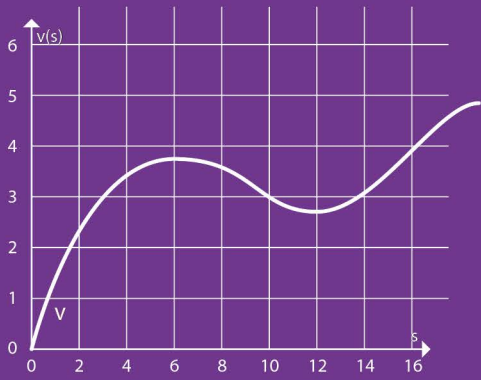




$$\frac{10x^2 - 20x}{3x^2 - 6x}$$

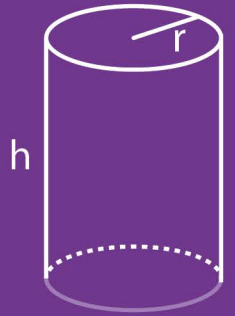


$$\sqrt{xy}$$

$$I: -5X + 3Y = 15$$

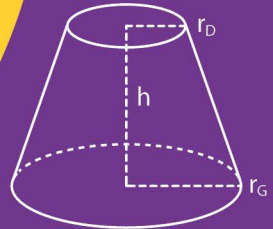
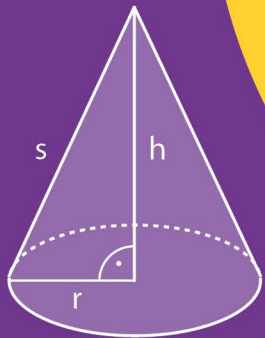
$$II: X + 3Y = -3$$

NEUER
LEHRPLAN



Mathe4

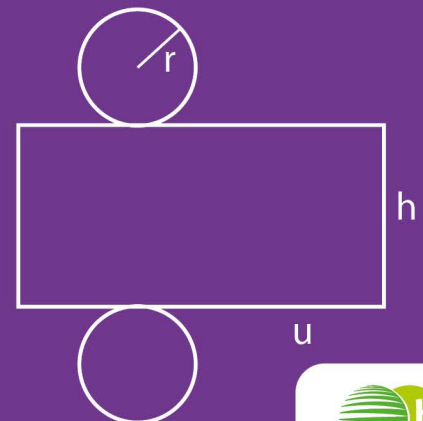
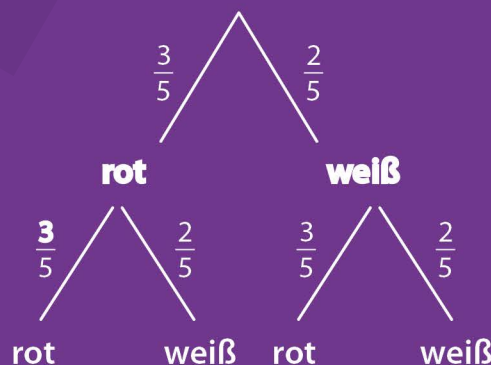
BENISCHEK | HAUER-TYPPELT |
SATTLBERGER | STEINLECHNER-WALLPACH



$$\mathbb{Z} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Inhaltsverzeichnis

###

1 Einstieg 7

- 1.1 Übungsaufgaben zum Einstieg – Wahlen, Steuern, Wirtschaft und Technik... 7
- 1.2 Technologieeinsatz 12
- 1.3 Berühmte Mathematiker und Mathematikerinnen 15

2 Reelle Zahlen 17

- 2.1 Wiederholung: Rationale Zahlen 17
- 2.2 Quadratwurzel und Wurzelziehen 18
- 2.3 Rechenregeln für Wurzeln 18
- 2.4 Irrationale Zahlen 20
- 2.5 Menge der reellen Zahlen 20
- 2.6 Kubikwurzeln 21
- 2.7 Wiederholungsaufgaben zu rationalen Zahlen 21
- 2.8 Aufgaben zum Rechnen mit Wurzeln 24

Schwierigkeitsgestuftes Aufgabenset 33

Mathematische Spielereien und Rätsel 36

3 Terme , Gleichungen und Formeln 37

- 3.1 Wiederholung 37
- 3.2 Bruchterme und Bruchgleichungen 39
- 3.3 Gleichungen in Sachsituationen 42
- 3.4 Übungsaufgaben 43

Schwierigkeitsgestuftes Aufgabenset 55

Mathematische Spielereien und Rätsel 58

###

4 Funktionen 59

- 4.1 Funktionen und ihre Darstellungen 59
- 4.2 Übungsaufgaben 62
- 4.3 Lineare Funktionen 72
- 4.4 Weitere spezielle Funktionen 74
- 4.5 Übungsaufgaben zu linearen und weiteren speziellen Funktionen 75

Schwierigkeitsgestuftes Aufgabenset 86

Mathematische Spielereien und Rätsel 92

5 Lineare Gleichungssysteme 94

- 5.1 Lineare Gleichungen mit zwei Variablen 94
- 5.2 Lineare Gleichungssysteme und ihre Lösungen 95
- 5.3 Rechnerische Lösungsverfahren 96
- 5.4 Anwendungsaufgaben 97
- 5.5 Übungsaufgaben zu Gleichungssystemen 98

Schwierigkeitsgestuftes Aufgabenset 108

Mathematische Spielereien und Rätsel 111

##

6 Statistik 112

6.1 Absolute und relative Häufigkeiten in Vierfeldertafeln bzw. Kreuztabellen ...	112
6.2 Übungsaufgaben zu Kreuztabellen	115
6.3 Darstellen von Häufigkeitsverteilungen und statistische Kennzahlen	122
6.4 Übungsaufgaben zum Darstellen von Häufigkeitsverteilungen und zu statistischen Kennzahlen	126
Schwierigkeitsgestuftes Aufgabenset	138
Mathematische Spielereien und Rätsel	144

###

7 Wahrscheinlichkeiten bei ein- und zweistufigen Zufallsexperimenten 145

7.1 Wiederholung grundlegender Begriffe und Laplace-Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten	145
7.2 Übungsaufgaben zu einstufigen Zufallsexperimenten	148
7.3 Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten – Arbeiten mit Baumdiagrammen	154
7.4 Übungsaufgaben zu zweistufigen Zufallsexperimenten	157
Schwierigkeitsgestuftes Aufgabenset	168
Mathematische Spielereien und Rätsel	174

8 Lehrsatz des Pythagoras 176

8.1 Der Lehrsatz des Pythagoras	176
8.2 Anwendungen des pythagoräischen Lehrsatzes in ebenen Figuren	178
8.3 Übungsaufgaben zur Anwendung des pythagoräischen Lehrsatzes in ebenen Figuren	181
8.4 Anwendung des pythagoräischen Lehrsatzes in Körpern	188
8.5 Übungsaufgaben zur Anwendung des pythagoräischen Lehrsatzes in Körpern	190
Schwierigkeitsgestuftes Aufgabenset	194
Mathematische Spielereien und Rätsel	197

9 Kreis 198

9.1 Kreiszahl und der Umfang	198
9.2 Fläche von Kreisen und Kreisteilen	199
9.3 Übungsaufgaben zu Kreisberechnungen	200
Schwierigkeitsgestuftes Aufgabenset	214
Mathematische Spielereien und Rätsel	217

10 Drehzylinder und Drehkegel 218

10.1 Wiederholung: Prismen und Pyramiden	218
10.2 Drehzylinder und Drehkegel	219
10.3 Übungsaufgaben zu Prismen und Pyramiden	221
10.4 Übungsaufgaben zu Drehzylinder und Drehkegel	225
Schwierigkeitsgestuftes Aufgabenset	234
Mathematische Spielereien und Rätsel	237

Anhang

Stichwortverzeichnis	###
Fächerübergreifende Themen	###
Quellenverzeichnis	###

Ich war jetzt eine Woche krank und musste im Bett liegen, das war schon ziemlich langweilig. Daher habe ich – zumindest tagsüber – jede halbe Stunde meine Temperatur gemessen. Ich wollte wissen, wann es mir endlich besser geht!

Sehr cool, gut dass du jetzt wieder gesund bist. Hast du die Werte auch in einem Diagramm dargestellt?



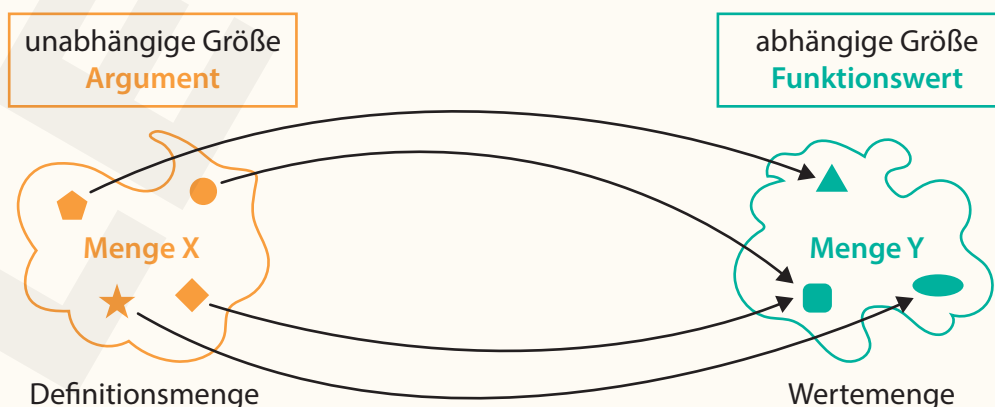
In diesem Kapitel lernst du ...

- was man in der Mathematik unter dem Begriff Funktion versteht.
- wie man Funktionen mit einem Funktionsgraph, mit einer Wertetabelle oder mit einer Funktionsgleichung darstellen und beschreiben kann.
- wie man aus Graphen und Diagrammen wichtige Eigenschaften von Funktionen ablesen kann.
- im Speziellen die lineare Funktion und deren Eigenschaften kennen.

4.1 Funktionen und ihre Darstellungen

In der Mathematik versteht man unter einer **Funktion** einen **eindeutigen Zusammenhang** zwischen zwei Größen.

Anders ausgedrückt ist eine Funktion eine **Zuordnung**, die jedem **Element x** (**Argument** oder **unabhängige Größe**) aus einer **Menge X** (**Definitionsmenge**) eindeutig ein **Element y** (**Funktionswert** oder **abhängige Größe** genannt) aus einer **Menge Y** (**Wertemenge**) zuordnet. Besteht sowohl die Definitionsmenge als auch die Wertemenge aus reellen Zahlen, so spricht man von einer **reellen Funktion**.



BEISPIELE

Eindeutige Zuordnungen:

- Der Umfang eines Quadrats u ist abhängig von der Seitenlänge s .

$$s_1 = 0,8 \text{ cm}$$

$$u_1 = 3,2 \text{ cm}$$



$$s_2 = 2,3 \text{ cm}$$

$$u_2 = 9,2 \text{ cm}$$

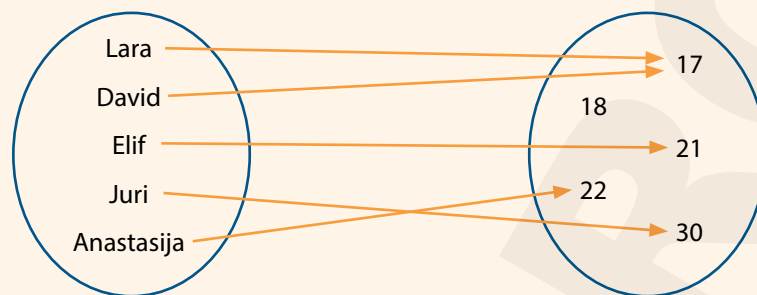


Jeder Seitenlänge s wird also genau ein Wert für den Umfang u zugeordnet.

Die zugeordnete Größe ist somit abhängig von der Ausgangsgröße.

- Fünf Kinder der 3C haben letzte Woche bei einem Mathematikwettbewerb mitgemacht. Jedes hat dabei eine bestimmte Punkteanzahl erreicht.

Das Pfeildiagramm zeigt, wer wie viele Punkte erreicht hat.



Aber Achtung: Jeder Punktezahl wird nicht eindeutig ein Kind zugeordnet, denn die Punktezahl 17 haben sowohl Lara als auch David erreicht.



Jedem Kind wird also genau eine bestimmte Punktezahl zugeordnet.

Eine Zuordnung zwischen zwei Größen kann auf verschiedene Arten dargestellt werden.

Zuordnungsvorschrift

mittels Funktionsgleichung:

$$A(s) = s^2 \text{ „Die Funktion A von s ist gleich } s^2\text{.“}$$

durch einen Term:

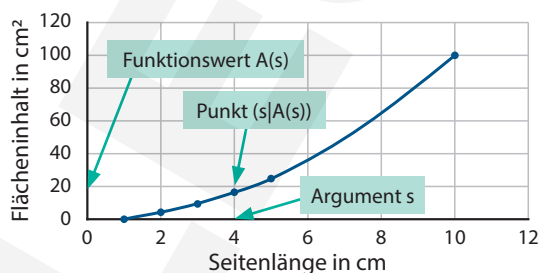
$$A: s \rightarrow s^2 \quad \leftarrow s^2 \text{ heißt Funktionsterm}$$

Verbale Beschreibung

Der Flächeninhalt eines Quadrats wird berechnet, indem die Seitenlänge quadriert wird.

Graph

Flächeninhalt in Abhängigkeit von der Seitenlänge



Die Menge aller Zahlenpaare (Ausgangsgröße/zugeordnete Größe) heißt Graph einer Funktion (Funktionsgraph).

Wertetabelle

Seitenlänge in cm	Flächeninhalt in cm ²
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
10	100

Die einander zugeordneten Größen bilden ein Zahlenpaar.

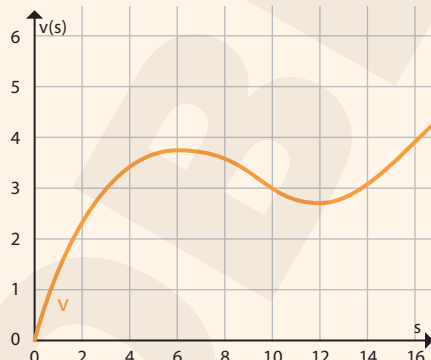
Bei einer Funktion hat jedes Argument nur einen Funktionswert. Umgekehrt kann ein Element aus der Wertemenge aber der Funktionswert von mehreren verschiedenen Argumenten sein.

BEISPIEL

Der Graph zeigt die Geschwindigkeit v eines Radfahrers in Abhängigkeit von der vom Start aus zurückgelegten Strecke s .

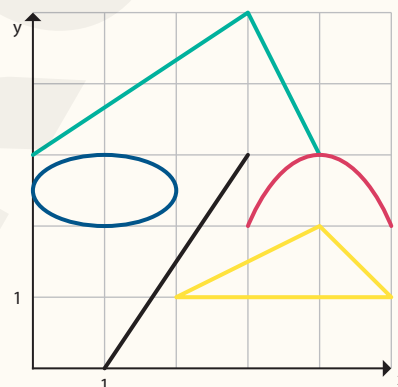
Begründe, warum es sich hier um eine Funktion handelt.

Es handelt sich um eine eindeutige Zuordnung, also um eine Funktion, weil jedem Wert s (Argument) genau ein Wert $v(s)$ (Funktionswert) zugeordnet wird. Der Graph zeigt diesen Zusammenhang.



Ein Graph zeigt, ob es sich bei einem Zusammenhang um eine Funktion handelt, also um eine eindeutige Zuordnung.

