6 Lineare Optimierung

Geldbeträge werden generell auf 2 Dezimalstellen angegeben.

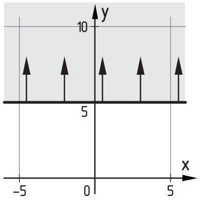
6.1 ***1)*** $E(x, y) = 27x + 18y$ und $x + y \leqslant 1\,500$

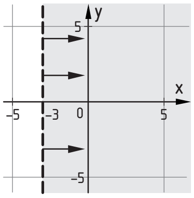
2) 1. Jahr: 25 200,00 €; 2. Jahr: 26 910,00 €; 3. Jahr: 27 630,00 €; im dritten Jahr waren die Einnahmen am höchsten.

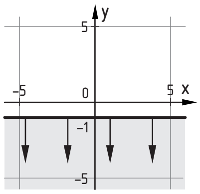
3) Falls alle 1 500 Karten verkauft werden, sind die Einnahmen umso höher, je mehr Karten an Erwachsene verkauft werden. $E_{max} = 1\,500 \cdot 27{,}00$ € $= 40\,500{,}00$ €. Es werden allerdings niemals nur Erwachsene den Ball besuchen.

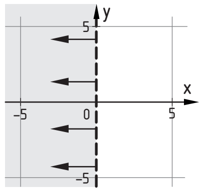
6.2 ***a)*** $\left\{x \in \mathbb{R} \middle| x < -\frac{5}{3}\right\}$ ***c)*** $\left\{y \in \mathbb{R} \middle| y \geqslant \frac{2}{5}\right\}$

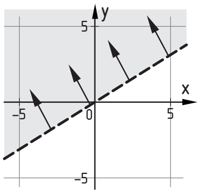
b) $\left\{x \in \mathbb{R} \middle| (x < 0) \vee \left(x > \frac{5}{4}\right)\right\}$ ***d)*** $\left\{y \in \mathbb{R} \middle| y \leqslant \frac{5}{3}\right\}$

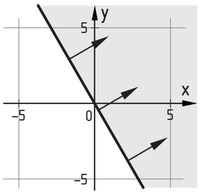
6.4 ***a)***


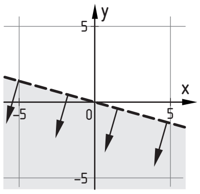
b)


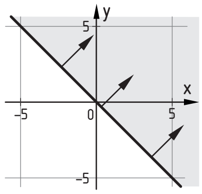
c)


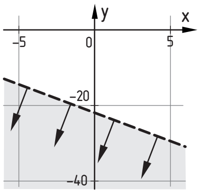
d)


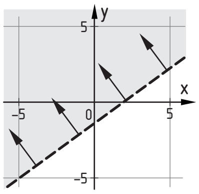
6.5 ***a)***


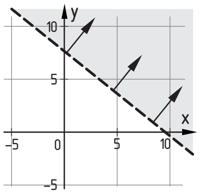
b)


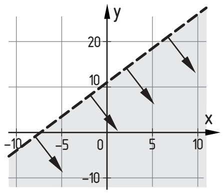
c)


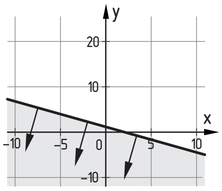
d)


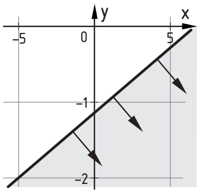
6.6 ***a)***


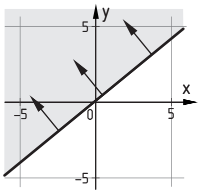
b)


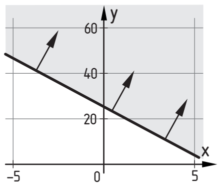
c)


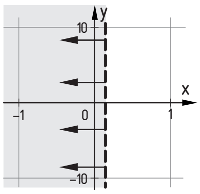
d)


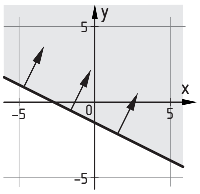
6.7 ***a)***


b)


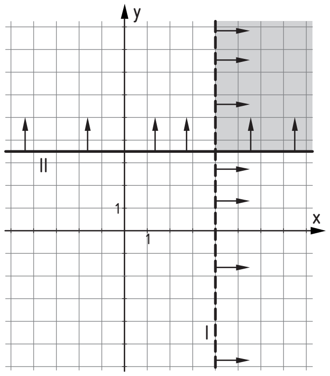
c)


d)


