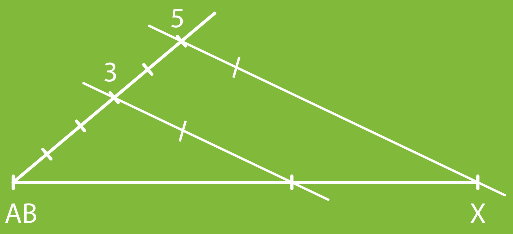
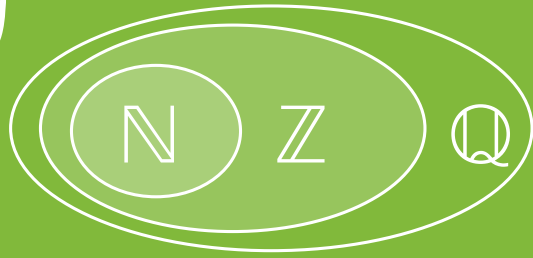
$$5x \cdot 2y = 5 \cdot 2 \cdot x \cdot y = 10xy$$



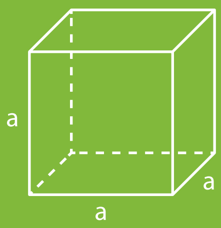


NEUER LEHRPLAN

$$4 \cdot a = 7 \cdot 0{,}2$$

$$\frac{3a^2b - 6b}{3b}$$

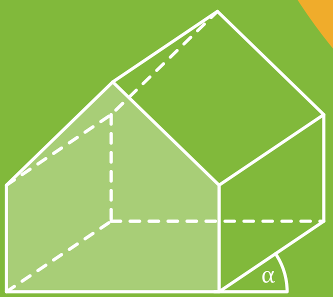
$$\frac{Rx^3}{2x}$$

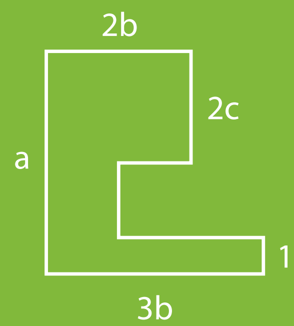


Mathe 3

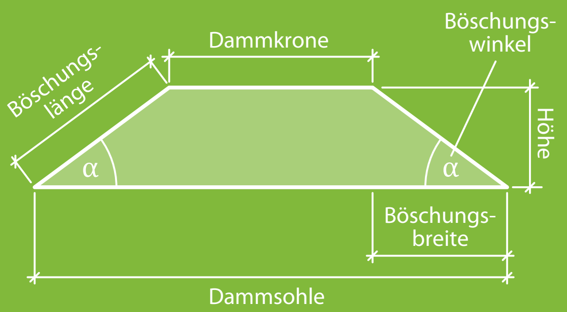
BENISCHEK | HAUER-TYPPELT | SATTLBERGER | STEINLECHNER-WALLPACH

$$\frac{15a^2}{5a}$$





$$(-3X) \cdot (-Y) + (-X) \cdot (-4Y) = 3XY$$



$$a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$$

$$\frac{12a^2b^2 - 18a^2b^2}{6a^2b^2 - 9a^2b}$$

E-Book inklusive

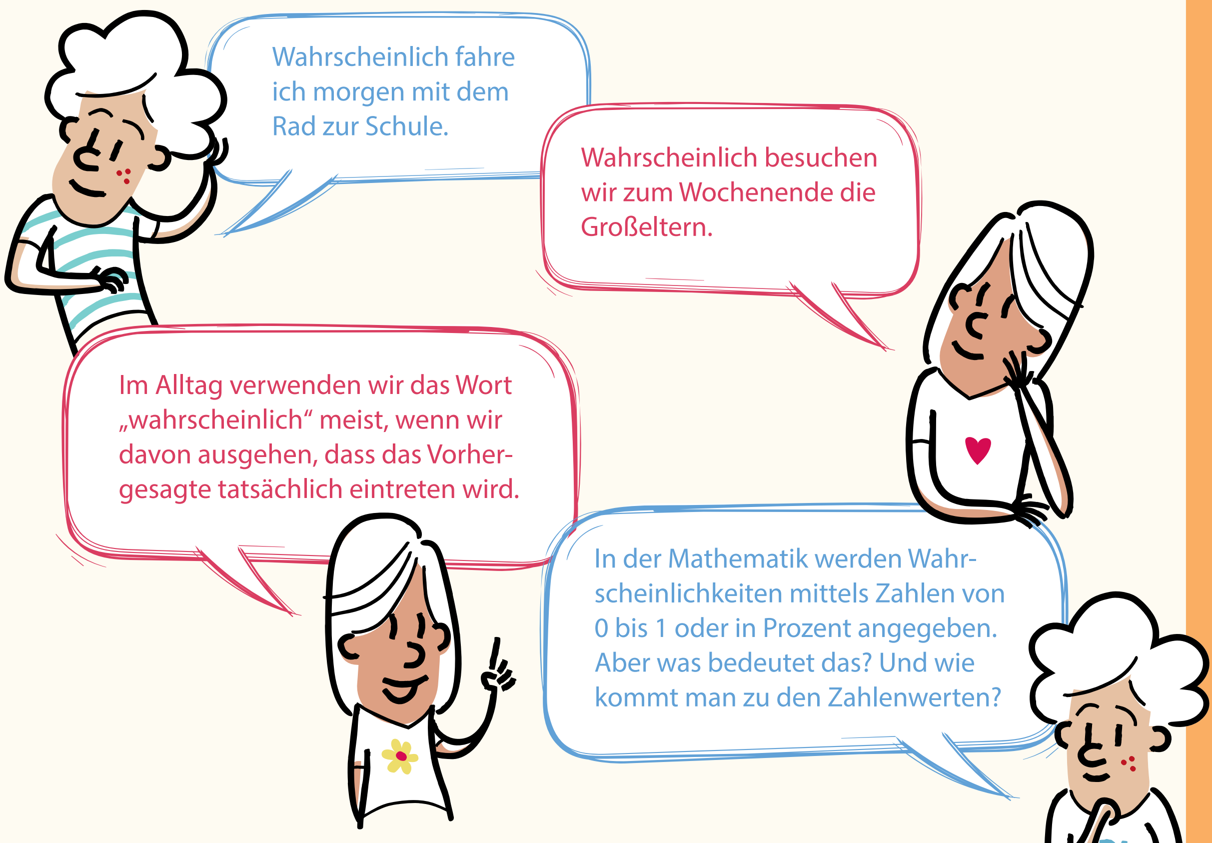
hpt

Inhaltsverzeichnis

Kompetenzbereich 1: Zahlen und Maße

Kompetenzbereich 2: Variable und Funktionen

10. Kapitel Wahrscheinlichkeit



In diesem Kapitel lernst du …

- Zufallsexperimente kennen und führst einige auch selbst durch.
- wie man Wahrscheinlichkeiten in einfachen Zufallsexperimenten ermittelt, vergleicht und interpretiert.
- das Schätzen von Wahrscheinlichkeiten auf Basis von relativen Häufigkeiten.
- das Ermitteln von so genannten Laplace-Wahrscheinlichkeiten.
- das Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten als Vorhersagewerte für relative Häufigkeiten.

10.1 Zufallsexperimente

Ein Zufallsexperiment (oder Zufallsversuch) ist ein Experiment, dessen Ausgang nicht vorhergesagt werden kann. Es gibt verschiedene Versuchsausgänge und man weiß im Vorhinein nicht, welcher davon eintreten wird.

BEISPIEL

Zufallsexperiment: Würfeln mit einem üblichen Spielwürfel

Es gibt 6 **mögliche Versuchsausgänge**:
Es kann entweder die Augenzahl 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 gewürfelt werden.

Jeder der sechs Versuchsausgänge ist **zufällig**, weil er eintreten kann, aber nicht eintreten muss.

Ein **Ereignis** beschreibt eine Situation, die sich aus einem oder mehreren Versuchsausgängen zusammensetzen kann.

Im täglichen Leben werden meist nur besondere Erlebnisse oder Begebenheiten, wie z. B. die Geburt eines Kindes, als „Ereignisse“ bezeichnet. In der Mathematik ist das nicht so.

BEISPIEL

Beispiel für ein **Ereignis beim Würfeln**:

Das Ereignis „Es wird eine gerade Augenzahl gewürfelt.“, setzt sich aus den Versuchsausgängen 2, 4 und 6 zusammen.

Aber auch jeder der sechs möglichen Versuchsausgänge selbst kann als Ereignis bezeichnet werden. Manchmal wird dafür auch der Begriff Elementarereignis verwendet.

Zufallsexperimente auswerten

Die Auswertung eines Zufallsexperiments erfolgt praktischerweise mit einer Tabelle. Dazu können schon während des Experiments Strichlisten angelegt und am Ende des Experiments die absoluten Häufigkeiten in die Tabelle eingetragen werden.

absolute Häufigkeit = Anzahl, wie oft ein Ereignis auftritt

Die **relative Häufigkeit eines Ereignisses** ist das Verhältnis von absoluter Häufigkeit des Ereignisses zur Gesamtanzahl der Versuche.

$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtanzahl der Versuche}}$$

Gibt man die relative Häufigkeit r als Bruchzahl oder Dezimalzahl an, gilt immer $0 \leq r \leq 1$. Relative Häufigkeiten können auch in Prozent angegeben werden.