- ▶ blauer Graph – keine Funktion, da z. B. dem x -Wert 1 die beiden y -Werte 2 und 3 zugeordnet sind.
- ▶ gelber Graph – keine Funktion, da z. B. dem x -Wert 3 die beiden y -Werte 1 und 1,5 zugeordnet sind.
- ▶ grüner, roter und schwarzer Graph – Funktion, da jedem x -Wert nur ein y -Wert zugeordnet ist.



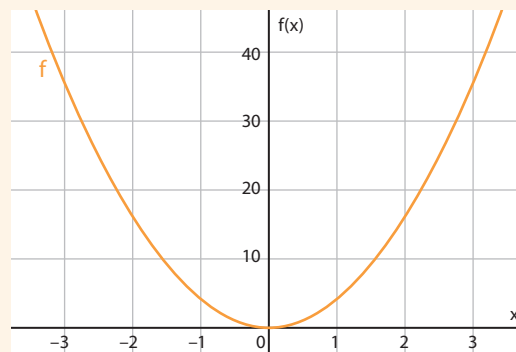
BEISPIEL

Eine Funktion f ordnet jedem Argument x aus dem Intervall $[-3; 3]$ das Vierfache des Quadrats von x zu.

- a) Erstelle dazu eine Wertetabelle.
- b) **T** Zeichne den Funktionsgraphen im angegebenen Intervall.
- c) Gib eine Funktionsgleichung (Termdarstellung) für diese Zuordnungsvorschrift an.

Argument x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Funktionswert $f(x)$	36	16	4	0	4	16	36

Termdarstellung (Funktionsgleichung)
 $f(x) = 4 \cdot x^2$



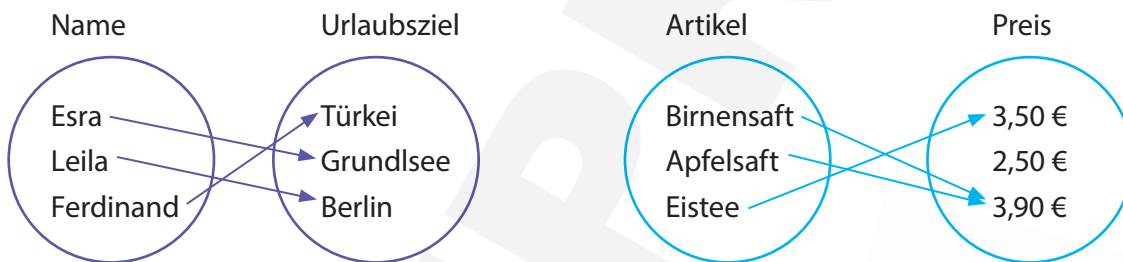
4.2 Übungsaufgaben

254 Bei welchen der folgenden Zusammenhänge handelt es sich um eine Funktion? Kreuze diese an und schreibe gegebenenfalls den Zusammenhang mathematisch an. Beachte, dass der Zusammenhang eindeutig sein muss.

- ☐ Masse eines Tankwagens m in Abhängigkeit von der Füllmenge f _____
- ☐ Haarlänge l in Abhängigkeit von der Anzahl der Friseurbesuche b _____
- ☐ Note n bei der Mathematikschularbeit in Abhängigkeit von der Anzahl der geübten Beispiele b _____
- ☐ Umfang u eines Quadrats in Abhängigkeit von der Seitenlänge a _____
- ☐ Höhe einer Kerze h in Abhängigkeit von ihrer Brenndauer t _____

255 Suche selbst Beispiele von Zusammenhängen (wie in Aufgabe 254) und besprich mit deiner Sitznachbarin/deinem Sitznachbarn, ob es sich um Funktionen handelt.

256 Gib an, ob das Pfeildiagramm eine Funktion darstellt und begründe deine Entscheidung.



257 Derya hat eine schlimme Erkältung und muss im Bett bleiben. Sie fühlt sich ziemlich mies. Dreimal am Tag wird ihre Temperatur gemessen. Endlich wirkt das fiebersenkende Medikament. In der Tabelle sind jeweils Uhrzeit und Temperatur eingetragen.

- a) Finde heraus, zu welchem Zeitpunkt das Medikament gewirkt hat.
- b) **T** Erstelle aus den Daten mit Hilfe von Excel ein Liniendiagramm.
- c) Lese aus dem Diagramm oder der Tabelle den höchsten Temperaturwert ab. Welche Uhrzeit kannst du diesem Wert zuordnen?



Aus Funktionsgraphen kann man Verläufe besonders gut ablesen.



	erster Tag		zweiter Tag			dritter Tag		
Uhrzeit	12:00	18:00	6:00	12:00	18:00	6:00	12:00	18:00
Temperatur in °C	38,8	39,2	39,1	37,6	37,0	37,2	37,1	37,1

258 Aus der Grafik kann man entnehmen, wie sich in Österreich die Zahlen der Lehrstellensuchenden und der offenen Lehrstellen entwickelt haben.

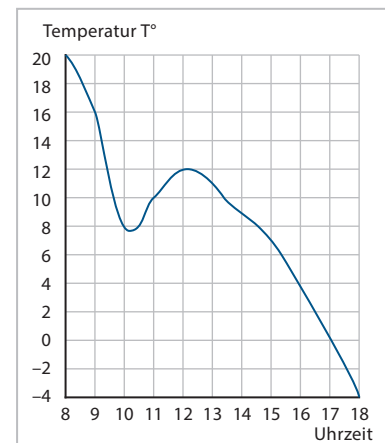
- Wie groß ist die höchste Zahl an Lehrstellensuchenden laut dieser Grafik?
- Wann gab es gleich viele offene Lehrstellen wie Lehrstellensuchende?



Quelle: ibw-forschungsbericht-221

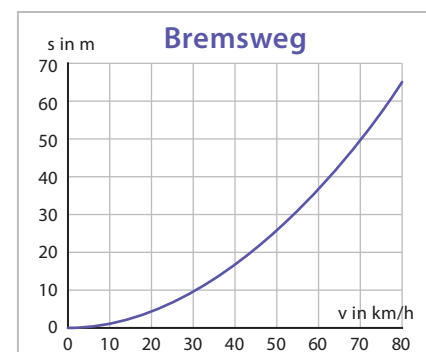
259 Die Grafik zeigt die Temperaturentwicklung an einem Tag mit Wetterumschwung.

- Zu welchem Zeitpunkt ist die Temperatur am höchsten?
- Zu welchen Zeitpunkten erreichte die Temperatur 12 °C?
- Was könnte zwischen 9:00 und 10:00 Uhr geschehen sein?
- In welchen Bereichen nimmt die Temperatur ab?
- In welchen Bereichen nimmt die Temperatur zu?
- Handelt es sich bei dieser Grafik um die Darstellung einer Funktion? Begründe deine Antwort.

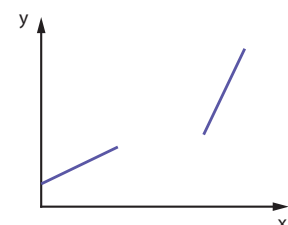
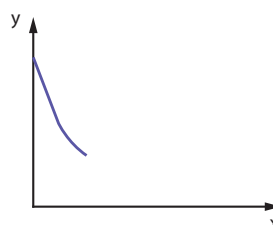


260 Das Diagramm zeigt zu verschiedenen Geschwindigkeiten v eines Autos die Strecke s , die man benötigt, um das Auto durch Betätigen der Bremse zum Stehen zu bringen.

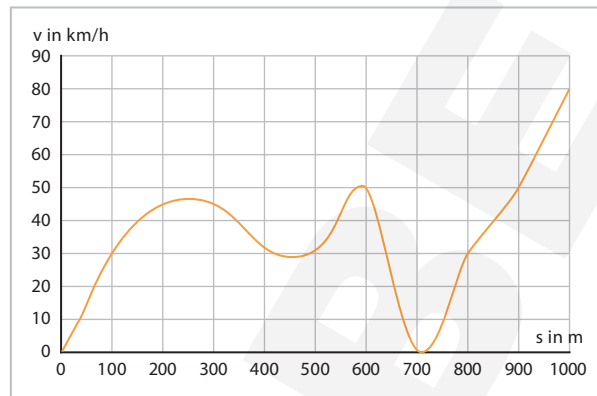
- Wie hoch war ungefähr die Geschwindigkeit des Autos, wenn es nach 30 m zum Stehen kommt?
- An einer unübersichtlichen Stelle beträgt die Sichtweite 20 m. Wie schnell darf das Auto höchstens fahren?



261 Ergänze die Grafik jeweils so, dass keine Funktion dargestellt wird.



262 Die Abbildung zeigt die Geschwindigkeit v eines PKWs in Abhängigkeit von der Wegstrecke s .



- In welchem Bereich der Strecke beschleunigt der PKW, in welchem wird er langsamer?
- Nach welcher Wegstrecke erreicht der PKW 50 km/h?
- Wo ist eine Baustelle mit einer Geschwindigkeitsbeschränkung von 30 km/h?
- Wo muss der PKW bis zum Stillstand abgebremst werden?
- Wie groß ist die erreichte Maximalgeschwindigkeit?
- Stelle eine Wertetabelle für die angegebene Grafik auf.

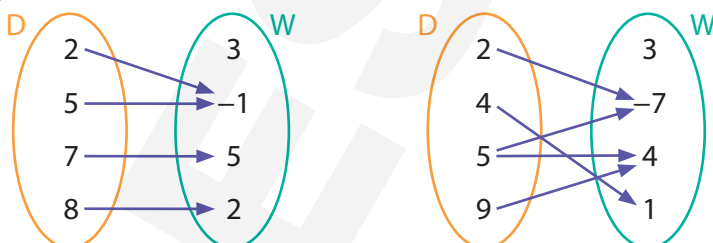
263 Erstelle für die beschriebenen Funktionen eine Wertetabelle mit mindestens 5 Wertepaaren und gib auch die Funktionsgleichung oder den Funktionsterm an.

- Eine Funktion f ordnet jeder reellen Zahl x das Dreifache ihres Wertes zu.
- Eine Funktion V ordnet jedem Würfel mit der Seitenlänge s das dazugehörige Volumen V zu.
- Eine Funktion f ordnet jeder natürlichen Zahl das Produkt aus der Zahl und ihrem Nachfolger zu.

264 Durch welche Aussagen werden eindeutige Zuordnungen (Funktionen) beschrieben? Kreuze an.

- ☐ Jedem Tag im Jahr wird ein Feiertag zugeordnet.
- ☐ Jedem Kind wird eine Körpergröße zugeordnet.
- ☐ Jeder Länge eines allgemeinen Dreiecks wird ein Flächeninhalt zugeordnet.
- ☐ Jedem Kind wird eine Freizeitbeschäftigung zugeordnet.
- ☐ Jeder Tageszeit wird eine Temperatur zugeordnet.

265 Durch welche Zuordnung ist eine Funktion festgelegt? Kreise diese ein.



x	-2	0	0	2	2
y	-2	-1	0	1	2

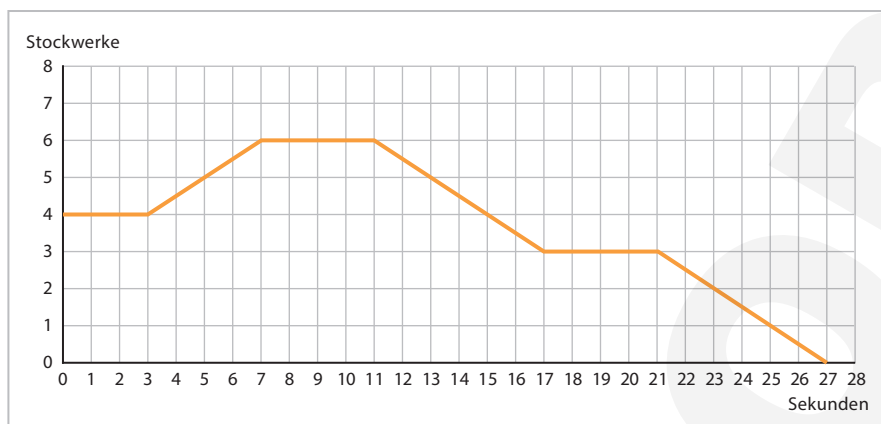
x	-4	-2	0	1	2
y	0	-1	0	3	0

266 Erkläre, warum im ersten Fall eine Funktion beschrieben wird, im zweiten Fall aber nicht. Überlege dazu, welche der Zuordnungen eindeutig ist.

- Zuordnung: Kontonummer $\rightarrow$ Geldbetrag
- Zuordnung: Geldbetrag $\rightarrow$ Kontonummer

- 267 Das Diagramm stellt näherungsweise die Probefahrt eines Aufzugs in einem Hochhaus mit 8 Stockwerken dar.

- a) Beschreibe den Fahrtverlauf des Aufzugs in Worten.
b) Handelt es sich bei der Darstellung um eine Funktion? Begründe deine Antwort.

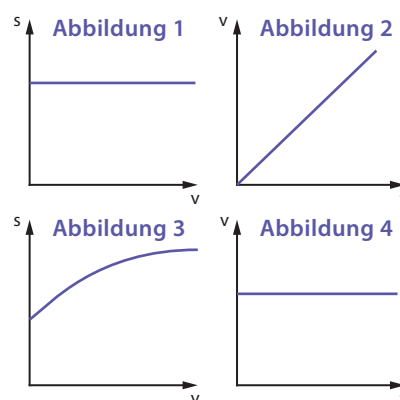


- 268 Ein Auto ist auf einer geradlinigen Teststrecke auf dem Weg vom Start zum Ziel unterwegs. Es kann dabei fahren oder stehen. Es kann beschleunigen, bremsen oder mit konstanter Geschwindigkeit fahren. Die vier Abbildungen zeigen Graphen, die diese Möglichkeiten darstellen.

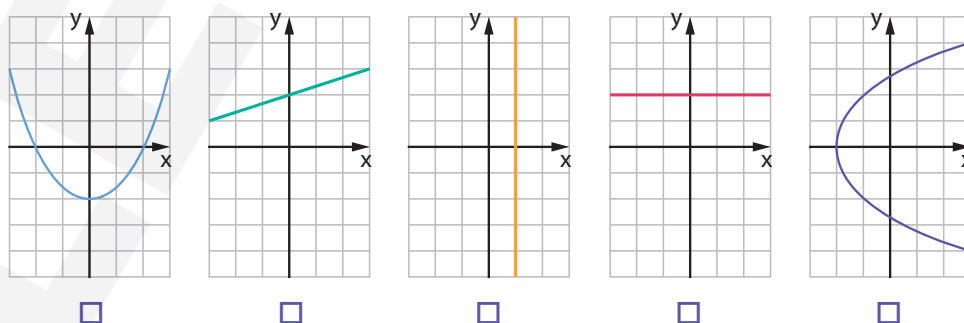
s ... Entfernung vom Startpunkt (zurückgelegter Weg)
v ... Geschwindigkeit
t ... Zeit

Vier Vorschläge (A, B, C, D), die beschreiben, was die Abbildungen im Hinblick auf dieses Auto bedeuten, liegen vor. Ordne die Abbildungen den Beschreibungen zu.

Beschreibung	Abbildung
A: Das Auto beschleunigt.	
B: Das Auto steht.	
C: Das Auto brems.	
D: Das Auto fährt mit konstanter Geschwindigkeit.	



- 269 Kreuze an, bei welchen Abbildungen es sich um keine Funktion handelt.



270 Die beiden Graphen zeigen den Verlauf eines Segelbootrennens zwischen Tom und Sara.

a) Welche der folgenden Aussagen können aus dem Diagramm abgelesen werden? Kreuze an.

- ☐ Tom überholt Sara einmal.
- ☐ Tom überholt Sara zweimal.
- ☐ Sara überholt Tom zweimal.
- ☐ Sara gewinnt dieses Rennen.
- ☐ Sara hat einmal gehalten.
- ☐ Tom ist ohne Halt durchgefahren.
- ☐ Ohne Panne hätte Sara wahrscheinlich gewonnen.
- ☐ Über Überholvorgänge kann man aus der Grafik nichts ablesen.