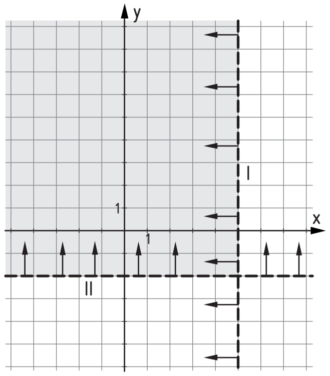
6.8 ***a)***


b)


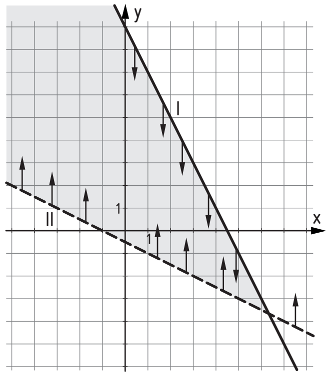
6.10 ***a)***



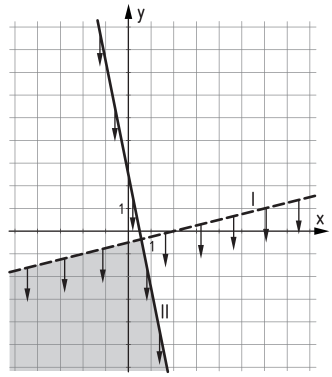
b)



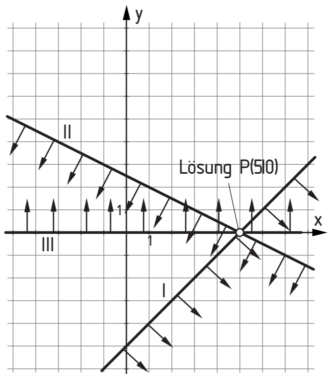
c)



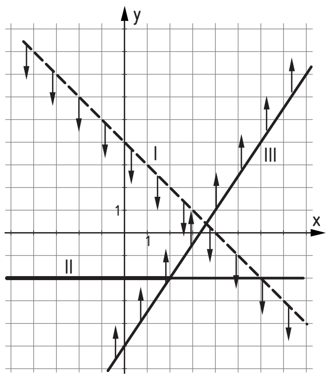
d)



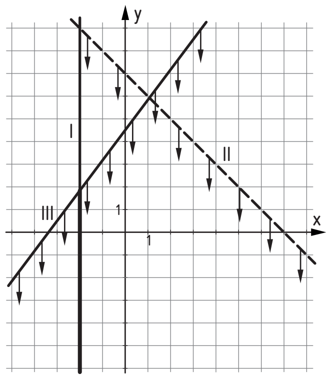
6.11 ***a)***



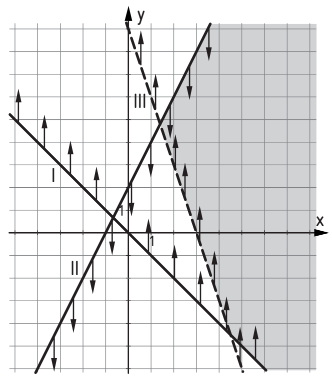
b)



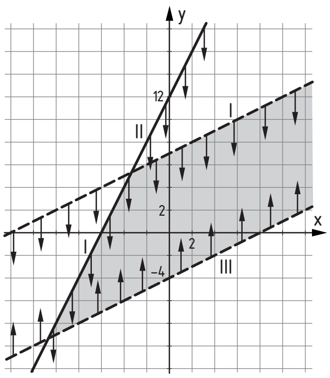
c)



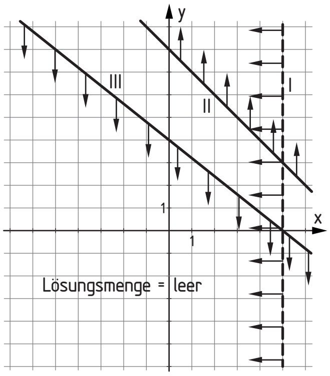
d)