BEISPIEL

Experiment: 50-mal Würfeln mit einem üblichen Spielwürfel.

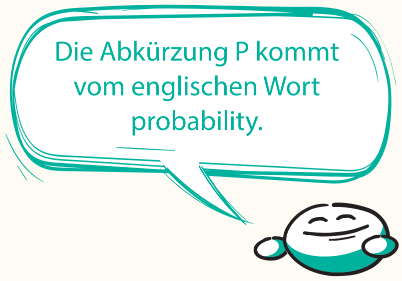
Augenzahl	Strichliste	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
1	IIII	4	$0{,}08 \mathrel{\hat{=}} 8\,\%$
2	𝍸 𝍸 III	13	$0{,}26 \mathrel{\hat{=}} 26\,\%$
3	𝍸 I	6	$0{,}12 \mathrel{\hat{=}} 12\,\%$
4	𝍸 IIII	9	$0{,}18 \mathrel{\hat{=}} 18\,\%$
5	𝍸 𝍸	10	$0{,}2 \mathrel{\hat{=}} 20\,\%$
6	𝍸 III	8	$0{,}16 \mathrel{\hat{=}} 16\,\%$

10.2 Wahrscheinlichkeit als Maß für eine Einschätzung

Wenn wir im Alltag beispielsweise sagen „Wahrscheinlich werden heute viele Leute im Freibad sein." drücken wir eine Einschätzung oder Erwartung aus. Für eine etwas genauere Ausdrucksweise können wir Begriffe wie „höchst wahrscheinlich", „sehr wahrscheinlich" oder „wenig wahrscheinlich" verwenden.

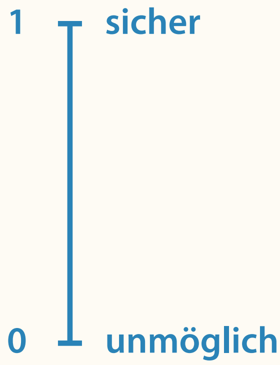
In der Mathematik drückt man eine **Einschätzung bzw. Erwartung mit einer Zahl von 0 bis 1** aus und hat damit viel feinere Möglichkeiten den **Grad der Einschätzung** anzugeben. Die Zahl heißt **Wahrscheinlichkeit**.

Warum gerade eine Zahl von 0 bis 1 genommen wird, kann über den Zusammenhang mit Zufallsexperimenten erklärt werden:



Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses soll die relative Häufigkeit für das Ereignis bei einer sehr großen Anzahl von Versuchen gut vorhersagen (ohne das Zufallsexperiment durchzuführen).

Man schreibt kurz: **P(Ereignis)**



Da P die relative Häufigkeit vorhersagt, muss für jedes Ereignis gelten: $\mathbf{0 \leq P(Ereignis) \leq 1}$

Ein Ereignis, das nie eintreten kann, heißt unmögliches Ereignis.
Es wird mit dem Zahlenwert 0 beschrieben.
P(unmögliches Ereignis) = 0

Ein Ereignis, das auf jeden Fall eintritt, heißt sicheres Ereignis.
Es wird mit dem Zahlenwert 1 beschrieben.
P(sicheres Ereignis) = 1

Alle anderen Wahrscheinlichkeiten werden werden dazwischen eingeordnet.

BEISPIELE

Würfeln mit einem üblichen 6-seitigen Spielwürfel

Das Ereignis „Es wird Sieben gewürfelt." ist ein unmögliches Ereignis.
Man schreibt: P(7) = 0.

Das Ereignis „Es wird eine natürliche Zahl von 1 bis 6 gewürfelt." ist ein sicheres Ereignis.
Man schreibt: P(Zahl von 1 bis 6) = 1

10.3 Wahrscheinlichkeit aus relativer Häufigkeit

BEISPIEL

Die Tabelle zeigt die Ergebnissse des Zufallsexperiments Würfeln, bei dem ein Würfel 10, 100, 1 000, 5 000 mal geworfen wurde.

	10 Würfe		100 Würfe		1 000 Würfe		5 000 Würfe	
Augen-zahl	absolute Häufig-keit	relative Häufig-keit	absolute Häufig-keit	relative Häufig-keit	absolute Häufig-keit	relative Häufig-keit	absolute Häufig-keit	relative Häufig-keit
1	1	0,10	22	0,22	194	0,1940	842	0,1684
2	4	0,40	22	0,22	153	0,1530	849	0,1698
3	2	0,20	12	0,12	149	0,1490	806	0,1612
4	0	0,00	11	0,11	143	0,1430	802	0,1604
5	0	0,00	14	0,14	186	0,1860	846	0,1692
6	3	0,30	19	0,19	175	0,1750	855	0,1710

Man kann erkennen: Je höher die Versuchsanzahl, desto näher sind die Werte der relativen Häufigkeiten um 0,16 … .

Das motiviert, die relative Häufigkeit eines Ereignisses bei einer sehr großen Versuchsanzahl als Wahrscheinlichkeit des Ereignisses anzusehen. Diese Vorgangsweise ist mit einer Unsicherheit behaftet, aber eine unendliche Versuchsanzahl ist ja nicht möglich.

Will man **Wahrscheinlichkeiten aus relativen Häufigkeiten** gewinnen, braucht es also eine **sehr große Versuchsanzahl** und **gleich bleibende Versuchsbedingungen.**

Denn auf lange Sicht, also für sehr viele Versuche, hat auch der Zufall Gesetzmäßigkeiten.

Dann gilt das Empirische Gesetz der großen Zahlen.

Empirisches Gesetz der großen Zahlen

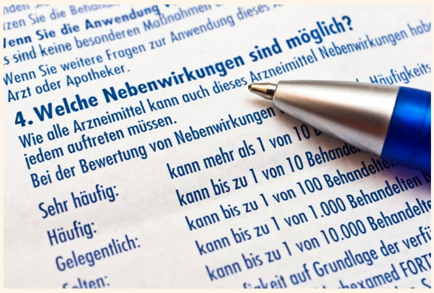
Die relative Häufigkeit eines Ereignisses schwankt bei sehr großer Versuchsanzahl und gleich bleibenden Versuchsbedingungen immer weniger um einen bestimmten Wert.

Je länger eine Versuchsserie durchgeführt wird, desto geringer werden also die Abweichungen der relativen Häufigkeit von diesem Wert. Daher ist es sinnvoll, diesen Wert als Wahrscheinlichkeit des Ereignisses zu bezeichnen.

Auch beim Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten, die im täglichen Leben für viele Menschen von Bedeutung sind, wird im Wesentlichen so vorgegangen.

BEISPIEL

Bei jedem Medikament müssen in der Packungsbeilage Informationen über unerwünschte Nebenwirkungen angegeben sein. Diese Informationen werden meist in der Form „1 von 100 Personen“ gegeben, z. B. Nebenwirkung Kopfschmerzen: 1 von 100 Personen., d. h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,01 muss man bei der Einnahme des Medikaments mit Kopfschmerzen rechnen.



Woher kommt dieser konkrete Zahlenwert?

Dazu wird in einer umfangreichen Studie möglichst vielen Probandinnen und Probanden, das sind Personen, die freiwillig an einer solchen Studie teilnehmen, das Medikament verabreicht und es wird beobachtet, bei wie vielen die Nebenwirkung auftritt.

Jede einzelne Medikamentengabe kann als Zufallsversuch betrachtet werden, da man vorab nicht weiß, ob die Nebenwirkung eintreten wird oder nicht.

Die relative Häufigkeit der Nebenwirkung wird ermittelt und als Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Nebenwirkung verwendet.

Um Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeiten ermitteln zu können, bedarf es also einer umfangreichen, **gezielten Datenerhebung.**

Ein weiteres typisches Beispiel dafür sind die Daten und Aufzeichnungen aus langjährigen Wetterbeobachtungen. Sie werden verwendet, um das Wetter mit hoher Wahrscheinlichkeit richtig vorhersagen zu können. Natürlich spielen sie auch für Prognosen im Zusammenhang mit der Klimaerwärmung eine zentrale Rolle.

Zusammenhang zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Schätzen
Empirisches Gesetz der großen Zahlen

relative Häufigkeit → Wahrscheinlichkeit

Wahrscheinlichkeit → relative Häufigkeit

Vorhersagen

Sowohl beim Schätzen von Wahrscheinlichkeiten aus relativen Häufigkeiten als auch beim Vorhersagen von relativen Häufigkeiten durch Wahrscheinlichkeiten spielt die **große Versuchsanzahl** die zentrale Rolle.

10.4 Laplace-Wahrscheinlichkeit

In manchen Situationen können Wahrscheinlichkeiten auch durch Gedankenexperimente theoretisch ermittelt werden.

BEISPIEL

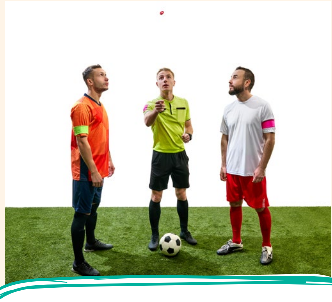
Eine Münze wird geworfen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Seite mit der „Zahl" oben liegt? Die andere Seite wird üblicherweise als „Kopf" bezeichnet.

Da die Münze zwei Seiten hat und keine davon bevorzugt ist, wird beiden Seiten die gleiche Chance zugeschrieben, oben zu liegen. Daher gehen wir davon aus, dass bei einer langen Serie von Würfen die relativen Häufigkeiten von Kopf und Zahl gleich sind.