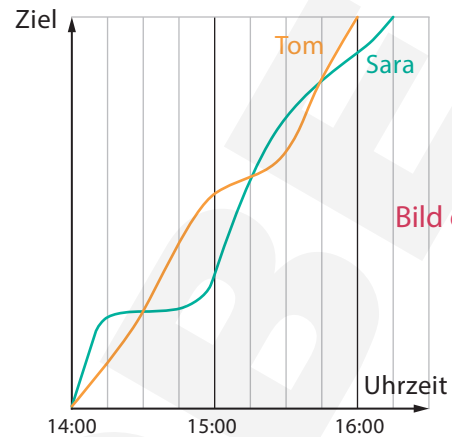
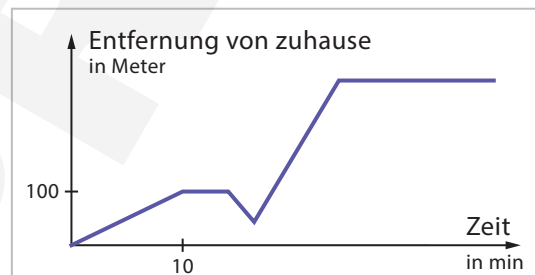


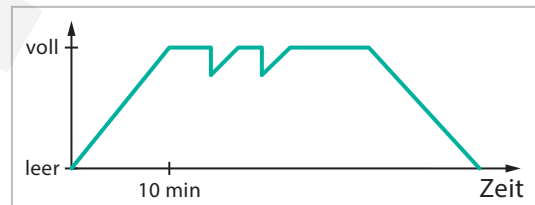
Bild ergänzen?

b) Stell dir vor, du bist Sportreporter/in. Schreibe eine Reportage über das Segelbootrennen, in der du folgende Begriffe verwendest: Reihenfolge und Abstand zwischen Tom und Sara, Geschwindigkeit (niedrig, hoch), Beschleunigung (wird schneller bzw. langsamer), Überholvorgänge, technischer Halt, Zieleinlauf.

271 Schulweggeschichte: Maria hat heute auf ihrem Schulweg Einiges erlebt. Notiere eine Schulweggeschichte, die zum abgebildeten Funktionsgraphen passt.



272 Mehmet wollte ein Bad in der Badewanne nehmen. Dabei ist Einiges passiert. Finde eine Geschichte, die zum abgebildeten Graphen passt.



273 Fahrt in den Urlaub:
Zeitig am Morgen starten Vater und Mutter mit ihren beiden Kindern und dem Hund Pepe die Fahrt in den Urlaub. Gemächlich fahren sie auf der Landstrasse dahin, auf einmal fängt das jüngere Kind auf der Rückbank lauthals an zu schreien. Es hat sein Lieblingsspielzeug vergessen und macht deshalb ordentlich Krach. Den Eltern bleibt nichts anderes übrig, als dass sie wieder umkehren, um das Spielzeug zu holen. Mit deutlich größerer Geschwindigkeit fahren sie zurück. Ein kurzer Aufenthalt genügt, dann ist der Dino mit an Bord. Nun kann es aber wirklich losgehen. Ohne weitere Pannen erreichen sie ihren Urlaubsort. Unterwegs machen sie noch einen kurzen Stopp bei einer Raststätte, weil der Hund Bewegung braucht und die Kinder durstig sind.

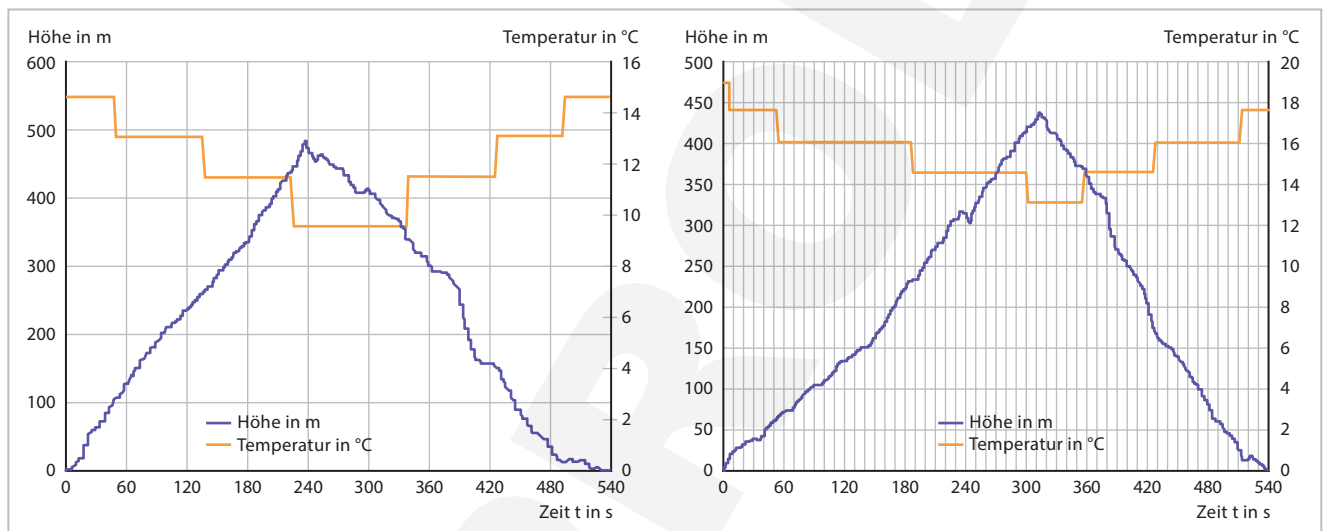
Ergänze zu dieser Geschichte einen passenden Funktionsgraphen.

274 Gegeben ist die Wertetabelle einer Funktion. Zeichne den Graphen einer möglichen Funktion. Wieso ist die Lösung hier nicht eindeutig?

x	-1	0	1	2	3
f(x)	10	2	3	7	0

275 Mit einer Drohne können wichtige Daten aufgenommen werden. So können z. B. bei einem Flug Höhe und Temperatur gemessen werden.

- Bestimme aus den unten stehenden Diagrammen wie hoch die Drohne gestiegen ist, wie lange sie dazu gebraucht hat und welche Temperatur im höchsten Punkt geherrscht hat.
- Kann man daraus schließen, dass in größerer Höhe die Temperatur niedriger ist?
- Recherchiert, wozu Drohnen eingesetzt werden können. Könnt ihr selbst einige Beispiele nennen?



276 Der Auftrieb eines Flugzeugs hängt von der Geschwindigkeit der vorbeiströmenden Luft ab. So ergab die Messung von Geschwindigkeit und Auftrieb während des Starts eines Airbus A 310 unten stehende Funktionstabelle.

Geschwindigkeit v in km/h	50	100	150	200	250	300
Auftrieb F in kN	40	160	360	640	1 000	1 500

- Zeichne einen Funktionsgraphen.
- Wie groß ist die Startgeschwindigkeit (also jene Geschwindigkeit, die zum Erreichen des beim Start notwendigen Auftriebs von 1 500 kN notwendig ist)?

N (Newton) ist die Einheit für die Kraft F – das hast du schon im Physikunterricht gelernt.



Einen wesentlichen Beitrag, dass sich Flugzeuge in die Luft erheben können, liefert der positive Anstellwinkel der Tragflächen. Die anströmende Luft wird dadurch nach unten gelenkt und die Reaktionskraft kompensiert das Gewicht des Flugzeugs. Die Form der Tragflächen erhöht den dynamischen Auftrieb und die Stabilität des Flugzeugs. Durch diesen Auftrieb kann sich das Flugzeug bei entsprechender Geschwindigkeit in die Luft erheben. Die Größe des Auftriebs hängt von der Größe und der Form der Tragflächen, deren Anstellwinkel sowie von der Geschwindigkeit der vorbeiströmenden Luft ab.



277 Ein Flugzeug besitzt einen Treibstoffvorrat von 10 500 Litern Kerosin. Auf 100 km verbraucht es 180 Liter.

- (1) Erstelle eine Tabelle für den Verbrauch in Litern.
- (2) Zeichne den Funktionsgraphen.
- (3) Nach wie viel km wäre der Treibstoffvorrat aufgebraucht?
- (4) Wenn es von Wien aus startet, wie weit kommt es ohne Zwischenstopp?
Recherchiere dazu im Internet.

278 Der Benzinverbrauch eines Autos steigt mit der Geschwindigkeit, weil mit wachsender Geschwindigkeit der Luftwiderstand des Autos immer größer wird und zu seiner Überwindung Energie nötig ist. Die Messung von Geschwindigkeit v und Benzinverbrauch B bei einem Kleinwagen ergab unten stehende Funktionstabelle.

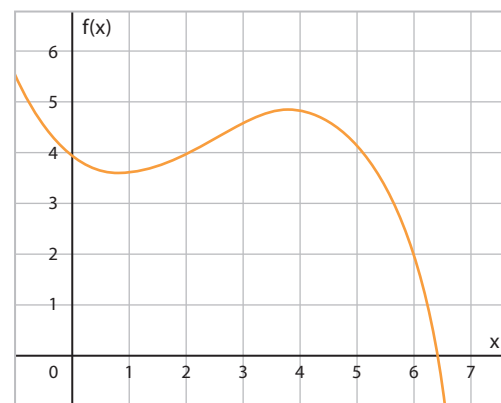


- a) Zeichne einen Funktionsgraphen.
- b) Bei welcher Geschwindigkeit hat das Fahrzeug den geringsten Benzinverbrauch und wie groß ist dieser?
- c) Ergänze den Graphen über 90 km/h hinaus und schätze daraus den Benzinverbrauch bei 130 km/h.
- d) Recherchiere im Internet, welche Einsparungen gemacht werden können, wenn auf Autobahnen Tempo 100 (also 100 km/h) anstatt Tempo 130 vorgeschrieben wäre.

v in km/h	30	40	50	60	70	80	90	100
B pro 100 km in l	4,5	4,6	4,8	5,0	5,3	5,7	6,2	6,8

279 Ein Taxiunternehmen fährt mit folgenden Tarifen: Grundgebühr 4,50 € und 0,70 € pro gefahrener Minute.

- a) Stelle eine Funktionsgleichung auf.
- b) Wie viel kostet eine Taxifahrt von 12 Minuten?
- c) Wie lange kann man für 15 € fahren?

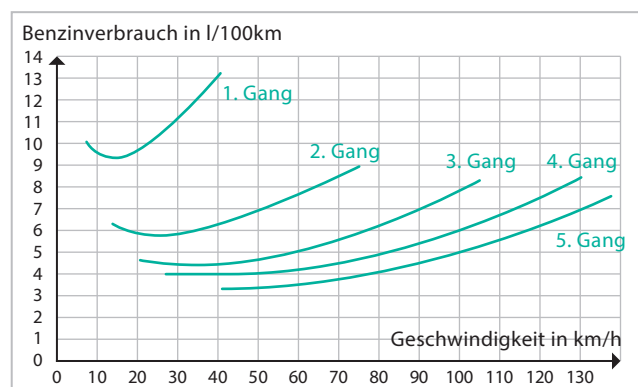


280 Kennzeichne jene Punkte A, B, C und D mit $(x|f(x))$ auf dem Graphen für die gilt:

- (1) A: $x = 5$
- (2) B: $f(x) = 2$
- (3) C: $f(x) = 7$
- (4) D: $x = 1$

281 In nachstehender Grafik wird der Benzinverbrauch eines PKWs in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit dargestellt.

Lies aus der Grafik ab, wie viel Liter Benzin pro 100 km man sich ersparen kann, wenn bei 35 km/h nicht mit dem 2. Gang, sondern mit dem 3. Gang gefahren wird.



- 282 Ein Autoverleih verlangt eine Grundgebühr von 60 € pro Tag und 0,25 € pro gefahrenem Kilometer.

a) Fülle die Tabelle so aus, dass man ablesen kann, wie hoch die Kosten jeweils sind.

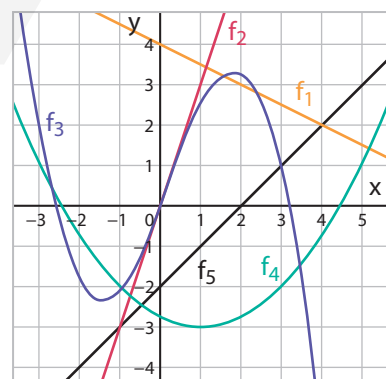
gefahrte km	0	100	200	300	400	500	600	700	800
1 Tag in €	60	85							
2 Tage in €									
3 Tage in €									
4 Tage in €									

b) Frau Hauer borgt sich ein Auto vom Autoverleih und fährt für x Tage y km.
Stelle eine Funktionsgleichung für die Kosten auf.

- 283 Erkläre, was die Schreibweise $f(-1) = 2$ für eine Funktion f bedeutet.

- 284 Betrachte nebenstehende Graphen und entscheide, ob der Punkt $(3|1)$ jeweils auf dem Graphen liegt.
Kreuze an.

- ☐ f_1
☐ f_2
☐ f_3
☐ f_4
☐ f_5

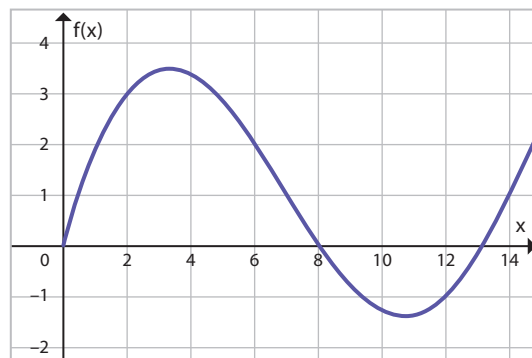


- 285 Überprüfe, ob die angegebenen Punkte Elemente der Funktion $f(x) = 3x^2 + x - 1$ sind.
Streiche jene durch, die nicht am Graphen der Funktion liegen.

$(1|-3)$ $(-1|-5)$ $(0|1)$ $(-2|9)$ $(2|7)$ $(-3|-10)$ $(3|14)$

- 286 Eindeutige Zuordnungen können formal auch so angeschrieben werden: $x \rightarrow f(x)$.
Ist die Definitionsmenge z. B. auf die positiven reellen Zahlen eingeschränkt, also $D = \mathbb{R}^+$, so liegt der Funktionsgraph im 1. und/oder 4. Quadranten. Ermittle die angegebenen Funktionswerte und Stellen.

$f(2) =$ _____
 $f(6) =$ _____
 $f(14) =$ _____
 $f(x) = 0$ $x =$ _____
 $f(x) < 0$ $x =$ _____



287 Eine Funktion ist durch ihre Wertetabelle angegeben.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	-3	-1	1	4	2	0	-1	-2	-4	0

Welche Aussagen über f sind richtig? Kreuze an.

- ☐ An der Stelle 3 ist der Funktionswert 0.
- ☐ Der Wert 5 ist der Funktionswert von -2.
- ☐ Zum Funktionswert -1 gibt es zwei unterschiedliche Argumente.
- ☐ 6 ist ein Wert der Definitionsmenge.
- ☐ Jedem Wert f(x) kann eindeutig ein x-Wert zugeordnet werden.
- ☐ Der kleinste Wert der Wertemenge ist -2.

288 Berechne die Wertetabelle im Intervall $[-4; 4]$ der folgenden Funktionen und zeichne die Graphen in ein Koordinatensystem

$$y = x - 4$$

$$y = 2x^2 - 4$$

Funktionsgraphen lassen sich ganz einfach mit Excel oder GeoGebra zeichnen. In Excel musst du vorher eine Tabelle aufstellen, bei GeoGebra kannst du den Funktionsterm gleich eingeben.



