zahl, in der jede dieser Zahlen als Teiler enthalten ist.

Größter gemeinsamer Teiler (ggT) mehrerer natürlicher Zahlen ist die größte Zahl, die jede dieser Zahlen teilt.

Menge der ganzen Zahlen \mathbb{Z}

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Darstellung auf der Zahlengeraden



Betrag (Absolutbetrag) einer Zahl z :
$$|z| = \begin{cases} z, & \text{wenn } z \geq 0 \\ -z, & \text{wenn } z < 0 \end{cases}$$

Menge der rationalen Zahlen (Bruchzahlen) \mathbb{Q}

Rationale Zahlen können als Brüche oder als Dezimalzahlen (Kommazahlen) dargestellt werden.

Mit **Brüchen** werden **Teile von Ganzen** beschrieben. Der **Nenner** gibt an, in wie viele Teile das Ganze geteilt wird. Der **Zähler** gibt an, wie viele Teile ausgewählt werden.

Erweitern von Brüchen

Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl ($\neq 0$) multipliziert.

Kürzen von Brüchen

Zähler und Nenner werden durch die gleiche Zahl ($\neq 0$) dividiert.

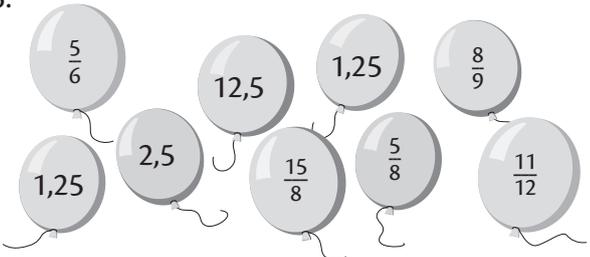
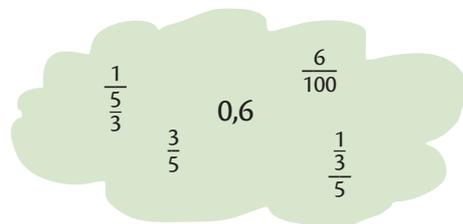
Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Brüche müssen zuerst auf gleichen Nenner erweitert werden. Dann werden die Zähler addiert bzw. subtrahiert, der Nenner bleibt unverändert.

Multiplizieren von Brüchen: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Dividieren von Brüchen = Multiplizieren mit dem Kehrwert: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

Auflösen eines **Doppelbruchs**: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

		gelöst
9	Berechne das Ergebnis. $(4 + \frac{8}{3} \cdot \frac{64}{15}) \cdot \frac{24}{37} =$ _____	
10	Multipliziere den Bruch mit der ganzen Zahl. a) $-6 \cdot \frac{2}{7} =$ _____ b) $\frac{3}{10} \cdot 5 =$ _____	
11	Bemale alle Luftballone, die ein Ergebnis beinhalten. Wurde richtig gerechnet, so ist die Summe der verbleibenden Brüche in den weiß gebliebenen Ballons gleich 3. $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} =$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} =$ $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} =$ $\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} =$ $5 \cdot \frac{2}{5} =$ $\frac{5}{12} \cdot \frac{1}{6} =$ 	
12	Vereinfache den Doppelbruch: $1 + \frac{1}{\frac{3}{4}} =$ _____	
13	Ist die Summe aus 12,53 und 1,1 oder das Produkt dieser beiden Zahlen größer? Beantworte die Frage mithilfe zweier Rechnungen.	
14	Drei der fünf Zahlen haben den gleichen Wert. Streiche die beiden anderen durch. 	
15	Ein Urlaub kostet 600,00 €. Zwei Drittel vom Gesamtpreis kostet das Hotel und ein Viertel vom Gesamtpreis kostet die Anreise. Der Rest sind Gebühren. a) Welcher Bruchteil vom Gesamtpreis muss für die Gebühren bezahlt werden? b) Um wie viel Euro ist das Hotel teurer als die Anreise? 	

Lösungen:
 1) (von links nach rechts) a) $4; 2; 3; 1; 1; 4; 2; 3; 2$, b) $1; 4; 2; 3; 2$, c) $1; 4; 3; 2$
 2) a) 53, b) -35
 3) ggT(144, 216) = 72, kgV(144, 216) = 432
 4) $6; 4; |-5|; -1; 2; -7; -9; 8; -3$
 5) $\frac{1}{2} = \frac{14}{28} = \frac{7}{14} = \frac{14}{28}$, $\frac{2}{5} = \frac{65}{20} = \frac{8}{20} = \frac{16}{40}$
 6) 0,6 7) 81,638, Summe, 204,309, Produkt, -75,89, Differenz, 2 256,4 Quotient
 8) Nenner, Hauptnenner, Vielfache, Nenner
 9) 3 10) $-\frac{12}{3} - \frac{7}{2}$ 11) $\frac{6}{5} + 1,25 + \frac{11}{12} = 3$ 12) $\frac{3}{1}$ 13) das Produkt 14) $\frac{5}{1} = \frac{15}{6}$ und $\frac{100}{6} = 0,06$
 15) a) $\frac{1}{12}$, b) 250,00 €