Daher wird den beiden Ereignissen die gleiche Wahrscheinlichkeit zugeschrieben:

$P(\text{Zahl}) = P(\text{Kopf}) = \frac{1}{2} = 0{,}5$ oder 50 %.



Daher ist es auch fair, dass im Fußball ein Münzwurf des Schiedsrichters entscheidet, welche Mannschaft den Anstoß hat, also welche Mannschaft als erste den Ball berühren darf.

Wahrscheinlichkeiten können als Bruchzahlen, als Dezimalzahlen oder in Prozent angegeben werden.

Laplace Wahrscheinlichkeit

Zufallsexperimente, bei denen alle Versuchsausgänge gleich wahrscheinlich sind, heißen **Laplace-Experimente.**

BEISPIELE

a) Das Würfeln mit einem Würfel bringt einen von sechs Versuchsausgängen (Augenzahl 1, 2, 3, 4, 5 oder 6), von denen keiner bevorzugt auftritt. Die sechs möglichen Versuchsausgänge sind daher gleich wahrscheinlich.

$$\text{Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Versuchsausgang} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Anzahl aller möglichen Versuchsausgänge}} = \frac{1}{6}$$

b) Aus einem Behälter mit zehn von 1 bis 10 nummerierten Kugeln wird eine gezogen. Es gibt 10 mögliche Versuchsausgänge, von denen keiner eher auftritt als die anderen. Daher sind alle zehn möglichen Versuchsausgänge gleich wahrscheinlich.

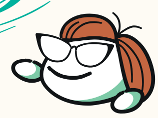
$$\text{Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Versuchsausgang} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Anzahl aller möglichen Versuchsausgänge}} = \frac{1}{10}$$

Bei einem Laplace-Versuch gilt für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl aller günstigen Versuchsausgänge}}{\text{Anzahl aller möglichen Versuchsausgänge}}$$

Man nennt eine auf diese Weise ermittelte Wahrscheinlichkeit **Laplace-Wahrscheinlichkeit.**

Pierre-Simon Laplace war ein französischer Mathematiker, Physiker und Astronom (1749 – 1827), der sich intensiv mit Wahrscheinlichkeitsrechnung beschäftigte. Wahrscheinlichkeitsrechnung ist ein vergleichsweise junges Gebiet der Mathematik. Sie entwickelte sich erst ab dem 17. Jahrhundert und wurde nicht wie z. B. Geometrie oder Arithmetik schon seit der Antike intensiv betrieben.



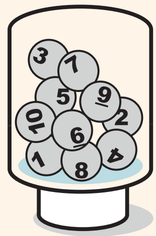
BEISPIELE

a) Würfeln mit einem Würfel, Ereignis „gerade Augenzahl“:

Für dieses Ereignis gibt es 3 günstige Versuchsausgänge: 2, 4, 6

Daher gilt für die Wahrscheinlichkeit P(gerade Augenzahl) $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) Ziehen aus einem Behälter mit zehn von 1 bis 10 nummerierten Kugeln, Ereignis „Die Zahl auf der Kugel ist größer als 4.“



Für dieses Ereignis gibt es 6 günstige Versuchsausgänge: 5, 6, 7, 8, 9, 10

Daher gilt für die Wahrscheinlichkeit $P(\text{Zahl} > 4) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

10.5 Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten

BEISPIEL

Eine Geschäft veranstaltet zu Werbezwecken ein Gewinnspiel.

Dabei wird aus einem Säckchen mit fünf Kugeln eine Kugel zufällig gezogen. 2 Kugeln sind rot, 3 sind weiß. Man gewinnt einen 50 €-Gutschein für dieses Geschäft, wenn man eine rote Kugel zieht.

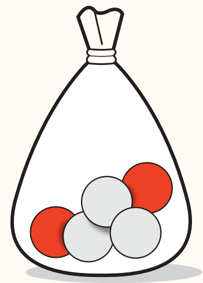
Wie groß ist die Gewinnwahrscheinlichkeit bei diesem Spiel?

Da man gewinnt, wenn man eine rote Kugel zieht, gibt es von den 5 möglichen Versuchsausgängen 2 günstige, daher P(Gewinn) = P(rot) $= \frac{2}{5}$.

Unter einer **zufälligen Auswahl** versteht man eine Auswahl, bei der alle in Frage kommenden Objekte die **gleiche Chance** haben, ausgewählt zu werden. Im Fall des Ziehens heißt das, dass ohne Hinsehen gezogen wird und sich alle Kugeln gleich anfühlen.

Interpretation des Ergebnisses

Würde man dieses Zufallsexperiment unter gleichbleibenden Versuchsbedingungen sehr oft durchführen, würde in ungefähr $\frac{2}{5}$ der Fälle, das entspricht 40 %, die spielende Person gewinnen.



Das bedeutet, dass damit der Veranstalter des Spiels die zu erwartenden Kosten abschätzen kann. Lässt er z. B. 1 000 Personen spielen, müsste er ca. 400 mal (= 40 % von 1 000) einen 50 € Gutschein verschenken.
Das wären Kosten von 20 000 €.
Will er seine voraussichtlichen Kosten halbieren, könnte er z. B. nur eine rote Kugel in das Säckchen mit fünf Kugeln geben.
Welche Möglichkeiten für eine Senkung der voraussichtlichen Kosten gäbe es noch?

Für die einzelne Spielerin bzw. den einzelnen Spieler ist die Information über die Gewinnwahrscheinlichkeit von viel geringerer Bedeutung. Denn sie bzw. er spielt das Spiel nur einmal und zieht entweder eine rote Kugel oder nicht. Die Gewinnwahrscheinlichkeit gibt für ein einzelnes Spiel nur eine Orientierung über die Chance zu gewinnen. Es entscheidet aber der Zufall.

Erst bei sehr vielen Spielen entfaltet auch der Zufall Gesetzmäßigkeiten, was in diesem Fall für den Veranstalter von großer Bedeutung ist.

10.6 Übungsaufgaben

748 Wann verwendest du im Alltag das Wort „wahrscheinlich“?
Gib einige typische Aussagen an. Was drückst du mit dem Wort „wahrscheinlich“ in den unterschiedlichen Aussagen aus? Vergleicht und besprecht eure Aussagen in der Klasse.

749 Ein Sportverein braucht eine neue Kassierin oder einen neuen Kassier, aber niemand will das Amt freiwillig übernehmen. Daher beschließen 15 Mitglieder des Sportvereins eine Person aus ihrer Runde zufällig zu wählen.
Welche Möglichkeiten für eine zufällige Auswahl einer Person gibt es? Mache einige Vorschläge. Worauf muss bei einer zufälligen Auswahl auf jeden Fall geachtet werden?

750 **a)** Lies folgende Aussagen und besprich mit deiner Sitznachbarin bzw. deinem Sitznachbarn, in welchen Situationen der Zufall eine Rolle spielt und in welchen nicht.

- **(1)** Ein Plättchen, das auf einer Seite rot und auf der anderen Seite grün ist, wird geworfen. Rot liegt oben.
- **(2)** Stefan macht mit seiner Familie im Oktober einen Waldspaziergang. Es liegt sehr viel Laub am Boden.
- **(3)** Sonja zählt die Bücher im Wohnzimmerregal ihrer Oma. Es sind 92 Bücher.
- **(4)** Nadja würfelt zweimal hintereinander mit einem Würfel. Beim ersten Mal würfelt einen „Dreier“, beim zweiten Mal einen „Sechser“.
- **(5)** Beim Kartenspiel bekomme ich am Beginn gute Karten ausgeteilt.
- **(6)** Sandra trifft beim Einkaufen eine Bekannte, die sie seit drei Jahren nicht mehr gesehen hat.
- **(7)** Valentina trifft sich um 19:00 Uhr mit ihrer Freundin und die beiden gehen gemeinsam ins Theater.

b) Erfindet gemeinsam vier weitere Situationen, wobei in zwei davon der Zufall eine Rolle spielt und in zwei nicht.

751 a) Schätze jeweils die Wahrscheinlichkeit mit der folgende Aussagen zutreffen und markiere sie mit einem Kreuz auf der Wahrscheinlichkeitsskala.

(1) Auf Bergen über 1000 m Seehöhe liegt im Jänner Schnee.

1 sicher

0 unmöglich

(2) An einem Wochentag um 11:30 Uhr sind im Turnsaal einer Schule Kinder oder Jugendliche.

1 sicher

0 unmöglich

(3) Je höher der höchste Bildungsabschluss einer Person ist, desto höher ist ihr Einkommen.

1 sicher

0 unmöglich

(4) In Österreich regnet es im August am meisten von allen Monaten.

1 sicher

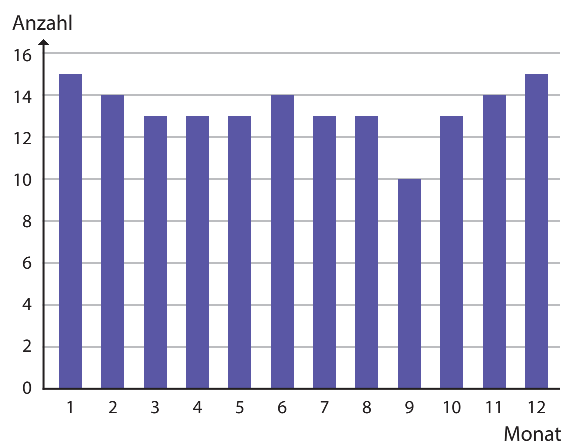
0 unmöglich

b) Besprecht in der Klasse: Worauf beruhen eure Einschätzungen?
Aus welchen Wissensbereichen braucht man Kenntnisse, um die Wahrscheinlichkeiten einschätzen zu können?