289 Fast alle Autobesitzer/innen sprechen von PS, die der Motor ihres Autos hat. Dabei ist diese Einheit längst abgeschafft und es gibt nur noch kW. Die Umrechnung geschieht mit der Formel $PS = 0,735499 \text{ kW}$.

Ergänze die Wertetabelle, die den kW die entsprechenden PS zuordnet und zeichne einen Graphen.

kW	1	2	10	50		100		
PS					70		100	140

290 T Iris wirft einen Ball, dessen Flugbahn durch die Gleichung $y = -0,5x^2 + 2x + 0,3$ beschrieben wird.

Damit wird jeder Weite x (in Metern) eine Höhe y (in Metern) eindeutig zugeordnet. Erstelle eine Wertetabelle und zeichne einen Funktionsgraphen. Wie hoch und wie weit wirft Iris den Ball?

Tipp: Nutze GeoGebra und lass dir den Graphen anzeigen.



291 Der Graph der Funktion T zeigt den Temperaturverlauf an einem Wintertag von 0:00 Uhr bis 24:00 Uhr.

Erstelle eine Wertetabelle.

Welche ist die abhängige Variable? _____

Für welche Werte t gilt $T(t) = 0$? _____



- 292 Sonja notiert täglich (x in Tagen) die Niederschlagsmengen (m in l/m^2) und hält dies in einer Tabelle fest. Sie beginnt ihre Aufzeichnungen am 1. April.
„Damit habe ich eine eindeutige Zuordnung $x \rightarrow m(x)$ festgelegt, also eine Funktion angegeben.“, meint sie.

- a) Begründe, dass sie recht hat.
b) Was bedeuten in diesem Kontext die Aussagen

$$m(5) = 0,1 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$m(10) = 3 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$m(13) = 0 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$m(3) = m(11) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

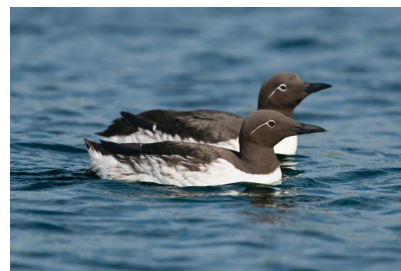
- c) Recherchiere, welche Regenmengen pro Tag problematisch sind, weil der Boden die Wassermengen nicht mehr aufnehmen kann und es zu Überflutungen kommt. Wie hängen diese von Rahmenbedingungen wie z. B. der Bodenbeschaffenheit ab?

- 293 Halil stößt beim Kugelstoßen die Kugel auf einer Flugbahn mit der Gleichung $h(x) = -0,2x^2 + 1,2x + 1,6$ ($h(x)$... Flughöhe in Meter, x ... Flugweite in Meter).

- a) **T** Ermittle grafisch, bei welcher Flugweite die Kugel auf den Boden trifft.
b) Was bedeutet die Zahl 1,6 in der Formel?

- 294 Eine Trottellumme beschreibt bei ihrem Tauchgang eine Kurve, die durch die Gleichung $y = x^2 + 2x - 15$ beschrieben werden kann.

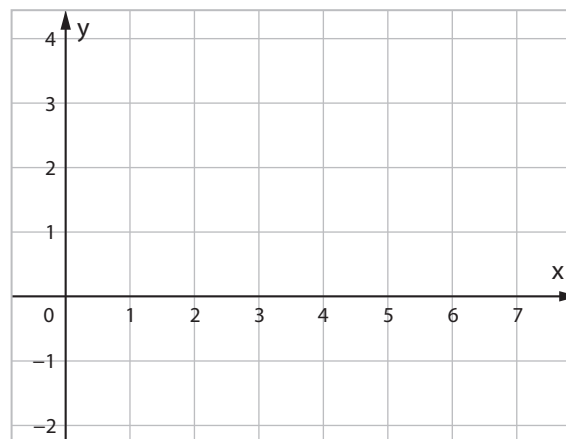
- a) Zeichne den Graphen der Tauchbahn.
b) Wie weit ist die Auftauchstelle von der Eintauchstelle entfernt?
c) Wie tief ist der Vogel getaucht?



- 295 **T** Der Anhalteweg s (in m) eines PKWs mit der Geschwindigkeit v (in km/h) auf trockener Fahrbahn wird annähernd durch die Formel $s(v) = 0,01v^2 + 0,3v$ beschrieben.

- a) Erstelle eine Wertetabelle für den Anhalteweg in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit im Bereich von 0 km/h bis 120 km/h alle 20 km/h.
b) Zeichne einen Graphen für den Anhalteweg in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit des PKWs.

- 296 Zeichne den Graphen einer Funktion f mit $x \rightarrow m(x)$, deren Definitionsmenge $\mathbb{R}^+$ ist, die an den Stellen 2 und 5 die x -Achse schneidet und für die gilt: $f(1) = -1$ und $f(4) = 3$.



- 297 Ermittle die angegebenen Funktionswerte und Stellen.

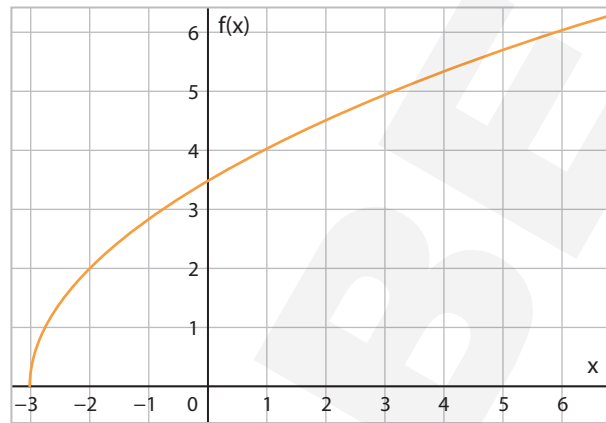
$$f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f(x) = 2 \quad x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f(x) = -1 \quad x = \underline{\hspace{2cm}}$$



- 298 Der Schnellimbiss „McSpeedy“ benötigt für die Fritteusen täglich 20 kg frisches Öl. Momentan sind noch 250 kg im Lager vorhanden.

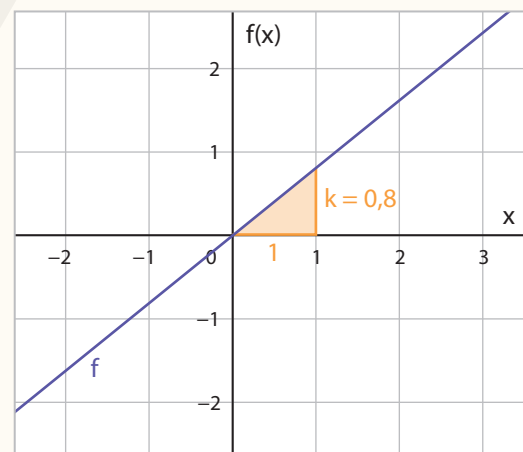
- Stelle die Funktionsgleichung für die Ölmenge auf, die den im Lager befindlichen Ölvorrat angibt.
- Zeichne dazu einen Funktionsgraphen.
- Wenn der Lagerbestand 100 kg erreicht hat, muss nachbestellt werden. Wann ist dies der Fall?
- Wann wäre ohne Nachbestellung das Öl aufgebraucht?

4.3 Lineare Funktionen

Ist der Graph einer Funktion eine Gerade, so liegt eine lineare Funktion vor. Geht diese Gerade durch den Ursprung, so spricht man von einer **direkten Proportionalitätsfunktion** mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = k \cdot x$$

Die Konstante k (mit $k \neq 0$) ist der **Proportionalitätsfaktor** und es gilt $k = f(1)$.



$$f(x) = 0,8 \cdot x$$

BEISPIEL

Felix befüllt sein neues 90 cm tiefes Aquarium mit Wasser. Er öffnet den Wasserhahn und stellt fest, dass der Wasserspiegel pro Minute um 7 cm steigt. Gabi hat ein Aquarium der gleichen Form und Größe, allerdings ist dieses bereits bis zu einer Höhe von 30 cm gefüllt. Auch sie möchte Wasser auffüllen, allerdings schafft ihre Wasserzufuhr nur eine Anhebung des Wasserspiegels um 4 cm pro Minute.

Stelle beide Wachstumsprozesse grafisch dar und finde passende Funktionsgleichungen. Welche Aussagen kannst du dieser Grafik entnehmen?

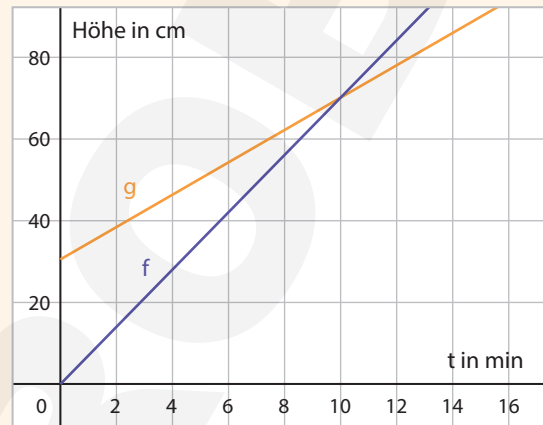
t ... Zeit in Minuten

$f(t), g(t)$... Höhe des Wasserspiegels in cm

$$f(t) = 7 \cdot t$$

$$g(t) = 4 \cdot t + 30$$

Felix Aquarium ist schneller gefüllt. Nach spätestens 13 min muss er den Wasserhahn abdrehen, sonst läuft das Becken über. Gabi braucht für das Auffüllen ihres Beckens ein bisschen mehr als eine Viertelstunde.



Nach ca. 10 Minuten ist der Wasserstand in beiden Becken gleich hoch.

Eine reelle Funktion mit der Gleichung $f(x) = k \cdot x + d$ heißt **lineare Funktion**. Ihr Graph ist eine Gerade.

Die Parameter $k, d \in \mathbb{R}$ geben die **Steigung k** an und an welcher Stelle die Gerade die senkrechte Achse schneidet (= **Ordinatenabschnitt d**).

BEISPIEL

Gib die Funktionsgleichungen von f und g an.

Lies jeweils k und d in der Grafik ab.

$$f(x) = 2 \cdot x - 1$$

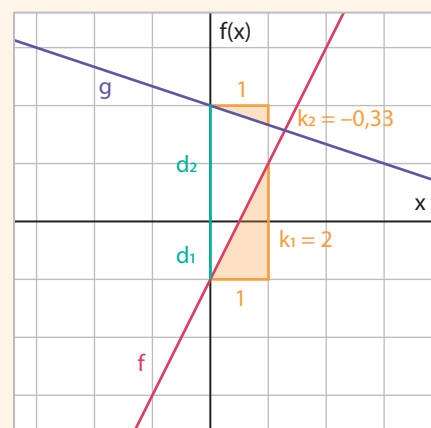
$$g(x) = -0,33 \cdot x + 2$$

$$k_1 = 2$$

$$k_2 = -0,33$$

$$d_1 = -1$$

$$d_2 = 2$$



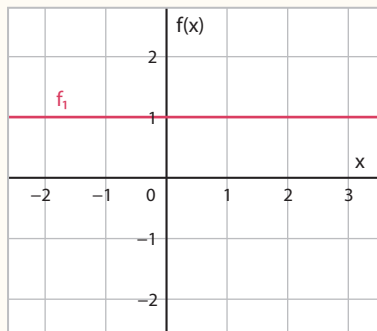
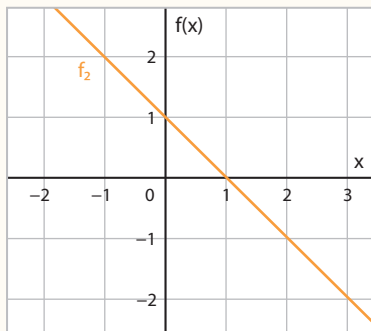
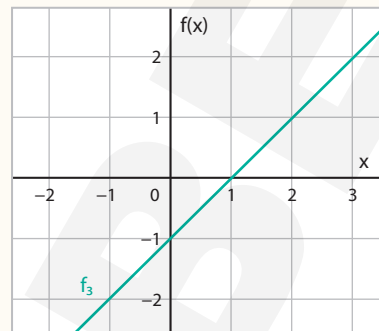
Der Wert von k gibt an, um wie viel $f(x)$ steigt oder fällt, wenn das Argument um 1 vergrößert wird.

Das so entstandene rechtwinklige Dreieck nennt man auch **Steigungsdreieck**.

$$f(x + 1) = f(x) + k$$

$$f(0) = d$$



$k = 0 \rightarrow$ Gerade waagrecht $k < 0 \rightarrow$ Gerade fallend $k > 0 \rightarrow$ Gerade steigend

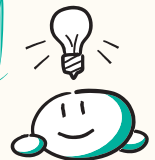
Für $d = 0$ geht die Gerade durch den Ursprung. Es liegt eine direkte Proportionalität vor.

$$f(x) = k \cdot x \rightarrow k = \frac{f(x)}{x} \quad \dots \text{Proportionalitätsfaktor}$$

Eine derartige lineare Funktion heißt auch **homogene** lineare Funktion.

Gleichförmige Bewegungen werden oft durch lineare Funktionen modelliert. Ordnet man einer Zeit t den zurückgelegten Weg s zu ($t \rightarrow s(t)$), kann die Geschwindigkeit als Steigung abgelesen werden.

Geschwindigkeit =
Wegzunahme pro Zeiteinheit



BEISPIEL

Mit welcher Geschwindigkeit ist das Fahrzeug unterwegs?

Lies k in der Grafik ab $\rightarrow k = 15$.

Somit legt das Fahrzeug in 1 s 15 m zurück.

Es ist mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 15 m/s unterwegs.

Das entspricht $15 \cdot 3,6 = 54 \text{ km/h}$.



4.4 Weitere spezielle Funktionen

BEISPIEL

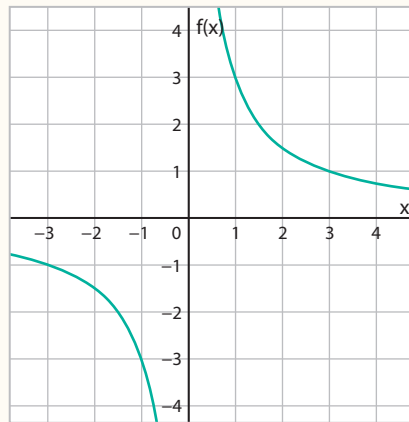
Alva kocht 6 Liter Marmelade und möchte diese nun in Gläser abfüllen. Sie kann zwischen folgenden Größen wählen: 100 ml, 250 ml, 300 ml, 500 ml. Wie viele Gläser würde sie jeweils benötigen?

x Volumen in ml	100	250	300	400	500
y Anzahl der Gläser	60	24	20	15	12

$$\text{Es gilt } x \cdot y = 6\,000, \text{ also } y = \frac{6\,000}{x}.$$

Funktionen, die durch die Gleichung $f(x) = \frac{k}{x}$ beschrieben werden können, nennt man **gebrochen rational**. Der so beschriebene Zusammenhang zwischen x und $f(x)$ heißt **indirekt proportional**. Ihr Graph ist eine spezielle Kurve (Hyperbel).

x	$f(x) = \frac{3}{x}$
-2	-1,5
-1	-3
1	3
2	1,5
3	1

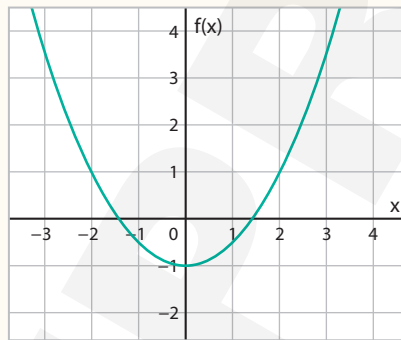


Der Graph ist eine Kurve, die aus zwei Teilen besteht, denn für 0 gibt es keinen Funktionswert. Durch 0 darf ja nicht dividiert werden.