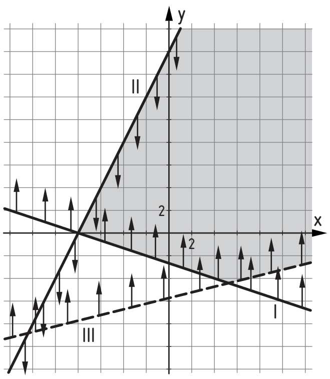
6.12 ***a)***



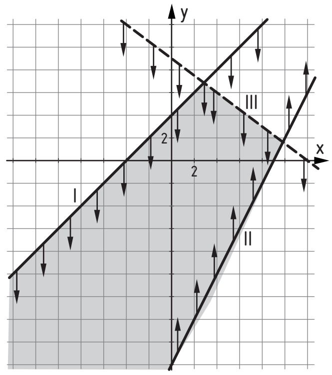
b)



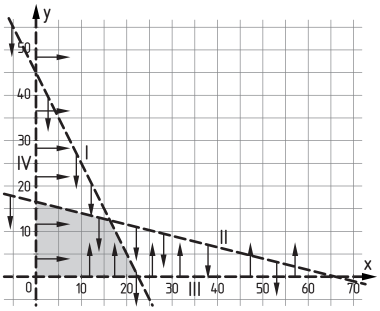
c)



d)

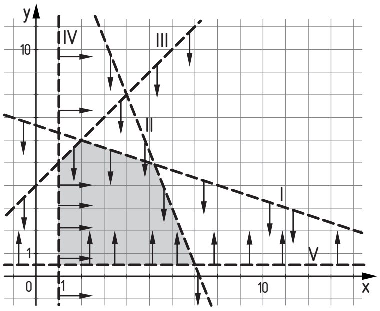


6.13 ***a)***



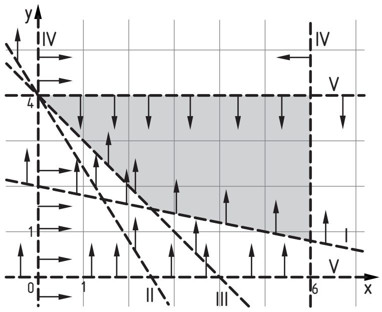
Eckpunkte: $(0|16{,}5)$, $\left(\frac{114}{7}\middle|\frac{87}{7}\right)$, $(22{,}5|0)$, $(0|0)$

b)



Eckpunkte: $(1|5)$, $(2|6)$, $\left(\frac{68}{13}\middle|\frac{64}{13}\right)$, $\left(7\middle|\frac{1}{2}\right)$, $\left(1\middle|\frac{1}{2}\right)$

c)



Eckpunkte: $(0|4)$, $(6|4)$, $(6|0{,}8)$, $(2{,}5|1{,}5)$

6.14 ***a)*** I: $75x - y \geqslant 300$
II: $25x - y \leqslant 0$

b) I: $x + 15y \leqslant 1\,050$
II: $x + 5y \leqslant 600$
III: $x \geqslant 100$
IV: $y \geqslant 10$

c) I: $-x + y \leqslant 4$
II: $x + 4y \geqslant -4$
III: $3x + 2y \leqslant 6$

6.15 I: $y \leqslant x - 2$
II: $y \leqslant -x + 11$
III: $x \geqslant -2$
IV: $x \leqslant 3$
V: $y \geqslant 3$
VI: $y \leqslant 10$

6.16 ***a)*** n ... Niederschlag in mm; t ... Temperatur in °C
Trennlinie zwischen Wüste und offenem Land: $n - 205 = \frac{226 - 205}{17 - 10}(t - 10) \Rightarrow n = 3t + 175$

Damit lässt sich der Bereich Wüste beschreiben durch: I: $n \leqslant 3t + 175$, II: $t \geqslant 2$, III: $n \geqslant 0$,

Trennlinie offenes Land und Wald: $n - 576 = \frac{970 - 576}{20 - 8}(t - 8) \Rightarrow 6n = 197t + 1\,880$

Damit lässt sich der Bereich offenes Land beschreiben durch: I: $n \geqslant 3t + 175$, II: $6n \leqslant 197t + 1\,880$, III: $t \geqslant 2$,