752 Das Diagramm zeigt die Anzahl der Regentage im langjährigen Durchschnitt in Wien. (Ein Tag wird als Regentag gezählt, wenn der Niederschlag mindestens 1,0 mm beträgt.)

Schätze auf Basis des Diagramms die Wahrscheinlichkeiten, mit der folgenden Vorhersagen zutreffen, und markiere sie jeweils auf der Wahrscheinlichkeitsskala.

Regentage im langjährigen Durchschnitt



Quelle: https://klima.org/österreich/klima-wien/

(1) Nächstes Jahr wird es im September die geringste Anzahl an Regentagen geben.

1 sicher

0 unmöglich

(2) Nächstes Jahr wird es im Dezember höchstens 10 Regentage geben.

1 sicher

0 unmöglich

(3) Nächstes Jahr wird es im März, April und Mai die gleiche Anzahl an Regentagen geben.

1 sicher

0 unmöglich

(4) Nächstes Jahr wird es im November genau 14 Regentage geben.

1 sicher

0 unmöglich

(5) Nächstes Jahr wird es im Dezember mindestens 10 Regentage geben.

1 sicher

0 unmöglich

753 Herr Moser wird beim Zahnarzt wegen Zahnschmerzen erfolgreich behandelt, die Schmerzen sind völlig weg. Abschließend sagt der Zahnarzt: „Die Wahrscheinlichkeit, dass die Schmerzen wieder kommen, ist annähernd 0.“

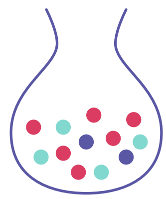
Wie ist diese Aussage zu verstehen? Was genau meint der Zahnarzt damit?

754 Welche Versuchsausgänge sind bei den Zufallsexperimenten möglich?

a) Würfeln mit einem üblichen Spielwürfel:

b) Würfeln mit zwei üblichen Spielwürfeln:

c) Ziehen einer Kugel aus dem rechts abgebildeten Gefäß:



d) Ziehen von zwei Kugeln mit einem Griff aus dem rechts abgebildeten Gefäß:

755 a) Wirf eine Münze 10 mal und zähle, wie oft du „Kopf“ bzw. „Zahl“ erhältst. Mache parallel zum Werfen eine Strichliste, trage in die Tabelle ein und fülle die Tabelle dann fertig aus.

	Kopf	Zahl
Strichliste		
absolute Häufigkeit		
relative Häufigkeit		

Da auf vielen Münzen auf einer Seite eine Zahl steht und auf der anderen der Kopf einer berühmten Persönlichkeit abgebildet ist, spricht man bei den Versuchsausgängen eines Münzwurfes meist von „Kopf“ oder „Zahl“, auch wenn eine Münze verwendet wird, auf der kein Kopf abgebildet ist.

b) Vergleicht eure Ergebnisse in der Klasse.

c) Welches Ergebnis für die relativen Häufigkeiten würdest du bei 10 000 Münzwürfen erwarten? Erkläre.

Auf der österreichischen 2 €-Münze ist die Friedensforscherin und Schriftstellerin Bertha von Suttner (1843 – 1914) abgebildet. Sie erhielt 1905 als erste Frau den Friedensnobelpreis. Ihr bekanntester Roman heißt „Die Waffen nieder“. Wer ist auf der österreichischen 1€-Münze abgebildet?

756 Würfelergebnisse untersuchen

Wirf einen Würfel 30 mal. Wie viele „Sechser“ sind unter den ersten 10 Würfen dabei? Wie viele unter den ersten 20, wie viele unter den ersten 30 Würfen?

a) Ermittle parallel zum Würfeln die absoluten Häufigkeiten mit Hilfe einer Strichliste.

b) Berechne dann die relativen Häufigkeiten und trage sie als Bruch, als Dezimalzahl und auch in Prozent in die Tabelle ein.

Anzahl der Würfe	10	20	30
absolute Häufigkeit „Sechser“			
relative Häufigkeit „Sechser“ als Bruch			
relative Häufigkeit „Sechser“ als (gerundete) Dezimalzahl			
relative Häufigkeit „Sechser“ in Prozent			

c) Vergleicht und besprecht eure Ergebnisse in der Klasse.

757 Würfelergebnisse im Team untersuchen

Füge dein Würfelergebnis für 30 Würfe aus der Tabelle der vorangehenden Aufgabe mit den Ergebnissen von vier anderen Schülerinnen bzw. Schülern deiner Klasse zusammen.

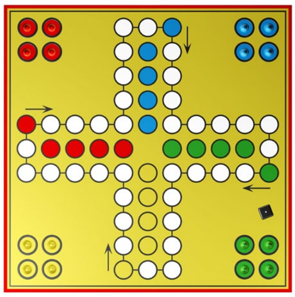
a) Wie viele Sechser waren unter euren insgesamt 150 Würfen?

b) Vergleicht die relative Häufigkeit des Ereignisses „Sechser“ bei 150 Würfen mit den fünf relativen Häufigkeiten bei jeweils 30 Würfen.

c) Welches Ergebnis für die relative Häufigkeit des Ereignisses „Sechser“ würdet ihr bei 10 000 Würfen erwarten?

758 Lena, Josip und Michael spielen „Mensch ärgere dich nicht“.
Michael beschwert sich: „Jetzt habe ich schon sechsmal gewürfelt und noch immer keinen Sechser bekommen. Das kann doch nicht wahr sein!“

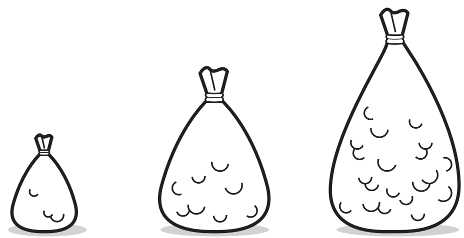
Erkläre mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, warum Michael sich zu Unrecht beschwert.



759 In jedem von drei mit Kugeln gefüllten Beuteln ist nur eine gelbe Kugel. Alle anderen Kugeln haben eine andere Farbe. Du sollst ohne Hinsehen aus einem der Beutel eine Kugel ziehen.

Bei welchem der drei Beutel ist die Wahrscheinlichkeit am größten, dass du die gelbe Kugel ziehst? Kreuze die richtige Aussage an.

bei dem Beutel mit 10 Kugeln	☐
bei dem Beutel mit 100 Kugeln	☐
bei dem Beutel mit 500 Kugeln	☐
Die Wahrscheinlichkeit ist bei allen drei Beuteln gleich.	☐



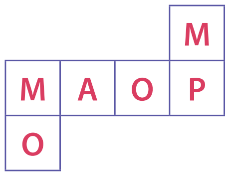
10 Kugeln   100 Kugeln   500 Kugeln

760 In einer Box befinden sich elf kleine, mit den Zahlen von 1 bis 11 nummerierte Bälle. Du ziehst einen Ball ohne seine Nummer sehen zu können. Welche der beiden Spielregeln suchst du dir aus? Begründe deine Antwort.

a) Du gewinnst, wenn du einen Ball mit einer geraden Zahl ziehst.

b) Du gewinnst, wenn du einen Ball mit einer durch 5 teilbaren Zahl ziehst.

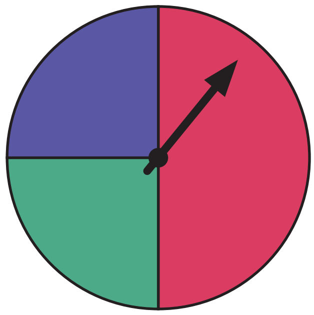
761 Jasmin und Daniel spielen in einer Freistunde mit einem Buchstabenwürfel und diskutieren, ob es mit diesem Würfel wahrscheinlicher ist, das Wort „Mama" oder das Wort „Papa" zu würfeln. Sie zeichnen dazu auch das Netz des Würfels.



a) Was meinst du? Begründe deine Antwort.

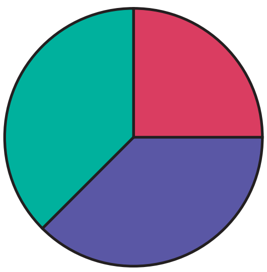
b) Und wie sieht es mit den Worten „Oma" und „Opa" aus?

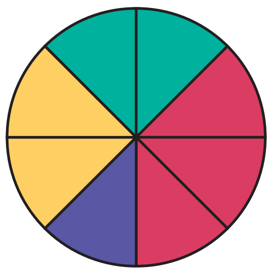
762 Mit einem so genannten Glücksrad kann man Zufallsexperimente durchführen. Es besteht aus einer Kreisfläche, die in Sektoren unterteilt ist. Im Mittelpunkt ist ein Zeiger montiert. Der Zeiger wird in Drehung versetzt und bleibt nach einiger Zeit zufällig in einem der Sektoren stehen.