Eine Funktion heißt quadratisch, wenn sie durch eine Gleichung der Art $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden kann. Ihr Graph ist eine sogenannte Parabel.

x	$f(x) = 0,5x^2 - 1$
-2	1
-1	-0,5
0	-1
1	-0,5
2	1
3	3,5



Viele mathematische Modelle wählen diese Funktionstypen. Dazu wirst du also noch in den nächsten Jahren sehr Vieles lernen.



4.5 Übungsaufgaben zu linearen und weiteren speziellen Funktionen

299 Berechne die gefragten Werte und zeichne jeweils die Funktionsgraphen.

- 1 Liter Benzin kostet 1,69 €. Wie viel € kosten 5 Liter, 12 Liter, 25 Liter?
- Der Eintritt in ein Schwimmbad kostet für 4 Kinder 10,80 €. Wie viel € müssen 7 Kinder, 9 Kinder, 15 Kinder bezahlen?
- Eine Lehrerin kauft 3 Fahrscheine für insgesamt 5,70 €, für jene Kinder, die keinen Freifahrtsausweis haben. Wie viel müsste sie bezahlen, wenn 8 Kinder keinen Freifahrtsausweis haben?
- Ein Bauer bietet Erdbeeren an: 2 kg zu 4,60 €. Wie teuer sind dann 7 kg, 11 kg, 15 kg?
- Bei welchem dieser Beispiele ist eine lineare Modellierung zu hinterfragen, weil es z. B. einen Mengenrabatt gibt?

- 300** Zeichne die Graphen der Funktionen in ein Koordinatensystem. Wodurch unterscheiden sie sich voneinander?

$$f_1(x) = -x$$

$$f_2(x) = \frac{1}{2} x$$

$$f_3(x) = -\frac{1}{2} x$$

$$f_4(x) = 0,4 x$$

- 301** Gegeben ist die lineare Funktion $f(x) = 0,8x$. Berechne die Funktionswerte $f(0)$ und $f(5)$ und zeichne den Graphen von f .

Erkläre warum es ausreicht, zwei Wertepaare einer linearen Funktion zu kennen, um den Graphen zeichnen zu können.

- 302** Zeichne die Graphen der Funktionen im Intervall $-3 \leq x \leq 2$ in einem Koordinatensystem. Trage für jeden Graphen ein Steigungsdreieck ein und gib die Steigung an.

$$f_1(x) = -2x$$

$$f_2(x) = -\frac{3}{4} x$$

$$f_3(x) = \frac{3}{2} x$$

$$f_4(x) = 1,2 x$$

- 303** Die mittlere Geschwindigkeit kann in einer linearen Funktion, die einer Zeit t den zurückgelegten Weg s zuordnet ($t \rightarrow s(t)$), als Steigung abgelesen werden.

a) Erkläre, warum das so ist.

b) Gib die Funktionsgleichung für einen Radfahrer an, der in 3 Stunden 60 km zurücklegt.

c) Wie weit fährt ein Radfahrer bei gleichbleibender Geschwindigkeit in 2 Stunden, in 5 Stunden?

- 304** Eine MotorradfahrerIn fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 80 km/h und legt in einer bestimmten Zeit 200 km zurück.

Wie weit kommt sie in derselben Zeit, wenn sie mit 60 km/h bzw. mit 100 km/h unterwegs ist?

Berechne die Werte, zeichne den Graphen der Funktion $v \rightarrow t(v)$ und bestimme die Funktionsgleichung.

- 305** Trage in einem Koordinatensystem die Punkte A $(-2|4)$, B $(1|1)$ und C $(3|6)$ ein und verbinde diese jeweils geradlinig mit dem Ursprung. Lies die Steigung der Geraden ab und stelle jeweils eine Funktionsgleichung auf.

- 306** Zeichne die Graphen der Funktionen in ein Koordinatensystem. Wodurch unterscheiden sie sich jeweils voneinander?

$$\square f_1(x) = 3x - 1$$

$$\square f_2(x) = 3x + 2$$

$$\square f_3(x) = -3x + 1$$

$$\square f_4(x) = x$$

- 307** Von einer linearen Funktion kennt man $f(-1) = 4$ und $f(2) = 0$.

Zeichne den Graphen dieser Funktion und gib die Funktionsgleichung an.

- 308** Gegeben ist die lineare Funktion $f(x) = -2x + 3$. Ergänze die Wertetabelle.

x	-3	-2	-1	0	0,5	1	1,5	2	3	4
g(x)										

- 309 Eine lineare Funktion ist durch ihre Gleichung $h(x) = 5x - 3$ gegeben. Zeichne den Graphen der Funktion.

Berechne: $h(-2) =$ _____ $h(0) =$ _____ $h(3) =$ _____

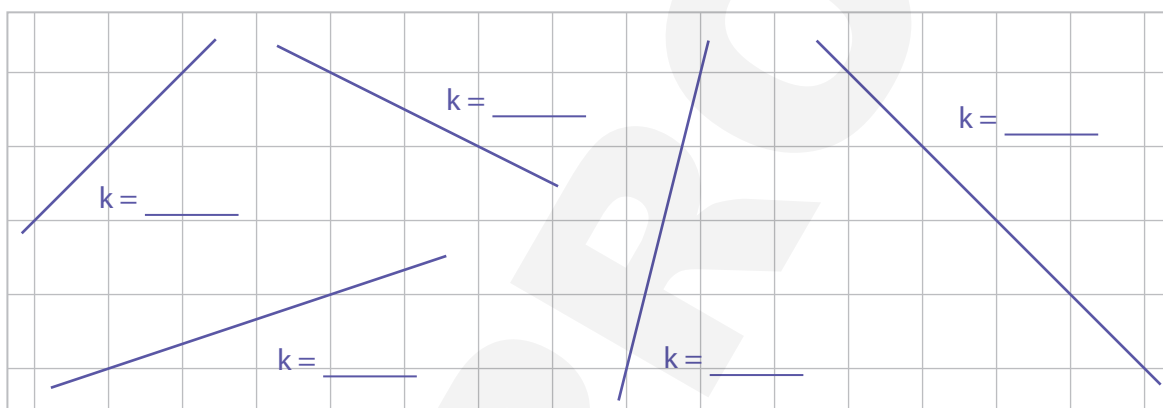
Für welchen x -Wert ist $h(x) = 10$?

- 310 Erkläre wovon es abhängt, ob eine Gerade steigt, oder fällt.
Gib Funktionsgleichungen von homogenen linearen Funktionen an, die fallen.

- 311 Kreuze an, welche der folgenden Geraden steigt.

☐ $f_1(x) = 5x - 1$ ☐ $f_2(x) = -3x + 8$ ☐ $f_3(x) = -5x + 7$ ☐ $f_4(x) = \frac{3}{4}x$

- 312 Gib die Steigung der folgenden Geraden an. Die Kästchen entsprechen einer Einheit.



- 313 Hier findest du die Angebote von zwei Mietwagenfirmen:

Mietwagen Firma Solid
Grundpreis: 30 €
Kosten pro km: 10 c

Mietwagen Firma Schnell
Grundpreis: 20 €
Kosten pro km: 15 c

Bei welcher Firma würdest du den Wagen am günstigsten mieten, wenn du voraussichtlich

a) 170 km b) 200 km c) 235 km fahren müsstest?

- 314 Die Mitgliedschaft in einem Reitklub kostet jährlich 400 €. Für jede besuchte Reitstunde ist zusätzlich ein Beitrag von 40 € zu bezahlen.

- a) Gib jene Funktion an, die den Gesamtpreis p für ein Jahr in Abhängigkeit von der Anzahl der besuchten Reitstunden darstellt.
b) Zeichne den Graphen der Funktion. Wähle geeignete Einheiten und denke an die Achsenbeschriftung.



- c) Ermittle aus dem Graphen: An wie vielen Reitstunden kann man höchstens teilnehmen, wenn man nicht mehr als 1 700 € pro Jahr ausgeben möchte?

- 315** Die Klasse will am Wandertag mit dem Bus zu einem Schloss fahren. Sandra und Lukas haben bei zwei Reisebüros nachgefragt und folgende Auskünfte erhalten:

Tarif A: Für den Bus wird eine Tagesgebühr von 180 € verlangt. Zusätzlich kostet jeder gefahrene Kilometer 2 €.

Tarif B: Für den Bus wird eine Tagesgebühr von 120 € verlangt. Zusätzlich kostet jeder gefahrene Kilometer 3 €.

Sandra hat ausgerechnet, dass beide Tarife gleich teuer wären, wenn man genau 60 Kilometer fährt.

Bei welchen Fahrtstrecken ist welcher Tarif günstiger? Warum ist dies so?



- 316** Sara und Tom möchten ihre Digitalfotos von einem Ausflug entwickeln lassen. Dazu vergleichen sie zwei Angebote.

Fotofachgeschäft: 0,30 € pro Bild + 1,50 € Bearbeitungsgebühr pro Auftrag

Internethändler: 0,19 € pro Bild + 0,95 € Bearbeitungsgebühr pro Auftrag + 2,86 € Versandkosten

Welches Angebot ist bei welcher Bilderzahl günstiger? Was könnten Gründe dafür sein, doch das teurere Angebot zu wählen?

- 317** Gegeben ist die Funktion $y = 0,5x - 2$. Der Funktionsgraph wird um 3 Einheiten in Richtung der positiven (1) x-Achse (2) y-Achse verschoben.

Bestimme die neue Funktionsgleichung.

- 318** Zeichne die Graphen der Funktionen. Verwende ein passendes Steigungsdreieck.

$$f_1(x) = -2x + \frac{5}{2}$$

$$f_2(x) = -3 + x$$

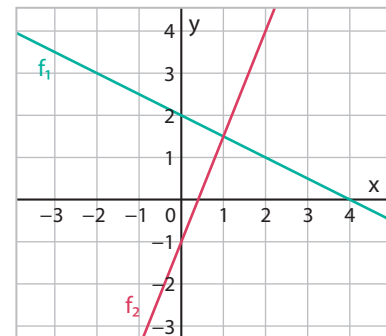
$$f_3(x) = \frac{3}{5}x + 1$$

$$f_4(x) = -\frac{1}{4}x + 1$$

- 319** Die Graphen welcher Funktionen sind hier abgebildet?

$$f_1(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f_2(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$



- 320** Überprüfe, ob die Aussagen für die nebenstehend abgebildeten Funktionen richtig sind. Streiche falsche durch.

$$f_1(-2) = 3 \quad f_2(-1) = 0 \quad d_1 < 0 \quad k_1 = -0,5 \quad k_2 = 2$$

- 321** Ordne den Funktionsgleichungen den entsprechenden Graph zu.

$$f_1(x) = -2x + \frac{5}{2}$$

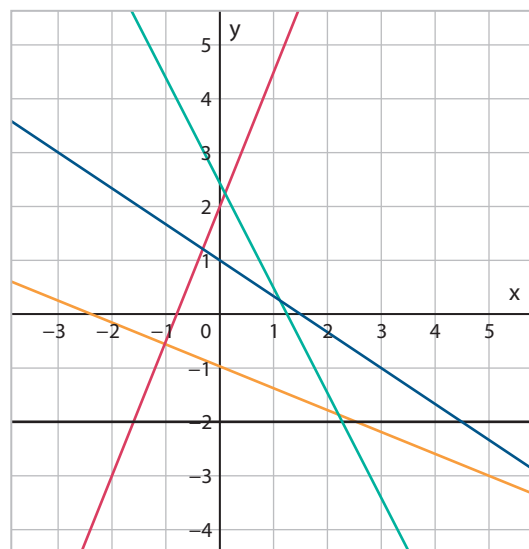
$$f_2(x) = \frac{5}{2}x + 2$$

$$f_3(x) = -\frac{2}{3}x + 1$$

$$f_4(x) = -\frac{2}{5}x - 1$$

$$f_5(x) = -2$$

Beschrifte die Graphen entsprechend und erkläre, woran du erkennen kannst, welcher Graph zu welcher Gleichung passt.



- 322** Durch die Punkte A (0|2) und B (4|1) ist eine lineare Funktion festgelegt. Nora will die Funktionsgleichung angeben und stöhnt: „Jetzt muss ich zuerst alles zeichnen, um k und d ablesen zu können.“

Mia meint: „Kein Problem, das geht auch rechnerisch. $k = \frac{1-2}{4-0}$ und d kannst du doch direkt aus der Angabe ablesen.“

Erkläre anhand einer Freihandskizze die Berechnung von Mia und erkläre, wie sie d ablesen kann.

- 323** Gib jeweils die Gleichung jener linearen Funktion an, die durch die Punkte gegeben ist.

a) P (-2|4) und Q (0|0)

b) R (0|3) und S (3|-3)

c) U (-1|0) und V (1|4)

Löse diese Aufgabe, ohne die Graphen zu zeichnen!



- 324** Gib die Termdarstellung der linearen Funktion an und zeichne den Graphen.

a) $k = -2$, $d = 3$

b) $k = 2$, $d = -3$

c) $k = 0,5$, $d = -2$

d) $k = 0$, $d = 1,5$

- 325** Überlege, ob die folgenden Aussagen über lineare Funktionen $f(x) = k \cdot x + d$ richtig oder falsch sind. Begründe, warum Aussagen falsch sind und stelle sie richtig.

Aussage	r	f	Begründung/Richtigstellung
Der Graph von f schneidet beide Koordinatenachsen.			
Für $d = 0$ beschreibt f eine direkte Proportionalität.			
Der Graph von f schneidet die x-Achse in (d 0).			
Für $k > 0$ ist der Graph von f fallend.			
Erhöht man x um 1, so nimmt f(x) um k zu.			

- 326** Zeichne die Graphen der Funktion $f(x) = \frac{k}{x}$ für a) $k = 1$ b) $k = 2$ c) $k = -1$ d) $k = 0,5$ im Intervall $[-3; 2]$.

Erkläre, wodurch sie sich unterscheiden.

- 327** 4 LKW müssen 16-mal fahren, um den Erdaushub von der Baustelle zu transportieren.

Wie viele Fahrten sind notwendig, wenn nur 2 LKW, 6 LKW oder 8 LKW eingesetzt werden?

Ergänze die Wertetabelle und zeichne ein Schaubild der Zuordnung.

Anzahl der LKW	Anzahl der Fahrten
4	16
2	
6	
8	
	64

- 328 Ein Zug braucht bei einem Durchschnittstempo von 90 km/h für die Strecke Wien – Salzburg 3 h 20 min. Wie lange braucht er bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von ...

Geschwindigkeit	45 km/h	60 km/h	90 km/h	120 km/h	135 km/h
Zeit			3 h 20 min		

- 329 8 Freunde teilen sich die Kosten für die Miete eines Hauses. Jeder zahlt 150 € pro Monat. Wie viel müsste jeder zahlen, wenn sich (1) 4, (2) 5, (3) 10, (4) 12 Personen die Miete teilen? Zeichne auch den Graphen der Funktion, die der Anzahl an Personen die entsprechenden Kosten zuordnet, also $p \rightarrow k(p)$.

Gib auch den Term dieser Funktion an. $k(p) = \underline{\hspace{2cm}}$

- 330 Wenn Claudia täglich 24 € ausgibt, so reicht ihr Urlaubsgeld für 10 Tage. Sie überlegt länger oder auch kürzer zu bleiben. Fülle untenstehende Tabelle aus und gib die Funktionsgleichung an.

Tage t	1	5	10	15	20	25	30
Kosten k			24				

- 331 Zeichne die Graphen der Funktion $f(x) = x^2 + c$ im Intervall von -3 bis 3 für $c = 0$, $c = 1$, $c = -2$. Welche Bedeutung hat c für das Aussehen des Funktionsgraphen?