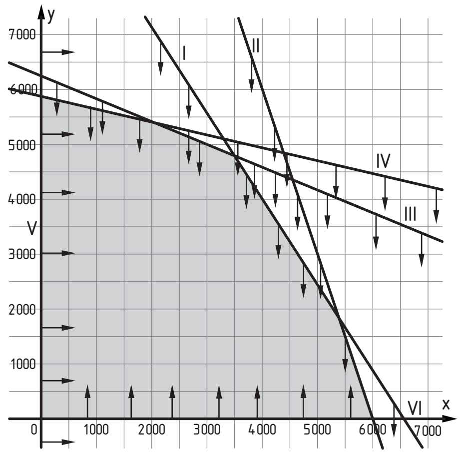
der Bereich Wald wird beschrieben durch: I: $6n \geqslant 197t + 1\,880$, II: $t \geqslant 2$.

b) Wüste: $n \leqslant 3 \cdot 15 + 175 = 220$ mm
offenes Land: $220 \text{ mm} \leqslant n \leqslant 806$ mm
Wald: $n \geqslant 806$ mm

6.17 ***a)*** x ... 1kg Wake Up, y ... 1 kg Super Fit

I: $0{,}55x + 0{,}35y \leqslant 3\,600$
II: $0{,}15x + 0{,}05y \leqslant 900$
III: $0{,}05x + 0{,}12y \leqslant 750$
IV: $0{,}15x + 0{,}65y \leqslant 3\,800$
V: $x \geqslant 0$
VI: $y \geqslant 0$

b)



c) Eckpunkte: (0|0), (0|5 846), (2 172|5 345), (3 495|4 794), (5 400|1 800), (6 000|0)

6.19 ***2)*** 40 000 Liter von Sorte 1 und 50 000 Liter von Sorte 2; ***3)*** 34 800,00 €

6.20 ***1)*** 200 t HS 12–1–3–1 und 30 t HS 6–5–5–10 ***2)*** 50 710,00 €

6.21 13 kleine und 7 große Bilder; 147,40 €

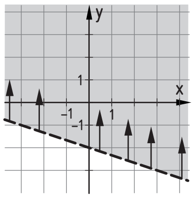
6.22 ***2)*** 2 400 Stück von Aktie 1 und 2 666 Stück von Aktie 2 ***3)*** 18 318,60 €

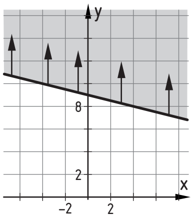
6.23 ***1)*** 200 Stück Marillentraum und 50 Stück Kirschwunder; 757,00 €
2) 272 Torten, 178 Stück Marillentraum, 94 Stück Kirschwunder; 799,46 €

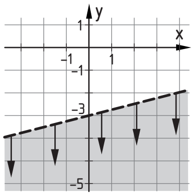
6.24 ***2)*** 50 t von Sorte 1 und 10 t von Sorte 2 ***3)*** 156 315,00 € ***4)*** 174 043,50 €

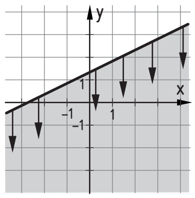
6.25 ***a)*** 1 200 m^2 vom ersten Belag und 300 m^2 vom zweiten Belag
b) 916,67 m^2 vom ersten Belag und 583,33 m^2 vom zweiten Belag

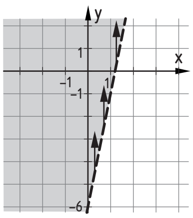
6.26 ***1)*** 600 g von der ersten Mischung und 300 g von der zweiten Mischung
2) 42,00 € ***3)*** Ja, aber nur 3 Cent pro 100 g.

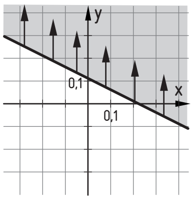
6.27 ***a)***


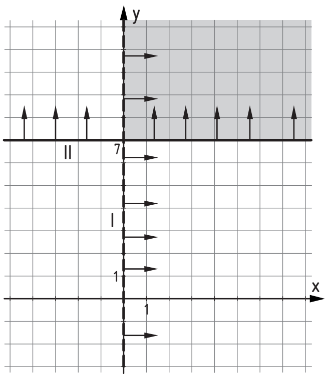
b)


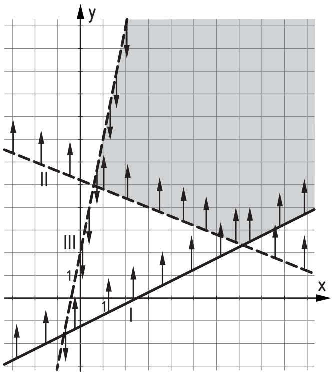
c)