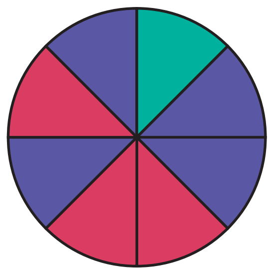


Für die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger in einem bestimmten Sektor stehen bleibt, wird der Anteil der Fläche dieses Sektors an der gesamten Kreisfläche bestimmt. Beim rechts abgebildeten Glücksrad ist daher die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger auf Rot zeigt, $\frac{1}{2}$, kurz P(rot) = $\frac{1}{2}$.

Bestimme für die nachstehend abgebildeten Glücksräder jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger auf Rot zeigt.







P(rot) = ________ P(rot) = ________ P(rot) = ________

763 Verwende das mittlere Glücksrad und das Glücksrad rechts daneben aus der vorangehenden Aufgabe.
Bestimme für beide Glücksräder jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger auf der angegebenen Farbe stehen bleibt.

Mittleres Glücksrad: P(grün) = ________ P(gelb) = ________ P(lila) = ________

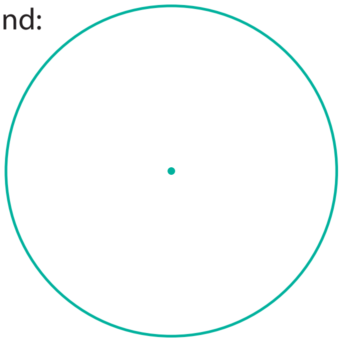
Rechtes Glücksrad: P(grün) = ________ P(gelb) = ________ P(lila) = ________

764 a) Färbe das Glücksrad so, dass die folgenden Aussagen richtig sind:

(1) Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger auf Blau stehen bleibt, ist $\frac{1}{4}$.

(2) Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger auf Grün stehen bleibt, ist größer als dass er auf Blau stehen bleibt.

(3) Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger auf Rot stehen bleibt, ist 0.



b) Vergleiche dein Ergebnis aus a) mit deinen Sitznachbarn.

c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, ein Glücksrad so zu färben, dass die geforderten Bedingungen erfüllt sind?

765 Erfinde eine Vorgabe für ein Glücksrad wie im Punkt a) der vorangehenden Aufgabe und gib sie einer Lernpartnerin oder einem Lernpartner zum Lösen.

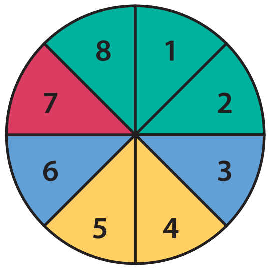
766 Ein Glücksrad enthält neben der Färbung auch Nummern der Kreissektoren. Leonie und Sergej denken sich für dieses Glücksrad vier Gewinnregeln aus.

(1) Man gewinnt, wenn der Zeiger auf einer geraden Zahl stehen bleibt.

(2) Man gewinnt, wenn der Zeiger auf Rot oder Blau stehen bleibt.

(3) Man gewinnt, wenn der Zeiger auf einer durch 3 teilbaren Zahl oder auf Grün stehen bleibt.

(4) Man gewinnt, wenn der Zeiger auf Gelb stehen bleibt.

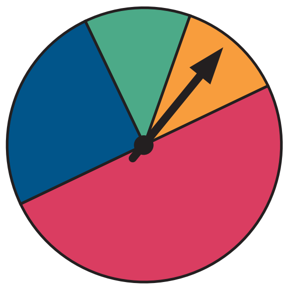


Ordne die Gewinnregeln nach ihrer Gewinnwahrscheinlichkeit. Beginne mit der kleinsten Gewinnwahrscheinlichkeit:

---

767 a) Anna führt mit dem rechts abgebildeten Glücksrad das Zufallsexperiment 20 mal durch. In der Tabelle notiert sie, wie oft der Zeiger auf welcher Farbe stehen bleibt. Berechne die relativen Häufigkeiten und ergänze die Tabelle.

	Grün	Orange	Rot	Blau
absolute Häufigkeit	4	1	12	3
relative Häufigkeit				



b) Ermittle die Wahrscheinlichkeit für jede Farbe für die abgebildete Scheibe.

c) Erkläre die Unterschiede zwischen den Wahrscheinlichkeiten und den in Annas Experiment ermittelten relativen Häufigkeiten.

768 Ella behauptet: „Hat ein Zufallsversuch nur 2 mögliche Versuchsausgänge, dann ist für jeden der beiden die Wahrscheinlichkeit 0,5."
„Das stimmt nicht immer.", meint Linda.

Begründe, warum Linda recht hat.
Gib ein Beispiel für einen Zufallsversuch an, auf den Ellas Aussage zutrifft und einen, auf den sie nicht zutrifft.

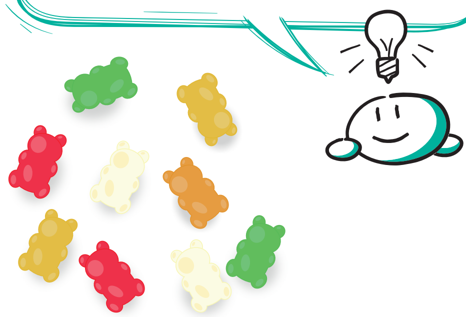
769 Vor dir liegen 9 Gummibärchen mit der Farbverteilung wie in der Abbildung. Du schließt die Augen, dann wird die Anordnung geändert und du darfst, ohne zu blinzeln, „blind“ nacheinander Gummibärchen nehmen.

a) Wie viele Gummibärchen musst du nehmen, um sicher mindestens ein gelbes zu haben?

b) Wenn du nacheinander vier Gummibärchen nimmst, wie viele unterschiedliche Farben hast du dann mindestens?

c) Wie viele Gummibärchen musst du nehmen, um sicher von jeder Farbe mindestens eines zu haben?

Achte hier besonders auf den Begriff „mindestens“!
Zum Beispiel bedeutet „mindestens drei“ drei oder mehr.



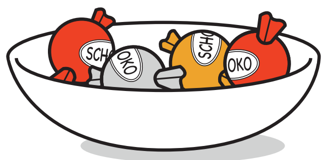
770 Alex zieht mit geschlossenen Augen aus einer Packung mit 10 Gummibärchen eines davon. Wie könnte die Farbverteilung unter den 10 Gummibärchen sein, wenn

a) von den folgenden Aussagen entweder (1), (2) oder (3) zutrifft? Gib für jede Aussage eine Möglichkeit an.

b) die folgenden drei Aussagen gleichzeitig zutreffen? Gib mindestens eine Möglichkeit an.

(1) Die Wahrscheinlichkeit, dass Alex ein rotes Gummibärchen zieht, ist gleich groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass er ein gelbes zieht.
(2) Die Wahrscheinlichkeit, dass er ein rotes oder ein weißes Gummibärchen zieht, ist kleiner als die Wahrscheinlichkeit, dass er ein grünes zieht.
(3) Die Wahrscheinlichkeit, dass er ein gelbes Gummibärchen zieht, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass er ein weißes zieht.

771 In einer Schale sind vier Schokokugeln. Zwei davon sind rot eingepackt, eine gold und eine silber. Clara greift zweimal hintereinander ohne hinzusehen in die Schale und nimmt jeweils eine Kugel.



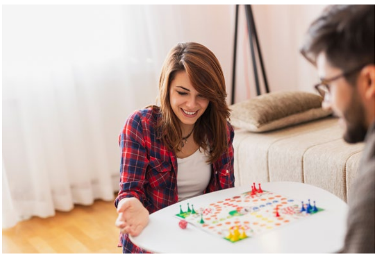
Kreuze an, welche Möglichkeit für die Farbe der beiden Kugeln es gibt, wenn sie

(1) die erste Schokokugel gleich isst, bevor sie die zweite Kugel zieht.
Ziehen ohne Zurücklegen

(2) die erste Schokokugel zurücklegt, bevor sie die zweite Kugel zieht.
Ziehen mit Zurücklegen

	Ziehen ohne Zurücklegen	Ziehen mit Zurücklegen
zweimal rot	☐	☐
zweimal gold	☐	☐
rot und gold	☐	☐
gold und silber	☐	☐
gold und blau	☐	☐

772 Bei einem Brettspiel würde Sally als nächstes gern 1 oder 2 würfeln. Obwohl sie genau weiß, dass hier der Zufall entscheidet, umschließt sie aus Gewohnheit davor den Würfel mit beiden Händen und schüttelt ihn.



a) Kennst du auch Gewohnheiten, die beim Spielen vor dem Würfeln manchmal gemacht werden?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sally ihr gewünschtes Würfelergebnis erhält?

c) Dominik möchte beim nächsten Wurf 3, 4, 5 oder 6 erhalten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür?

d) Sally und Dominik stellen fest, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten für ihre gewünschten Wurfergebnisse 1 ist. Gib eine Begründung dafür an.

773 Es wird mit einem Würfel gewürfelt.

a) Ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahl gerade ist.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahl größer als 4 ist?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahl mindestens 3 beträgt?

774 Beim Sommerfest des Sportvereins werden Lose verkauft. Unter den 200 Losen gibt es einen Hauptgewinn, 10 mittlere Gewinne und 20 kleine Gewinne. Die restlichen Lose sind Nieten, das sind Lose, mit denen man nichts gewinnt.