- 332 Zeichne die Funktionen und stelle fest, ob die Graphen nach oben oder nach unten geöffnet sind.

a) $f(x) = -x^2 + 5$

b) $g(x) = 4x^2 - 3$

c) $g(x) = 0,5x^2 - 1$

- 333 Wie musst du den Wert von c wählen, damit $P(2|5)$ auf dem Graphen der Funktion liegt?

$f(x) = c \cdot x$

$g(x) = \frac{c}{x}$ (mit $x \neq 0$)

$h(x) = c \cdot x^2$

- 334 Eine Lehrerin legt folgende Aufgabe vor: Ein Straßenstück soll gebaut werden. Erste Berechnungen ergeben, dass die Fertigstellung 24 Tage dauern wird, wenn 4 Bagger eingesetzt werden. Nun können aber statt 4 Bagger sogar 8 Bagger eingesetzt werden. Wenn man wissen will, wie lange die Fertigstellung nun dauern wird, wie kann man überlegen?

Viele Schüler/innen melden sich zu Wort. Welche der folgenden Überlegungen ist überzeugend? Begründe.

Anna: „Doppelt so viele Bagger arbeiten doppelt so viel und doppelt so lange, also 48 Tage“.

Bernd: „Jeder zusätzliche Bagger bringt gleich viele Tage Ersparnis, nämlich 4 Tage. Also dauert die Arbeit für vier zusätzliche Bagger 24 minus 4 mal 4 Tage, also 8 Tage.“

Chris: „Jeder Bagger arbeitet etwa gleich viel. Doppelt so viele Bagger brauchen nur etwa halb so viel Zeit für dieselbe Arbeit. Wenn eine ungefähre Abschätzung reicht: etwa 12 Tage.“



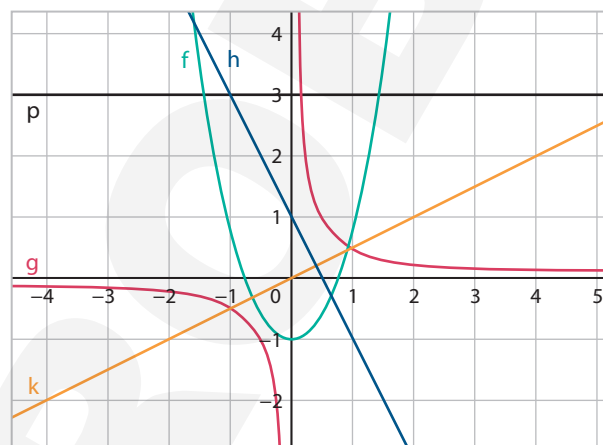
- 335** Klopapier nimmt Feuchtigkeit auf und ist daher nicht wasserundurchlässig. Sollte jemand daher vergessen nach dem Stuhlgang die Hände zu waschen, können Darmbakterien ihren Weg auf die Hände finden.

Überlege, wie sich die Anzahl an Darmbakterien entwickelt, wenn es zu Beginn 10 Darmbakterien sind, die sich jede Stunde verdoppeln.

Zeichne einen Funktionsgraphen, an dem man die Zahl der Bakterien pro Stunde ablesen kann.

- 336** Welche Funktionsgraphen passen zu den angegebenen Funktionstypen? Ordne zu.

Lineare homogene Funktion	
Lineare inhomogene Funktion	
Quadratische Funktion	
Gebrochen rationale Funktion	



- 337** Fred läuft zum Bahnhof – er ist spät dran. „Meine Geschwindigkeit kann ich mit $v = \frac{s}{t}$ berechnen. Und der Bahnhof ist 2,4 km entfernt. Wie schnell muss ich wohl sein, damit ich den Zug, der in 15 min fährt noch erreiche?“
- Stelle eine Funktionsgleichung auf, die $t \rightarrow v(t)$ zuordnet, wobei t in Stunden und v in km/h angegeben werden.

Wie schnell muss er laufen, wenn er ...

- (1) noch 20 min Zeit hat,
- (2) nur mehr 5 min Zeit hat?

Denk daran, die Zeit in Stunden anzugeben,
also $15 \text{ min} = \frac{15}{60} \text{ h} = \frac{1}{4} \text{ h}$.



- 338** Welche der Zuordnungen kann durch eine gebrochen rationale Funktion beschrieben werden?

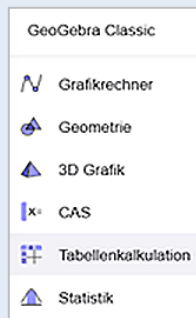
- ☐ Alter eines Kindes – Körpergröße
- ☐ Fahrgeschwindigkeit eines Autos – zurückgelegte Fahrstrecke
- ☐ Anzahl der Kinder – Süßigkeiten pro Kind beim Aufteilen einer Süßigkeitenbox.
- ☐ Anzahl der Wasserpumpen – Dauer, bis ein Becken leergepumpt ist.

Technologieeinsatz

339 T Word-Cloud

Überlege gemeinsam mit deinen Freundinnen und Freunden, welche Begriffe dir im Zusammenhang mit Funktionen einfallen.

Recherchiert, wie man daraus eine Word-Cloud erstellt und welche Erzeugungsmöglichkeiten kostenfrei sind.



GeoGebra bietet dir viele Möglichkeiten, Funktionen rasch darzustellen!

In diesem Kapitel werden wir vor allem die Tabellenkalkulation und den Grafikrechner näher unter die Lupe nehmen.

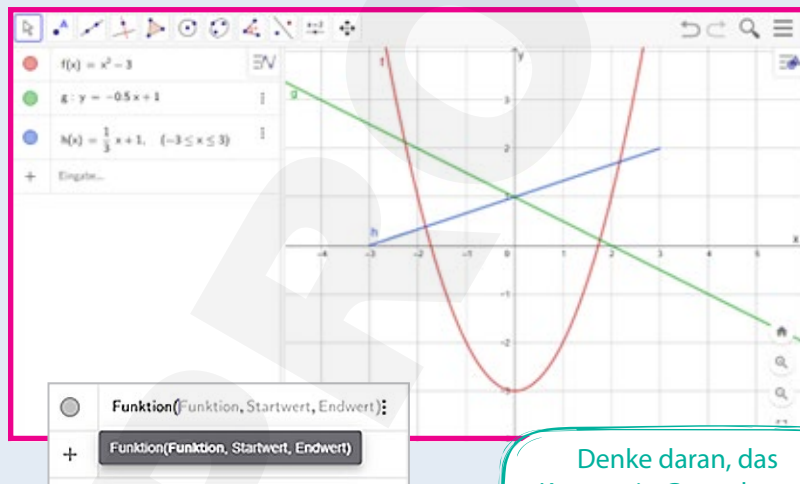


340 T Funktionsgraphen in Geogebra zeichnen

Nutze dazu den Grafikrechner.

Du kannst im Algebrafenster Funktionen in der Form $f(x) = \dots$ oder auch $y = \dots$ eingeben.

Willst du nur einen Ausschnitt einer Funktion darstellen, wähle „Funktion“ und gib den Term, sowie den Start- und Endwert an.



Denke daran, das Komma in GeoGebra als Punkt zu schreiben.

341 T Übe das Zeichnen von Graphen anhand folgender Funktionen.

a) $f(x) = 2x - x^2$ b) $g(x) = -0,4x + 5$ c) $h(x) = -\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$

342 T Wenn du mehrere Funktionen in einem Grafikfenster darstellen willst, ist es sinnvoll, verschiedene Farben oder Linienarten zu verwenden. Achte auch auf eine passende Bezeichnung. Wähle dazu die Einstellungen, die du bei den drei Punkten oder mit einem Mausklick (rechte Taste) findest.

Zeichne die folgenden Funktionen im gegebenen Intervall in ein Koordinatensystem ein.

a) $f_1(x) = 2x - \frac{1}{2}$ $f_2(x) = 2 - \frac{1}{2}x$ $f_3(x) = 2x^2 - \frac{1}{2}x$ für $-3 \leq x \leq 4$
 b) $g(x) = -0,4x + 5$ $h(x) = -4 + 0,5x$ $k(x) = \frac{-4}{x} + 0,5$ für $-0 \leq x \leq 4$

343 T Achsenskalierung

Sonja möchte den Graphen der Funktion $f(x) = x^2 + 200$ zeichnen und schreibt den Term in die Eingabezeile. „Oje, da zeigt mir GeoGebra nichts an.“, stellt sie entsetzt fest.

Wenn dir so etwas passiert, wähle das Verkleinern oder drehe am Mauseisrad um entsprechend zu zoomen. Mit dem Werkzeug „Verschiebe Grafik-Ansicht“  kannst du die Achsen auch einzeln skalieren. Bewege dazu die Maus entlang der Achsen so lange, bis der Doppelpfeil erscheint. Stelle die Funktionsgraphen dar.



a) $f(x) = -0,8x + 3\,000$ b) $g(x) = -0,1x^3 + 2x - 40$ c) $h(x) = 0,2x^2 - 200x + 550$

344 T Wertetabelle erstellen

GeoGebra hat auch eine Tabellenkalkulation, die du zum Erstellen von Wertetabellen nutzen kannst. Trage in der Spalte A die Argumente ein und den Term in Zelle B1.

Achte darauf statt x die Zellbezeichnung A1 einzugeben. Nutze dann die Funktion des automatischen Ausfüllens und fertig ist die Wertetabelle.

Willst du die Werte auch in einem Koordinatensystem darstellen, nutze die Listenfunktion. Wähle einen Bereich und „Liste von Punkten“ – die Punkte werden automatisch übertragen.

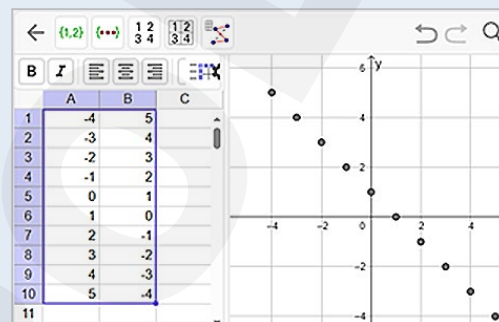
Erstelle Wertetabellen für die folgenden Funktionen und stelle Wertepaare in einem Koordinatensystem dar.

a) $f(x) = 2x - 5$

b) $g(x) = -0,1x + 3$

c) $h(x) = x^2 - 2$

	A	B	C
1	-4	=A1+1	
2	-3		
3	-2		
4	-1		



345 T Wertepaare ablesen

Mit Hilfe von Geogebra lassen sich auch Funktionswerte schnell angeben bzw. zu gegebenen Funktionswerten entsprechende Argumente finden.

Zeichne dazu den Graphen von $f(x) = -0,5x^2 + 2x - 1$.

a) Gib die folgenden Funktionswerte an.

$f(-2) =$ _____ $f(0) =$ _____ $f(1) =$ _____ $f(3) =$ _____

Willst du die Punkte auch im Koordinatensystem anzeigen, so gib in der Eingabezeile die Punkte $A=(-2, f(-2))$, $B=(0, f(0))$ usw. ein.

b) Für welche Werte von x gilt $f(x) = -1$?

$x_1 =$ _____ $x_2 =$ _____

Ein Tipp: Zeichne die Gerade $y = -1$ und ermittle die Schnittpunkte!



346 T Enesa überlegt, durch welche der nachstehenden Gleichungen funktionale Zusammenhänge festgelegt sind.

Gib die Gleichungen in GeoGebra ein und entscheide anhand der Graphen, ob eine eindeutige Zuordnung vorliegt oder nicht.

a) $y^2 + 1 = x$

b) $y = -5$

c) $\frac{x}{y-1}x = 5$

d) $x = -3$

e) $x \cdot y - 2 = x$

347 T Funktionen im CAS-Fenster

Funktionen im CAS musst du erst definieren $f(x) := -2x + 5$ ein.

Funktionswerte berechnest du dann beispielsweise durch die Eingabe von $f(2)$. Willst du den x-Wert zu einem gegebenen Funktionswert $f(x) = 7$ bestimmen, so gib $\text{löse}(f = 7)$ ein. Gibst du nur $\text{löse}(f)$ ein, so werden die Schnittpunkte mit der x-Achse (das sind die Nullstellen) berechnet.

1	$f(x) := -2x + 5$
2	$f(2)$
3	$\text{löse}(f = 7)$
4	$\text{löse}(f)$

- 348 T Betrachte die Graphen der folgenden Funktionen und beurteile die Aussagen. Kreuze zutreffende jeweils an.

$$f(x) = -0,5x^2 + 2x + 1$$

$$g(x) = 0,5x - 1$$

$$h(x) = \frac{1}{2x}$$

$$k(x) = 2 - x$$

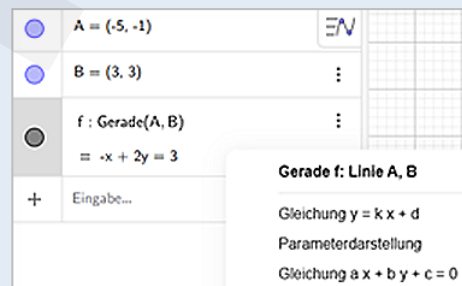
Aussagen zu Eigenschaften	f(x)	g(x)	h(x)	k(x)
Die Funktion geht durch den Punkt (0 2).				
Die Funktion fällt.				
Der Graph der Funktion ist eine Gerade.				
Die Funktion schneidet nicht die x-Achse.				
Die Funktion geht durch den Punkt (4 1).				
Die Funktion schneidet die y-Achse bei 1.				
Vermehrt man das Argument um 1, so nimmt der Funktionswert um 1 ab.				
Für positive Argumente sind auch die Funktionswerte positiv.				

- 349 T Lineare Funktion

Da der Graph einer linearen Funktion eine Gerade ist, kann diese immer durch 2 Punkte festgelegt werden. Nutze in GeoGebra dazu das Grafikfenster, zeichne die beiden Punkte ein und verbinde sie durch eine Gerade. Im Algebrafenster wird die Funktionsgleichung angezeigt. Ein Rechtsklick mit der Maus ermöglicht dir auch andere Darstellungen, speziell jene mit $y = k \cdot x + d$.

Zeichne die Punkte A und B und die Gerade.

Ermittle die Steigung und den Ordinatenabschnitt dieser linearen Funktion.



- 350 T Steigungsdreieck

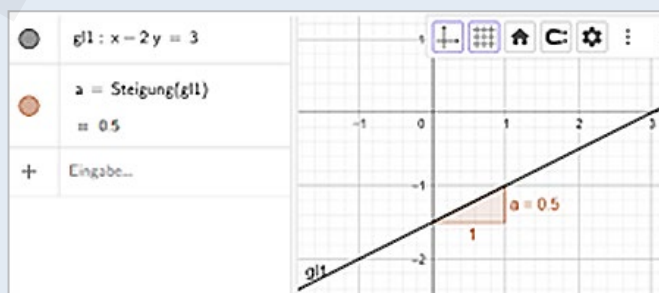
Eine lineare Funktion ist durch den Ordinatenabschnitt und die Steigung festgelegt.

In GeoGebra kannst du das Steigungsdreieck anzeigen lassen.

Lege eine Funktion durch die lineare Gleichung $x - 2y = 3$ fest und ermittle die Steigung.

Ermittle diese auch für

- a) $f(x) = 2 - x$ b) $g(x) = 1,2x - 7$ c) $x - 2y = 0$



Gib einfach „Steigung“ in der Eingabezeile ein!



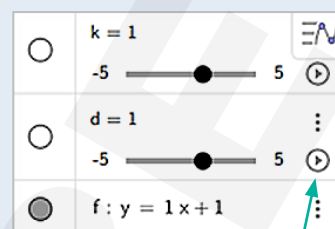
351 T Schieberegler

Gib die Gerade allgemein in der Form $f(x) = k \cdot x + d$ in der Eingabezeile ein.