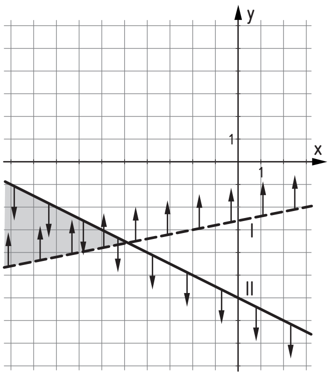
d)


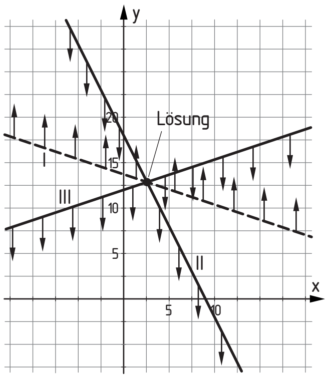
6.28 ***a)***


b)


6.29 ***a)***


c)


b)


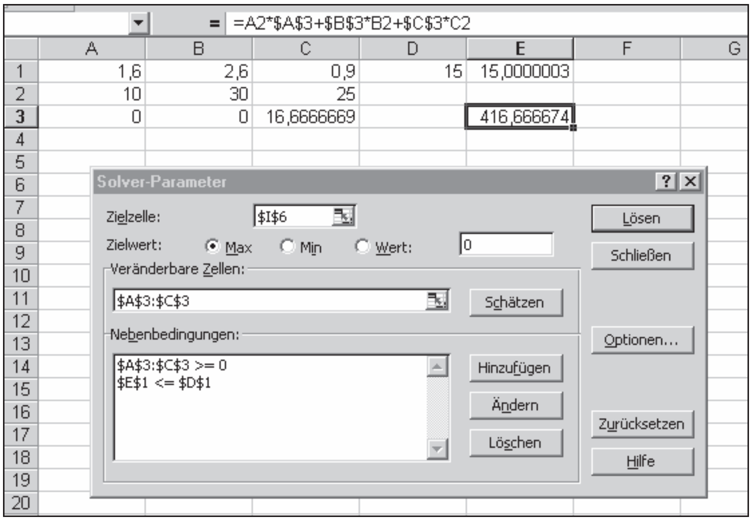
d)


6.30 15 Werkstücke von A und null Werkstücke von B.

6.31 16,956... g von der ersten Mischung und 21,739... g von der zweiten Mischung; 309,438... $\frac{€}{kg}$

6.32 ***1)*** 6 kg der ersten Sorte und 3 kg der zweiten Sorte. ***2)*** 9 kg ***3)*** 105,00 €

6.33 ***1)*** Natürlich sind hier nur ganzzahlige Lösungen sinnvoll. Man muss für diese Aufgabe aber kein Programm bemühen, sondern kommt durch Überlegen auch zur Lösung:
16 Presseeinschaltungen erreichen ca. 400 000 Personen und kosten insgesamt 14 400,00 €.
Modell:
$\underline{\text{I: } 1{,}6x + 2{,}6y + 0{,}9z \leq 15}$
$z = 10x + 30y + 25z$ ... maximal



Die Überlegungen können so beginnen: Wenn ich nur im Rundfunk werbe, dann kann ich mir $\frac{15}{1{,}6}$ Einschaltungen leisten. Wie viele Personen erreich ich damit? Usw.

2) Die kostengünstigste Variante ist es, acht Presseeinschaltungen zu wählen. Damit werden genau die gewünschten Personenzahlen erreicht und die Kosten liegen bei 7 200,00 €.
Modell:
I: $20x + 40y + 45z \geq 300$
$\underline{\text{II: } 10x + 30y + 25z \geq 200}$
$z = 1{,}6x + 2{,}6y + 0{,}9z$ ... minimal

6.34 5 000,00 € in EuCent und 6 666,67 € in Equity anlegen. Dabei ist eine Gesamtrendite von 575,00 € zu erzielen.

6.35 300 Motoren mit 54 kW und 400 mit 67 kW; 910 000,00 €

6.36 ***1)*** Frau Michel muss 27 Stück von Mantelmodell 1 und 33 Stück von Mantelmodell 2 einkaufen.
2) 4 260,00 € ***3)*** –