Welche der Aussagen sind wahr, welche sind falsch? Kreuze an.

	richtig	falsch
Wenn ich 31 Lose kaufe, mache ich sicher irgendeinen Gewinn.	☐	☐
Die Wahrscheinlichkeit den Hauptgewinn oder einen mittleren Gewinn zu machen ist kleiner als die Wahrscheinlichkeit einen kleinen Gewinn zu machen.	☐	☐
Die Wahrscheinlichkeit einen kleinen Gewinn zu machen beträgt 0,1.	☐	☐
Die Wahrscheinlichkeit eine Niete zu bekommen ist mehr als 10 mal so groß wie die Wahrscheinlichkeit einen mittleren Gewinn zu bekommen.	☐	☐
Wenn ich nur ein Los kaufe, ist es unmöglich, dass ich den Hauptgewinn mache.	☐	☐

775 Rita hält 4 Karten, von denen zwei rot und zwei schwarz sind, verdeckt in der Hand. Sophie zieht zufällig eine davon. Sie wiederholen den Versuch zehnmal. Sophie zieht zweimal eine rote und achtmal eine schwarze Karte. Sie meint: „Rita, du musst heimlich die Karten ausgetauscht haben. Denn wenn zwei von vier rot sind, ist die Wahrscheinlichkeit für eine rote Karte $\frac{1}{2}$. Also hätte ich 5 mal eine rote Karte ziehen müssen."

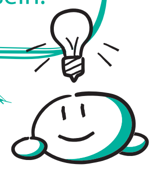
Hat Sophie Recht? Begründe deine Antwort.

776 In einem Kartenstoß mit 20 Karten gibt es 4 Buben, 4 Damen, 4 Könige, 4 Zehner und 4 Asse. Aus dem Kartenstoß wird eine Karte zufällig gezogen.

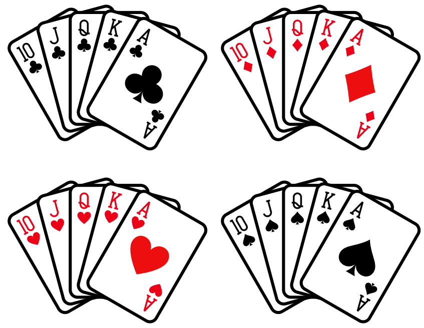
Ordne dem beschriebenen Ereignis die zugehörige Wahrscheinlichkeit zu.

Achtung, es sind Mehrfachzuordnungen möglich und manche der angegebenen Wahrscheinlichkeiten treffen gar nicht zu.

„Zufällig" ziehen bedeutet, dass die Karte, ohne sie in irgendeiner Weise erkennen zu können, gezogen wird. Dazu werden Karten meist verkehrt gehalten und auf der Rückseite dürfen keine Markierungen vorhanden sein.



Die Karte ist eine Dame.		$\frac{1}{4}$
Die Karte ist ein Zehner oder ein Ass.		$\frac{1}{5}$
Die Karte ist ein König.		$\frac{2}{5}$
Die Karte ist kein Ass.		$\frac{3}{4}$
Die Karte ist ein Ass.		$\frac{4}{5}$



777 Wie in der vorangehenden Aufgabe wird eine Karte zufällig aus einem Stoß von 20 Karten mit 4 Buben, 4 Damen, 4 Königen, 4 Zehnern und 4 Assen gezogen.

Beschreibe ein Ereignis, dass die angegebene Wahrscheinlichkeit hat.

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{3}{5}$ **c)** 0 **d)** 1 **e)** $\frac{4}{5}$

778 Aus einem Gefäß, das 3 rote und 5 blaue Kugeln enthält, wird eine Kugel ohne hinzusehen gezogen.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine rote Kugel zu ziehen? P(rot) = ___________

b) Interpretiere den Zahlenwert aus **a)**.
Was bedeutet er für einen einzelnen Versuch?
Was bedeutet er für eine langfristige Versuchsserie, wenn der Versuch also sehr oft, z. B. 10 000 mal, wiederholt wird?

779 In einer Schule soll eine Kleidersammlung für einen Secondhand-Kleidermarkt organisiert werden. Der Erlös wird für einen guten Zweck gespendet. Die 14 Mädchen und 10 Buben der 3b sind begeistert von der Idee, aber für die Aufgabe des Organisator/der Organisatorin, den/die jede Klasse dafür stellen muss, meldet sich niemand freiwillig.
Daher wird eine zufällige Auswahl beschlossen. Alle schreiben ihren Namen auf einen kleinen Zettel und die Zettel kommen in eine Schachtel, aus der die Mathematiklehrerin einen Zettel zufällig zieht.

a) Erkläre, warum diese Vorgangsweise fair ist.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass **(1)** ein Mädchen, **(2)** ein Bub gezogen wird.
Gib die Wahrscheinlichkeiten als Bruchzahl, als Dezimalzahl und in Prozent an.

P(Mädchen) = ______________________________

P(Bub) = ______________________________

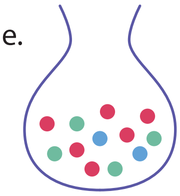
c) Interpretiere die Wahrscheinlichkeiten aus **b)**.

780 Aus einem Gefäß, das 1 blaue und 4 weiße Kugeln enthält, wird eine Kugel ohne hinzusehen gezogen. Kreuze an.

	richtig	falsch
Die Wahrscheinlichkeit die blaue Kugel zu ziehen ist $\frac{1}{5}$.	☐	☐
Der Versuch wird fünfmal wiederholt. Nach jedem Ziehen wird die Kugel zurückgelegt und es wird wieder aus den 5 Kugeln gezogen. Dann zieht man sicher in einem der fünf Versuche die blaue Kugel.	☐	☐
Wird der Versuch zehnmal wiederholt, dann wird man sicher 2 mal die blaue Kugel ziehen.	☐	☐
Wird der Versuch achtmal wiederholt, dann wird die relative Häufigkeit für die blaue Kugel genau $\frac{1}{4}$ sein.	☐	☐
Wird der Versuch 10 000 mal wiederholt, dann wird die relative Häufigkeit für die blaue Kugel ca. $\frac{1}{5}$ sein.	☐	☐

781 Aus dem abgebildeten Säckchen wird ohne hinzusehen eine Kugel gezogen.

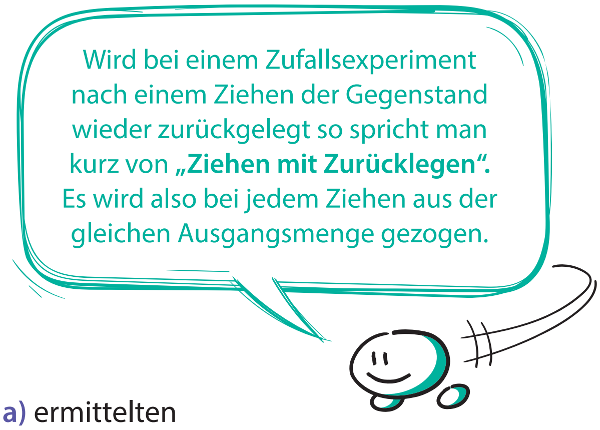
a) Ermittle die Wahrscheinlichkeit für die Farbe der Kugel und ergänze die Tabelle.



Farbe	rot	blau	gelb	grün
Wahrscheinlichkeit				

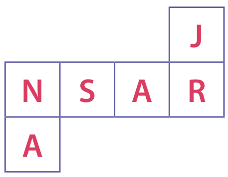
b) Aaron zieht aus dem Säckchen 12 mal ohne hinzusehen und mit Zurücklegen eine Kugel. Er fasst in einer Tabelle zusammen, wie oft er welche Farbe erhalten hat. Berechne die zugehörigen relativen Häufigkeiten.

Farbe	rot	blau	grün
absolute Häufigkeit	3	4	5
relative Häufigkeit			



c) Vergleiche die relativen Häufigkeiten aus b) mit den in a) ermittelten Wahrscheinlichkeiten und erkläre die Unterschiede.

782 Rechts siehst du das Netz eines Buchstabenwürfels.



a) Ermittle die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Würfel die angegeben Buchstaben zu würfeln, und trage sie in die Tabelle ein.

Buchstabe	A	J	N	O	R	S
Wahrscheinlichkeit						

b) Anna, Jana und Sara spielen mit dem Buchstabenwürfel: Wer als erste den Anfangsbuchstaben ihres Namens würfelt, gewinnt. Vergleiche die Gewinnwahrscheinlichkeiten der drei Mädchen.

783 Ramtin würfelt ebenfalls mit dem Buchstabenwürfel, dessen Netz rechts in der vorigen Aufgabe abgebildet ist. Er hat sechs Versuche den Anfangsbuchstaben seines Vornamens zu würfeln.
Er meint: „Da werde ich auf jeden Fall einmal meinen Anfangsbuchstaben würfeln. Denn die Wahrscheinlichkeit für ein R mit diesem Würfel ist $\frac{1}{6}$. Daher ist bei 6 Versuchen sicher ein R dabei.“

Bewerte Ramtins Aussage. Womit hat er recht? Womit hat er nicht recht? Begründe deine Antwort.

784 Sophie muss eine wichtige Impfung erhalten. Vor der Impfung wird sie von der Ärztin informiert: „Es könnte sein, dass Sie heute leicht erhöhte Temperatur bekommen. Das ist aber spätestens morgen vorbei und tritt außerdem nur mit einer geringen Wahrscheinlichkeit von 5 % auf.“

a) Wie kann der Zahlenwert von 5 % ermittelt worden sein?

b) Interpretiere die Wahrscheinlichkeit von 5 % im Zusammenhang mit der Impfung.