GeoGebra wählt dann für die unbekannten Parameter k und d sogenannte Schieberegler und legt deren Werte vorerst mit 1 fest. Du kannst den Punkt auf den grauen Linien bewegen und so die Werte von k und d ändern.

Was fällt dir in diesem Zusammenhang auf? Ergänze die Sätze.

- ▶ Umso größer k wird, desto _____
- ▶ Für negative k -Werte ist die Gerade _____
- ▶ Wird d größer, so _____
- ▶ Für $k = 0$ ist die Gerade _____
- ▶ Für $k < 0$ und $d > 0$ verläuft die Gerade _____
- ▶ Wenn $d = 0$ _____



Durch Drücken des Pfeiles bewegt sich der Schieberegler gar von selbst! Und bei den Einstellungen kannst du auch min und max des Schiebereglers ändern.


352 T Erstelle eine allgemeine Geradengleichung der Form $f(x) = k \cdot x + d$ und ändere die Schieberegler dann so, dass ...

- a) die Steigung $k = -1$ ist und f durch $(1|0)$ geht. _____
- b) die Gerade durch den Ursprung geht und fällt. _____
- c) $d = 2$ ist und die Gerade die x -Achse in -4 schneidet. _____
- d) die Gerade nur durch den 1. und 2. Quadranten geht. _____
- e) die Gerade durch $(-1|1)$ geht und die x -Achse in 2 schneidet. _____

Gib für jeden Fall eine mögliche Funktionsgleichung an.
In welchen Aufgaben ist die Lösung eindeutig?

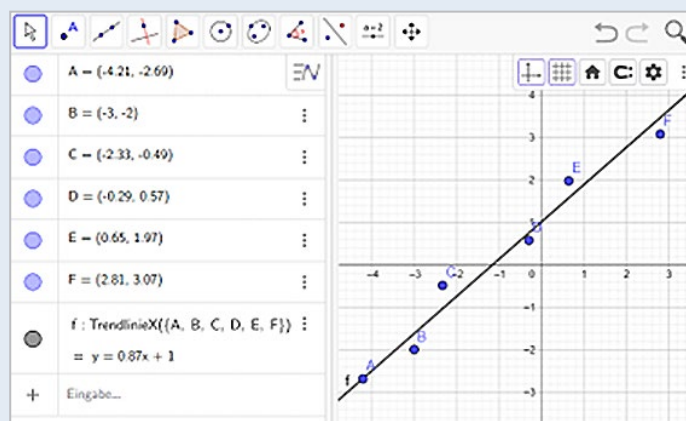
353 T Trendlinie

Rafael hat in GeoGebra einige Punkte gezeichnet. Sie liegen nicht genau auf einer Linie. Welche Gerade nähert diese aber bestmöglich an?

Zur Beantwortung dieser Frage kannst du dich einer Trendlinie bedienen.

Gib dazu alle Punkte in einer Liste $\{A, B, C, \dots\}$ an.

Viele Prozesse, die man beobachten kann, werden linear modelliert. Da kann eine derartige Trendlinie hilfreich sein.



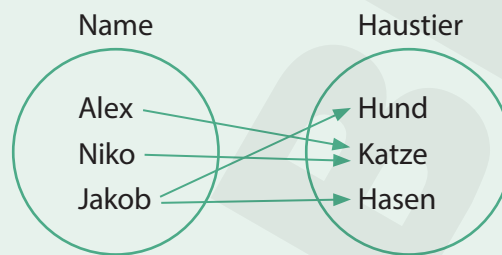
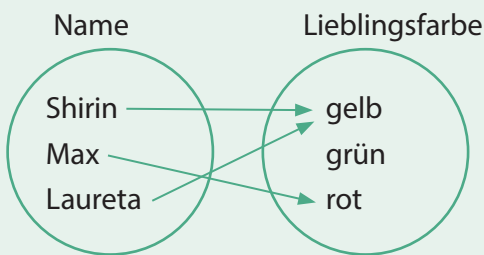
354 T Überlege dir, bei welchen Aufgaben des Schulbuchs, du GeoGebra sinnvoll einsetzen könntest.

Kontrolliere deine Ergebnisse und Darstellungen mit GeoGebra.

Paket A

355

Gib an, ob es sich bei folgenden Zuordnungen um eine Funktion handelt. Begründe deine Entscheidung.



356

Erstelle eine Wertetabelle mit den ganzzahligen x-Werten von -2 bis 6 für die angeführte Funktionsgleichung.

$$f(x) = 3 \cdot (x + 2)$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)									

357

Gib eine Funktionsgleichung so an, dass sie zur Zuordnungsvorschrift passt.

a) Zahl $x \rightarrow$ sechzehnfacher Zahlenwert

$$f_1(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) Zahl $x \rightarrow$ um drei verminderte Zahl

$$f_2(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

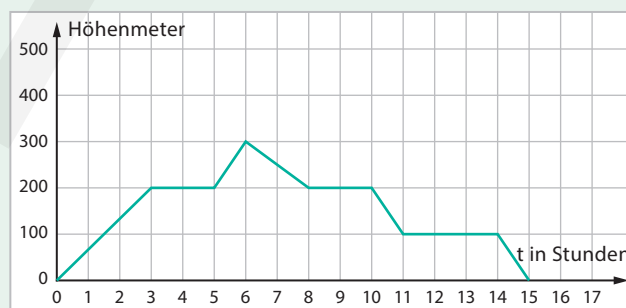
358

Peter hat mit seinen Freunden einen Ausflug gemacht. Sie haben den Matheberg bestiegen und Peter hat während der gesamten Wanderung seine neue App laufen lassen, die die zurückgelegte Strecke analysiert. Leider hat er nur die (etwas ungenaue) Gratisversion der App, er kann aber dennoch die wichtigsten Informationen herauslesen.

Treffen folgende Aussagen zu?

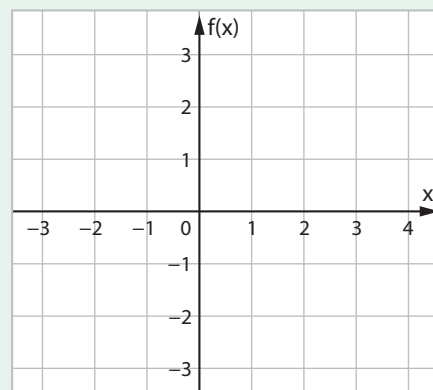
Kreuze an.

- ☐ Insgesamt waren sie 15 Stunden unterwegs.
- ☐ Es wurde beim Auf- und Abstieg dieselbe Route gewählt.
- ☐ Der Aufstieg dauerte länger als der Abstieg.
- ☐ Die Spitze des Mathebergs liegt 3 km über dem Startpunkt der Wanderung.



359

Zeichne den Graphen einer linearen Funktion, die durch $P(2|-1)$ geht und den Anstieg 1 hat. Wie lautet die Funktionsgleichung?



Paket A

360

Welche Eigenschaften erfüllen die gezeichneten Graphen? Ordne zu (Mehrfachzuordnungen sind möglich).

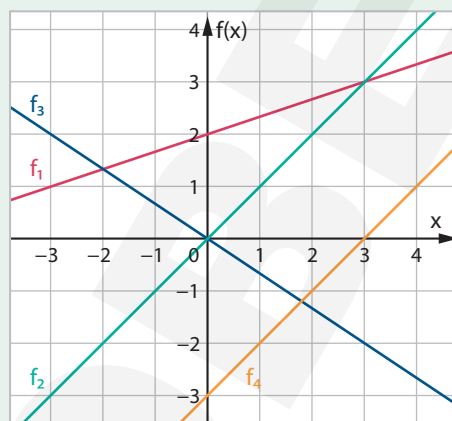
Der Anstieg der Funktion ist negativ. _____

Die Funktion ist homogen linear. _____

Der Graph enthält den Punkt (3|3). _____

Der Wert für $k = 1$. _____

$f(-2)$ ist positiv. _____



361

Eine Stromgesellschaft informiert über einen neuen Haushaltstarif:

Die monatliche Grundgebühr beträgt 7 Euro, die Verbrauchsgebühr beträgt 13 Cent pro Kilowattstunde.

Erstelle eine Grafik, aus der man den Rechnungsbetrag für einen Monat bei unterschiedlichem Stromverbrauch (bis zu 600 Kilowattstunden) ablesen kann.

362

Bei einer linearen Funktion $f(x) = k \cdot x + d$ werden k und d verändert.

Wie ändert sich der Graph, wenn ...

a) k größer wird. _____

b) k gleich 0 wird. _____

c) d kleiner wird. _____

d) d gleich 0 wird. _____

Hier kannst du auch GeoGebra und die Schieberegler nutzen, um die Änderungen zu veranschaulichen.
Siehe Aufgabe 359



363

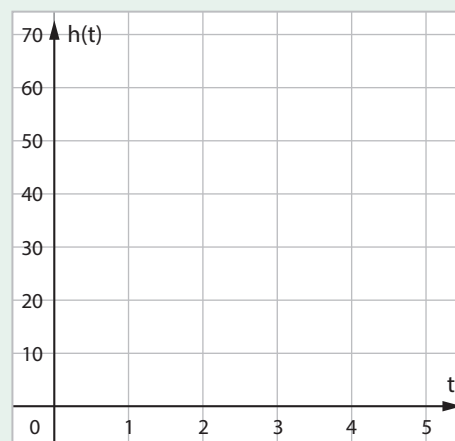
Aus der Fallzeit t kann die Höhe h , aus der ein Gegenstand fallen gelassen wird, annähernd durch den Zusammenhang $h(t) = 5t^2$ berechnet werden.

Ergänze die entsprechenden Höhen und zeichne den Graphen.

t	0	1	2	3	4
$h(t)$					

Wie lange fällt dieser Gegenstand, wenn er aus 30 m Höhe fallen gelassen wird? _____

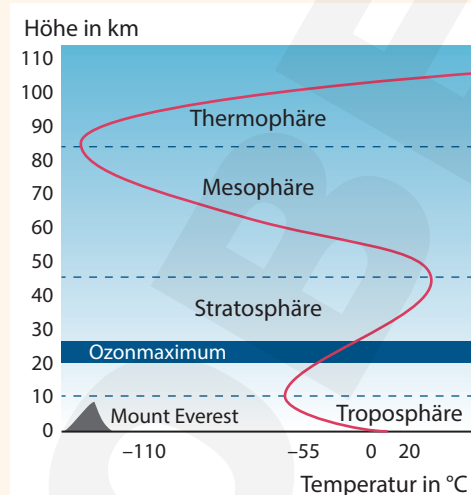
Wenn sich die Fallzeit verdoppelt, dann ist die Höhe _____ so groß.



Paket B

364

Die Abbildung zeigt den Temperaturverlauf in der Atmosphäre. Begründe, weshalb diese Abbildung nicht den Graphen einer Funktion darstellt.



365

Berechne die Wertetabelle im Intervall $[-4; 4]$ der folgenden Funktionen und zeichne die Graphen in ein Koordinatensystem.

$$f(x) = x + 3$$

$$g(x) = -x^2 + 2$$

366

Durch die Abbildung ist eine Funktion festgelegt, die jedem Zeitpunkt t ein Temperatur T zuordnet. Ergänze die fehlenden Werte und erkläre deren Bedeutung im Kontext.

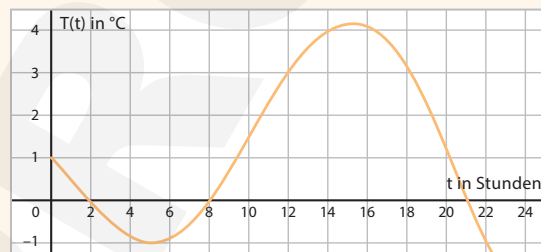
$$T(0) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$T(10) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$T(18) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$T(t_1) = 3 \quad t_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

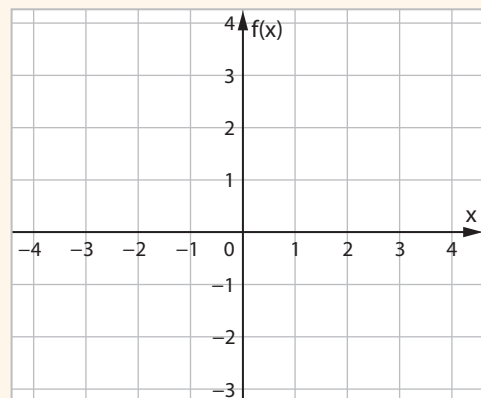
$$T(t_2) = \text{maximal} \quad t_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$



367

Zeichne den Graphen der linearen Funktion $f(x) = -2x$.

Welche Funktionsgleichung erhältst du, wenn du diese Gerade um 3 Einheiten in senkrechte Richtung nach oben verschiebst?



368

Überlege, ob die folgenden Aussagen über die Funktion $f(x) = 3x - 2$ richtig oder falsch sind.

Aussage	r	f
Der Graph von f schneidet die senkrechte Achse bei -2 .		
Der Punkt $(3 -2)$ liegt am Graphen der Funktion.		
Die Funktion f ist homogen.		
Der Graph von f ist fallend.		
Erhöht man x um 1, so nimmt $f(x)$ um 3 zu.		

Schaffst du es, diese Aussagen zu bewerten, ohne einen Graphen zu zeichnen?



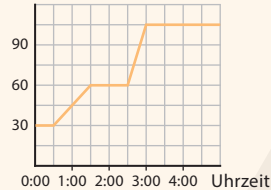
Paket B

369

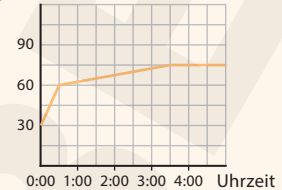
Eine zylinderförmige, oben offene Regentonne hat eine Höhe von 105 cm und wird vom Regenwasser einer Dachfläche gespeist. Die folgenden Graphen zur Füllhöhe der Regentonne ergeben sich aus verschiedenen Wetterverläufen.

Ordne den Aussagen unterhalb der Grafiken jeweils einen oder mehrere Graphen zu, indem du die Nummern der Graphen neben den Aussagen notierst.

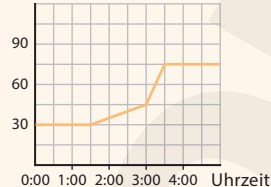
A Füllhöhe in cm



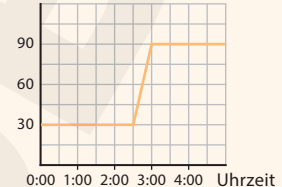
B Füllhöhe in cm



C Füllhöhe in cm



D Füllhöhe in cm



- 10 Minuten nach Mitternacht regnete es. _____
- Gegen 3 Uhr nachts war der Regen zu Ende. _____
- Nach einem Starkregen hat es 3 Stunden lang leicht geregnet. _____
- Es hat nach Mitternacht insgesamt 2 Stunden lang geregnet. _____
- Um 1 Uhr und um 4 Uhr hat es nicht geregnet. _____
- Der Regen der vergangenen Nacht hat die Regentonne voll gemacht. _____
- Zwischen Mitternacht und 4 Uhr hat es die meiste Zeit geregnet. _____

Warum ist bei Graph 1 manchmal keine eindeutige Zuordnung möglich?

370

Zeichne in das Koordinatensystem jeweils eine Funktion mit der angegebenen Eigenschaft und gib die Funktionsgleichung an.

f_1 ... ist homogen und hat einen Steigungswinkel von 45° .