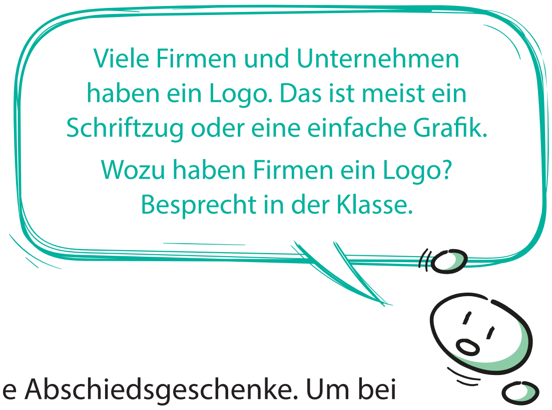
c) Welche Bedeutung hat die Information für Sophie?

785 Zu Werbezwecken veranstaltet eine Tourismusregion ein Gewinnspiel in verschiedenen Einkaufszentren. Dabei wird aus einem Sack mit vier Holzwürfeln einer zufällig gezogen. Die vier Würfel fühlen sich gleich an, auf einem davon ist das Logo der Tourismusregion. Zieht eine Person den Würfel mit dem Logo, gewinnt sie einen Wochenendaufenthalt. Zieht sie einen der drei anderen Würfel ohne Logo, erhält sie ein Prospekt der Urlaubsregion.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit den Wochenendaufenthalt zu gewinnen?

b) Mit wie vielen zu finanzierenden Wochenendaufenthalten muss der Veranstalter ungefähr rechnen, wenn 1 000 Personen spielen?

c) Für wen ist das Ermitteln der Gewinnwahrscheinlichkeit bedeutender: Für die spielende Person oder für den Veranstalter? Erkläre.



786 In einem Hotel gibt es vor der Abreise für die Gäste kleine Abschiedsgeschenke. Um bei den Gästen besser in Erinnerung zu bleiben, wird folgende neue Idee überlegt:
Jeder Gast darf zum Abschied aus einem Säckchen mit 10 Kugeln ziehen.

Zieht der Gast die einzige grüne Kugel aus dem Säckchen, bekommt er einen 100 €-Gutschein für den nächsten Aufenthalt geschenkt. Zieht er eine der neun gelben Kugeln, erhält er eine kleine Süßigkeit.

Es wird mit ca. 1 200 Gästen für die kommende Saison gerechnet.

a) Ungefähr wie viele Personen werden einen Gutschein gewinnen, wenn alle Gäste vor der Abreise ziehen? Welcher Gesamtbetrag an Gutscheinen wird daher ungefähr anfallen?

b) Die Hotelchefin meint, dass der Betrag viel zu hoch ist.
Welche Möglichkeiten gibt es, die grundsätzliche Idee umzusetzen (Ziehen, bei Erfolg Gutschein), aber den voraussichtlichen Gesamtbetrag für Gutscheine zu halbieren?

787 Eine Fluglinie wirbt damit, dass ihre Flüge mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % pünktlich landen. Eine Aufzeichnung über das letzte Jahr zeigt, dass 36 279 von insgesamt 40 305 Flügen dieser Fluglinie pünktlich gelandet sind.

Passen die Daten zur Werbung der Fluglinie?

788 Ein Medikament wird in einer groß angelegten Studie getestet. 4 600 Menschen, die alle an derselben Krankheit leiden, bekommen das Medikament. Bei 3 800 von diesen Personen tritt Heilung ein. Bei 500 Personen treten als unerwünschte Nebenwirkung starke Kopfschmerzen auf. Ermittle basierend auf diesen Daten die Wahrscheinlichkeit,

a) dass eine von der Krankheit betroffene Person durch das Medikament geheilt wird.

b) dass bei einer Person als Nebenwirkung starke Kopfschmerzen auftreten.

789 Jedes Medikament muss mit einem Beipackzettel verkauft werden, auf dem auch über mögliche Nebenwirkungen informiert werden muss. Dazu müssen alle Medikamente vor der Marktzulassung, d. h. bevor sie verkauft werden dürfen, in umfangreichen Studien getestet werden.

Frage eine erwachsene Person nach einem solchen Beipacktext von leichten Schmerzmitteln, die es in vielen privaten Hausapotheken gibt. Lest gemeinsam den Abschnitt „Nebenwirkungen".

In welcher Form wird über die möglichen Nebenwirkungen informiert?

790 In einer Lerngruppe mit 36 Lernenden haben zwei Lernende den vereinbarten Arbeitsauftrag nicht gemacht und drei Lernende haben den Arbeitsauftrag nur schlampig bearbeitet. Alle anderen haben den Arbeitsauftrag gut erledigt. Die Leiterin wählt zufällig eine Person aus und bittet sie die Ergebnisse der Gruppe zu präsentieren.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Person ausgewählt,

a) die den Arbeitsauftrag gut erledigt hat?

b) die den Arbeitsauftrag nicht erledigt hat?

c) die den Arbeitsauftrag schlampig bearbeitet hat?

791 Ein Hüttenwirt hat über längere Zeit hinweg beobachtet, dass 7 von 10 Wanderinnen und Wanderern auf seiner Berghütte Rast machen, bevor sie den Gipfelweg in Angriff nehmen.

Ein sonniger Feiertag steht bevor, der Wirt rechnet mit

a) 150

b) 200 Gipfelstürmerinnen und Gipfelstürmern an diesem Tag.

Führe eine Abschätzung durch, mit wie vielen Gästen an diesem Tag in der Berghütte ungefähr zu rechnen ist.

792 Bei einem jährlich ausgetragenen Reitturnier kommen bei Schönwetter seit vielen Jahren regelmäßig um die 500 Zuschauerinnen und Zuschauer. In den Vorjahren konsumierte rund ein Drittel dieser Personen im nahegelegenen Restaurant.

Nun ist Regenwetter angesagt, das reduziert die Anzahl der Zuschauerinnen und Zuschauer erfahrungsgemäß auf die Hälfte. Nur wenn voraussichtlich mehr als 100 Zuschauer/innen ins Restaurant kommen, will die Chefin für diesen Tag einen zusätzlichen Kellner beschäftigen.

Sollte die Restaurantbesitzerin für diesen Tag einen zusätzlichen Kellner beschäftigen?

793 Bei einer Laufveranstaltung starten die Jugendlichen in den drei Kategorien „Jogger“, „Runner“ und „Racer“. Ein Monat vor der Laufveranstaltung haben sind 250 „Jogger“, 656 „Runner“ und 344 „Racer“ angemeldet.

Das Veranstaltungsteam hofft, dass noch viele Anmeldungen dazukommen und am Veranstaltungstag 5 000 Teilnehmerinnen und Teilnehmer am Start sein werden.

Mit wie vielen Läufern und Läuferinnen in den einzelnen Kategorien kann das Organisationsteam dann rechnen, wenn die bereits eingegangenen Anmeldungen als Grundlage herangezogen werden?

Paket A

794 Du würfelst mit einem Würfel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

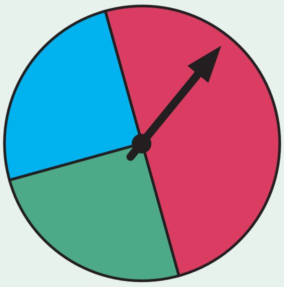
die Augenzahl 1 ist: ________________

die Augenzahl 4 oder 5 ist: ________________

die Augenzahl größer als 1 ist: ________________

die Augenzahl kleiner als 5 ist: ________________

795 Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für das abgebildete Glücksrad. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt der Zeiger auf der genannten Farbe stehen?
Gib die Wahrscheinlichkeiten jeweils als Bruchzahl, als Dezimalzahl und in Prozent an.



P(rot) = ________________________________

P(gelb) = ________________________________

P(blau) = ________________________________

796 Mit dem abgebildeten Glücksrad wird der Zufallsversuch 10 mal durchgeführt. Der Zeiger bleibt 3 mal über der Farbe Rot stehen. Sandro meint: „Da kann was nicht stimmen. Denn die Wahrscheinlichkeit für Rot ist $\frac{1}{2}$, also müsste der Zeiger fünfmal über Rot stehen bleiben."

Hat Sandro recht? Begründe deine Antwort.

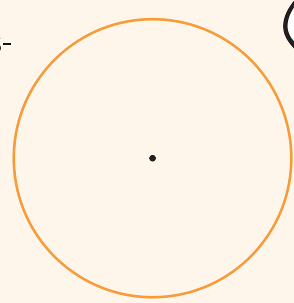
797 Am Ende einer erfolgreichen Behandlung erfährt Frau Schneider von ihrer Ärztin: „Die Wahrscheinlichkeit, dass sie die Krankheit endgültig los sind, ist annähernd 1."
Wie ist diese Aussage zu verstehen? Was genau meint die Ärztin damit?