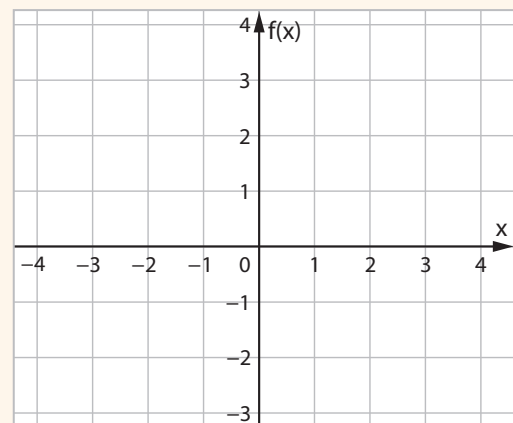
$$f_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

f_2 ... hat eine Steigung von 0,5 und geht durch den Punkt $(-2|1)$.

$$f_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

f_3 ... ist waagrecht und schneidet die senkrechte Achse bei -1 .

$$f_3 = \underline{\hspace{2cm}}$$



371

Zwei Taxiunternehmen bieten unterschiedliche Tarife an:

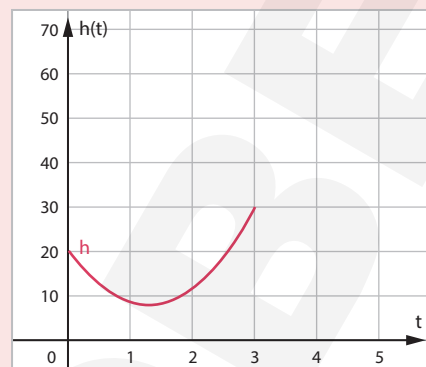
Unternehmer A: Grundgebühr € 4,20 und pro gefahrenen Kilometer 1,60 €.

Unternehmer B: Grundgebühr € 5,40 und pro gefahrenen Kilometer 1,40 €.

- a) Gib für jeden Taxiunternehmer einen Term an, mit dem man die Gesamtkosten für x gefahrene km berechnen kann.
- b) Für welche Kilometeranzahl sind die Unternehmen gleich teuer?
- c) Wann wird man bevorzugt das Unternehmen B wählen?

Paket C

372 Ergänze die Abbildung so, dass durch die Zuordnung $t \rightarrow h(t)$ keine Funktion angegeben ist.



373 Je mehr Weg zurückgelegt wird, desto größer ist die dabei aufgewendete Arbeit, denn ...

Arbeit = Kraft mal Weg.

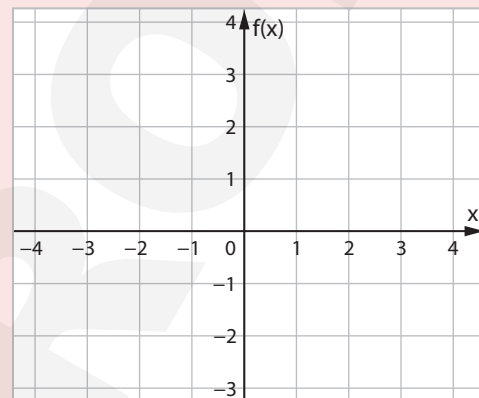
Stelle diesen Zusammenhang für verschiedene Kräfte grafisch dar.

374 Zeichne die Graphen der Funktionen im Koordinatensystem ein.

$$f_1(x) = -3x + 2$$

$$f_2(x) = \frac{3}{2} \cdot x - 1$$

Wie lauten die Gleichungen der zugehörigen homogenen Funktionen?



375 Bei einem bestimmten Taxiunternehmen setzt sich der Tagesarif folgendermaßen zusammen:

- ▶ Zusätzlich zu einer festgelegten Grundgebühr G ist pro Kilometer zurückgelegter Strecke eine Gebühr K zu bezahlen.
- ▶ Für eine Fahrt, die nachts zwischen 20:00 Uhr und 6:00 Uhr beginnt, ist ein Aufschlag auf den Tagesarif von 30 % zu entrichten.
- ▶ Ein Fahrgast steigt um 22:00 Uhr in ein Taxi dieses Taxiunternehmens ein und fährt damit eine Strecke von S Kilometern.

- a) Stelle eine Gleichung zur Berechnung der gesamten Fahrtkosten F für diese Fahrt auf. Verwende dabei G, S und K.
- b) Veranschauliche die Zuordnung. Recherchiere dazu, wie hoch derzeit G bei den meisten Taxiunternehmen ist und wie hoch die km-abhängige Gebühr K ist. Wähle eine geeignete Skalierung der Achsen.

376 Die Wertetabelle legt eine indirekt proportionale Zuordnung fest. Ergänze die fehlenden Werte.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y								

Paket C

377

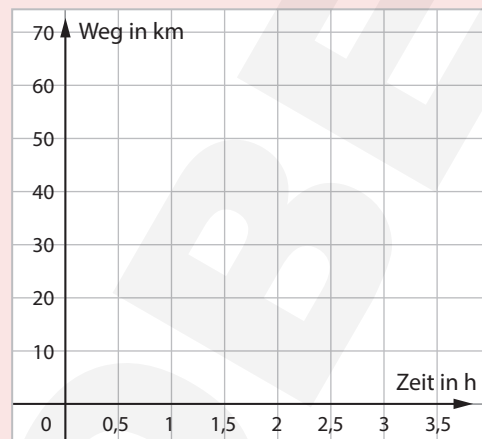
Die Bewegung eines Fahrzeugs soll veranschaulicht werden. Im Zeitintervall A $[0; 0,5]$ durch eine lineare homogene Funktion, im Intervall B $(0,5; 1)$ durch eine waagrechte Gerade und in den Intervallen C $(1; 2)$ und D $(2; 3,5)$ durch lineare Funktionen.

A ... Das Fahrzeug fährt mit 60 km/h vorwärts.

B ... Das Fahrzeug steht.

C ... Das Fahrzeug fährt mit 30 km/h weiter.

D ... Das Fahrzeug fährt zum Start zurück.



Mit welcher Geschwindigkeit ist das Fahrzeug

im Intervall D unterwegs? _____

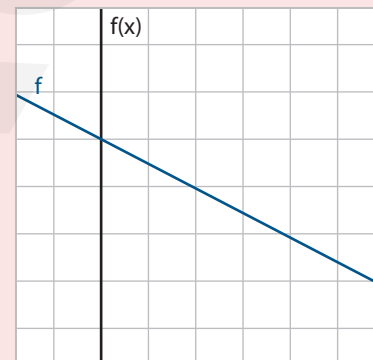
378

Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = -0,5x + 2$.

Ergänze die fehlende x-Achse und die Skalierung.

Spiegle den Graphen von f an der x-Achse.

Wie lautet die Gleichung der so entstandenen Funktion?



379

Christine ist eine Langschläferin und schafft es oft nicht rechtzeitig in die Schule. Sie überlegt: „Wie schnell muss ich mit dem Rad fahren, wenn ich nur noch 15 min Zeit habe und mein Schulweg 4 km lang ist?“

Stelle eine Formel auf, die zur Berechnung dient. $v(t) =$ _____

Wie schnell muss Christine fahren, wenn ihr noch (1) 25 min, (2) 20 min, (3) 10 min, (4) 5 min Zeit bleiben?

Kann sie das auch schaffen?

Überlege, wie schnell du mit dem Rad fährst, wie schnell du läufst bzw. gehst.

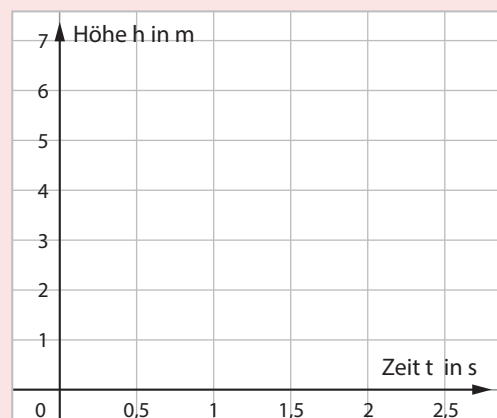
380

Tom schießt einen Fußball senkrecht nach oben.

Wenn der Ball hochgeschossen wird, kann man die jeweilige Höhe h (in m) des Balls in Abhängigkeit von der Flugzeit t (in s) mit Hilfe der Formel $h(t) = v \cdot t - 5t^2$ ausrechnen.

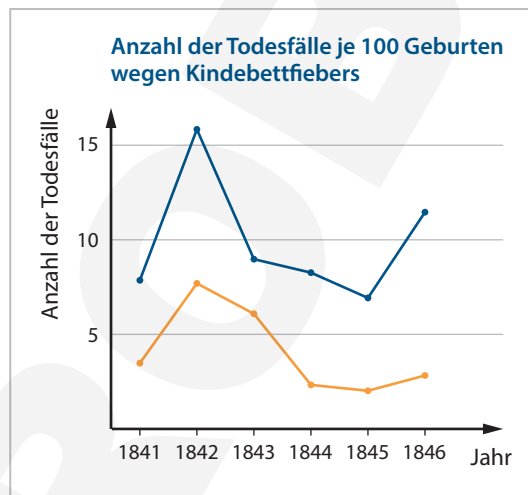
Zeichne die Graphen dieser Funktion für $v = 8$ bzw. 10 bzw. 12 m/s, suche jeweils das Maximum (das ist die erreichte Höhe).

Gib jeweils die Abschussgeschwindigkeit an.



381 Semmelweis' Tagebuch: Kindbettfieber ist eine ansteckende Krankheit, an der viele Frauen nach der Geburt eines Kindes starben. Ignaz SEMMELWEIS (1818 – 1865) sammelte Daten über die Anzahl von Todesfällen auf Grund von Kindbettfieber sowohl auf der ersten als auch auf der zweiten Station des Allgemeinen Krankenhauses in Wien (siehe Diagramm). Beide Stationen hatten annähernd gleich viele Einbindungen. Die Ärzte, darunter auch Semmelweis, tappten in Bezug auf die Ursache des Kindbettfiebers völlig im Dunkeln. Semmelweis schrieb in sein Tagebuch: „Dezember 1846. Warum sterben so viele Frauen nach einer völlig problemlosen Geburt an diesem Fieber? Seit Jahrhunderten lehrt uns die Wissenschaft, es handle sich um eine unsichtbare Epidemie, die Mütter tötet. Als mögliche Ursachen gelten Veränderungen in der Luft, irgendwelche außerirdischen Einflüsse oder eine Bewegung der Erde selbst, ein Erdbeben.“

- a) Nimm an, du wärst Semmelweis. Nenne einen Grund dafür (ausgehend von den von Semmelweis gesammelten Daten), dass Erdbeben als Ursache für Kindbettfieber unwahrscheinlich sind.
- b) Stelle Vermutungen auf, welche Ursachen Kindbettfieber hat und diskutiere sie mit deinen Mitschülerinnen und Mitschülern.



Hier haben wir ein paar Aufgaben aus dem Aufgabenpool der Matura gesammelt. Du kannst diese sicher schon lösen!

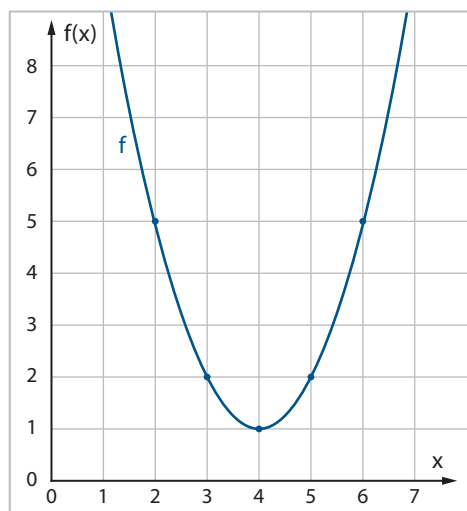


382 Die Funktion f ordnet der Breite x (mit $x > 0$) eines Rechtecks mit dem Flächeninhalt 26 cm^2 die Länge $f(x)$ zu ($x, f(x)$ in cm). Stelle eine Funktionsgleichung von f auf.

$f(x) =$ _____

383 Die Abbildung zeigt einen Graphen der quadratischen Funktion f . Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Kreuze an.

- ☐ für alle $x \in [2; 5]$ gilt: $f(x)$ ist ≤ 5 und $f(x)$ ist ≥ 2
- ☐ für alle $x \in [3; 5]$ gilt: $f(x)$ ist ≤ 2 und $f(x)$ ist ≥ 1
- ☐ für alle $x \in [2; 6]$ gilt: $f(x) = 5$
- ☐ für alle Argumente x gilt: $f(x) > 0$
- ☐ für alle Argumente x gilt: $f(x) = f(x + 4)$



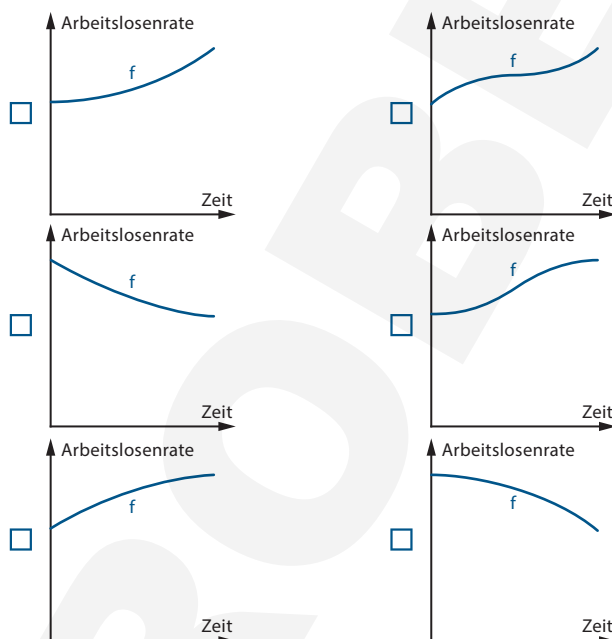
- 384** Ein Politiker, der die erfolgreiche Arbeitsmarktpolitik einer Regierungspartei hervorheben möchte, sagt: „Die Zunahme der Arbeitslosenrate verringert sich während des ganzen Jahres.“

Ein Politiker der Opposition sagt darauf: „Die Arbeitslosenrate ist während des ganzen Jahres gestiegen.“

Die Entwicklung der Arbeitslosenrate während eines Jahres kann durch eine Funktion f in Abhängigkeit von der Zeit modelliert werden.

Welcher der nachstehenden Graphen stellt die Entwicklung der Arbeitslosenrate während dieses Jahres dar, wenn die Aussagen beider Politiker zutreffen?

Kreuze den zutreffenden Graphen an.



- 385** Der Funktionsgraph einer linearen homogenen Funktion f mit $f(x) = k \cdot x$ verläuft durch die Punkte A ($x_A|6$) und B (12|16).

Zeichne den Graph und ergänze die fehlende Koordinate x_A des Punktes A.

- 386** Beim einem Versuch ist eine bestimmte Wassermenge für eine Zeit t auf konstanter Energiestufe in einem Mikrowellengerät zu erwärmen. Die Ausgangstemperatur des Wassers und die Temperatur des Wassers nach 30 Sekunden werden gemessen. Ergänze die Gleichung der zugehörigen linearen Funktion, die die Temperatur $T(t)$ zum Zeitpunkt t beschreibt.

Zeit (in Sekunden)	$t = 0$	$t = 30$
Temperatur (in °C)	35,6	41,3

$T(t) = \underline{\hspace{2cm}} \cdot t + 35,6$

- 387** Eine zylinderförmige Kerze hat zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Länge von 10 cm. Nach einer Brenndauer von 120 min hat die Kerze eine Länge von 4 cm.

Nimm an, dass diese Kerze gleichmäßig abbrennt und stelle eine lineare Funktion L auf, die die Länge der Kerze in Abhängigkeit von der Brenndauer t beschreibt (t in min, $L(t)$ in cm).

Stelle den Funktionsgraphen dar und ermittle die Funktionsgleichung von L .