798 Aus einem Gefäß, das 3 blaue Kugeln und 1 weiße Kugel enthält, wird eine Kugel ohne hinzusehen gezogen. Kreuze an.

	richtig	falsch
Die Wahrscheinlichkeit die weiße Kugel zu ziehen ist $\frac{1}{4}$.	☐	☐
Der Versuch wird viermal wiederholt. Nach jedem Ziehen wird die Kugel zurückgelegt und es wird wieder aus den 4 Kugeln gezogen. Dann zieht man sicher in einem der vier Versuche die weiße Kugel.	☐	☐
Wird der Versuch 10 000 mal wiederholt, dann wird die relative Häufigkeit für die weiße Kugel ca. $\frac{1}{4}$ sein.	☐	☐
Wird der Versuch 8 mal wiederholt, dann wird die relative Häufigkeit für die weiße Kugel genau $\frac{1}{4}$ sein.	☐	☐
Wird der Versuch 12 mal wiederholt, dann wird man sicher 3 mal die weiße Kugel ziehen.	☐	☐

Paket B

799 Glücksrad: Färbe die abgebildete Farbschablone eines Glücksrades so, dass folgende Wahrscheinlichkeiten zutreffen.



$P(\text{blau}) = \frac{1}{4}$ $P(\text{grün}) = \frac{1}{8}$

$P(\text{rot}) = 0$ $P(\text{gelb}) < P(\text{blau})$

800 Aus einem Gefäß, das 1 gelbe Kugel und 3 grüne Kugeln enthält, wird eine Kugel ohne hinzusehen gezogen.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine grüne Kugel zu ziehen? P(grün) = ________

b) Interpretiere den Zahlenwert aus a):

(1) Was bedeutet er für einen einzelnen Versuch?

(2) Was bedeutet er für eine langfristige Versuchsserie, wenn der Versuch sehr oft, z. B. 10 000 mal wiederholt wird?

801 Welche der Aussagen sind richtig, welche falsch? Kreuze an.

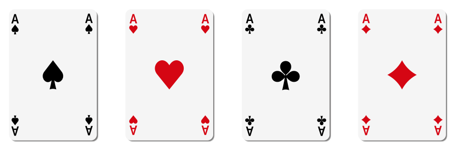
	richtig	falsch
Die Wahrscheinlichkeit für ein unmögliches Ereignis ist 0.	☐	☐
Hat ein Ereignis die Wahrscheinlichkeit 1, dann tritt es sicher ein.	☐	☐
Ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit sehr klein ist, heißt unmögliches Ereignis.	☐	☐
Ein Ereignis, das immer eintritt, heißt sicheres Ereignis.	☐	☐

802 Ein Kartenset mit 20 Karten besteht aus 5 Herz, 5 Kreuz, 5 Karo und 5 Pik. Eine Karte wird zufällig gezogen.

a) Erkläre, was „zufällig ziehen“ bedeutet.

b) Trage die zugehörige Wahrscheinlichkeit jeweils rechts vom beschriebenen Ereignis ein.

Die Karte ist ein Herz.	
Die Karte ist ein Herz oder Pik.	
Die Karte ist kein Karo.	
Die Karte ist ein Herz, Kreuz oder Pik.	
Die Karte ist ein Karo oder Pik.	



Pik Herz Kreuz Karo

803 Frau Jowein muss ein Medikament nehmen. Die Apothekerin informiert sie: „Am Tag der Medikamenteneinnahme fahren Sie bitte nicht mehr mit dem Auto. Denn wir wissen, dass das Medikament mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % die Reaktionsfähigkeit beeinträchtigt.“

a) Wie kann der Zahlenwert von 10 % ermittelt worden sein?

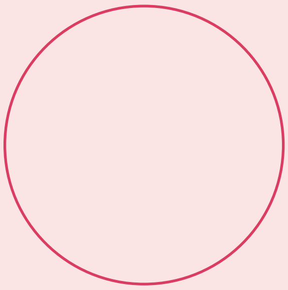
b) Interpretiere diese Wahrscheinlichkeit.

c) Warum sollte Frau Jowein, auch wenn die Wahrscheinlichkeit klein ist, dem Rat der Apothekerin auf jeden Fall folgen?

Paket C

804 Drei Gewinnregeln für ein Glücksrad:

A: Man gewinnt, wenn der Zeiger über Rot oder Blau stehen bleibt.
B: Man gewinnt, wenn der Zeiger über Rot oder Grün stehen bleibt.
C: Man gewinnt, wenn der Zeiger über Grün oder Blau stehen bleibt.



Färbe die Farbschablone des Glücksrades so, dass die Regel A die höchste, die Regel B die zweithöchste und die Regel C die niedrigste Gewinnwahrscheinlichkeit hat.

805 Was versteht man unter einem unmöglichen Ereignis, was unter einem sicheren Ereignis? Was kann man über die Wahrscheinlichkeiten solcher Ereignisse sagen? Gib jeweils mindestens zwei Beispiele an.

806 Ein Kartenset mit 20 Karten besteht aus 5 Pik, 5 Kreuz, 5 Karo und 5 Herz.
Es werden zwei Karten zufällig nacheinander gezogen,

(1) mit Zurücklegen, d. h. die erste Karte wird wieder zurück gegeben, alle Karten werden neu gemischt und dann wird die zweite Karte gezogen.

(2) ohne Zurücklegen, d. h. die erste bleibt in der Hand während die zweite gezogen wird.

a) Bestimme für die angegebenen Versuchsausgänge jeweils die Wahrscheinlichkeiten beider Spielvarianten.

	(1) Ziehen mit Zurücklegen	(2) Ziehen ohne Zurücklegen
P (1. Karte Pik) =		
P (2. Karte Pik) =		

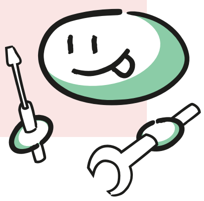
P (1. Karte Herz) =		
P (2. Karte Kreuz) =		

b) Erfinde einen weiteren Versuchsausgang und gib die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten für **(1)** und **(2)** an. Überlege genau, worauf es dabei ankommt.

807 Eine Umfrage unter 2 400 Maturant/innen eines Landes hat ergeben, dass 180 von ihnen Mathematik, 125 Physik und 153 Chemie studieren möchten.

a) Mit etwa wie vielen Studienanfänger/innen ist in diesen Fächern ungefähr zu rechnen, wenn voraussichtlich 72 000 Schüler/innen maturieren werden?

b) Welche Voraussetzung muss hier stillschweigend gemacht werden, um die Frage beantworten zu können?

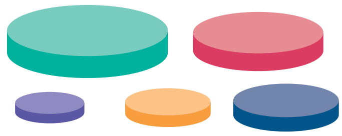


808 John wirft 150 Münzen auf einen Tisch. 60 von ihnen zeigen „Kopf", die anderen zeigen „Zahl". Er möchte, dass gleich viele Münzen „Kopf" wie „Zahl" zeigen. Wie viele Münzen, die „Zahl" zeigen, muss er umdrehen?

☐ 10 ☐ 15 ☐ 20 ☐ 25 ☐ 30

www.kaenguru.at

809 Anna hat fünf verschieden große Scheiben. Sie möchte einen Turm aus 4 Scheiben bauen. Dabei muss immer eine kleinere auf einer größeren liegen. Auf wie viele Arten kann Anna den Turm bauen?



☐ 4 ☐ 15 ☐ 9 ☐ 12 ☐ 20

www.kaenguru.at

810 Maria, Peter, Richard und Tina spielten im Klassenzimmer Fußball. Dabei wurde eine Fensterscheibe zerbrochen. Als die Direktorin herausfinden wollte, wer die Scheibe zerbrochen hat, bekam sie folgende Antworten:
Maria: „Es war Peter." Peter: „Es war Richard." Richard: „Ich war es nicht." Tina: „Ich war es nicht."
Es stellte sich später heraus, dass nur ein Kind die Wahrheit sagte. Wer zerbrach die Scheibe?

☐ Maria ☐ Tina ☐ Peter ☐ Richard

☐ Das kann nicht entschieden werden.

www.kaenguru.at

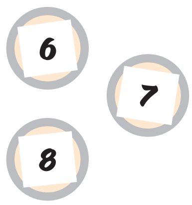
811 Ann, Bob, Carina, Daniel und Ed sitzen an einem runden Tisch. Daniel sitzt neben Ed, Ann sitzt nicht neben Bob, und Bob sitzt nicht neben Daniel.
Wer sitzt neben Carina?

☐ Ann und Bob ☐ Bob und Daniel ☐ Daniel und Ed

☐ Ed und Ann ☐ nicht bestimmbar

www.kaenguru.at

812 Jakob schrieb sechs aufeinanderfolgende Zahlen auf sechs kleine weiße Papierstücke, eine Zahl pro Papierstück. Er klebte diese sechs Papierstücke auf die Vorder- und die Rückseite von drei Münzen. Dann warf er die Münzen dreimal. Nach dem ersten Wurf kamen die Zahlen 6, 7, 8 oben zu liegen (siehe Abbildung), die Jakob danach rot bemalte.
Nach dem zweiten Wurf war die Summe der sichtbaren Zahlen 23 und nach dem dritten Wurf die Summe 17.
Wie groß ist die Summe der Zahlen auf den drei weißen Papierstücken?



☐ 18 ☐ 19 ☐ 23 ☐ 24 ☐ 30

www.kaenguru.at

813 Drei Piraten werden gefragt, wie viele Münzen und Diamanten ihr Freund Graubart hat. Ihre Antworten sind:

Pirat 1: „Graubart hat genau 8 Münzen. Er hat genau 6 Diamanten."
Pirat 2: „Graubart hat genau 7 Münzen. Er hat genau 4 Diamanten."
Pirat 3: „Graubart hat genau 7 Münzen. Er hat genau 7 Diamanten."

Jeder Pirat sagt einen wahren und einen falschen Satz. Wie viele Münzen und Diamanten hat Graubart insgesamt?

☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15

www.kaenguru.at