

2.5 Exponentialfunktionen

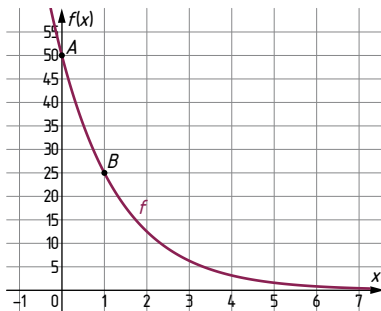
2.92 Eine Exponentialfunktion g ist durch folgende Wertetabelle gegeben:

x	$g(x)$
3	216
5	486

Ermittle anhand der Wertetabelle eine Funktionsgleichung von g !

FA |5.1|

2.93



In nebenstehendem Koordinatensystem ist der Graph der Exponentialfunktion f abgebildet. Die Punkte $A, B \in g$ haben ganzzahlige Koordinaten.

Stelle mithilfe des Graphen von f eine Funktionsgleichung der Form $f(x) = a \cdot b^x$ auf!

FA |5.1|

2.94

Einer Patientin wird ein Medikament mit 100 mg eines Wirkstoffs verabreicht, dessen Abbau durch den Körper näherungsweise durch ein exponentielles Modell beschrieben werden kann. Nach 3 Stunden hat der Körper 30 mg des Wirkstoffs abgebaut. $m(t)$ gibt jene Menge des Wirkstoffs an, der sich nach t Stunden noch im Körper befindet.

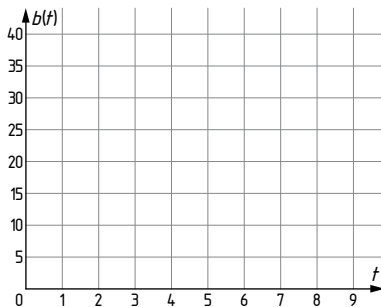
Ermittle eine Funktionsgleichung des Typs $m(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$ zur Beschreibung des Medikamentenabbaus!

FA |5.1|

2.95

Zu Beginn sind 5 Bakterien vorhanden, die sich exponentiell vermehren. Ihre Anzahl verdoppelt sich innerhalb von 3 Stunden. Die Funktion $b(t)$ beschreibt die zum Zeitpunkt t vorhandene Menge b an Bakterien und entspricht einem exponentiellen Modell.

Zeichne den Graphen der Funktion $b(t)$ in das nachstehende Koordinatensystem!



FA |5.1|

2.96

$N(t)$ beschreibt die Menge eines sich exponentiell verändernden Stoffs t Tage nach Beginn des Betrachtungszeitraums.

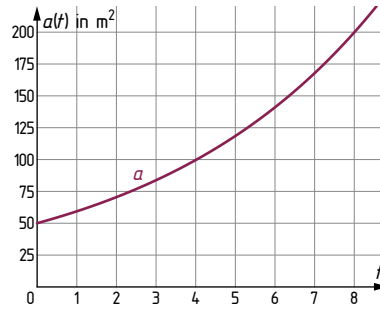
Ordne den vier Angaben jeweils die passende Funktionsgleichung aus A bis F zu!

Der Stoff nimmt täglich um 12 % ab.	
Der Stoff reduziert sich täglich auf 12 %.	
Der Stoff nimmt pro Tag um 12 % zu.	
Der Stoff nimmt täglich um ein Viertel zu.	

A	$N_1(t) = N_1(0) \cdot 1,25^t$
B	$N_2(t) = N_2(0) \cdot 1,12^t$
C	$N_3(t) = N_3(0) \cdot 12^t$
D	$N_4(t) = N_4(0) \cdot 0,75^t$
E	$N_5(t) = N_5(0) \cdot 0,88^t$
F	$N_6(t) = N_6(0) \cdot 0,12^t$

FA |5.1|

2.97 Gegeben ist der Graph einer sich exponentiell ausbreitenden Substanz. $a(t)$ (in m^2) entspricht der Fläche t Stunden nach Beginn der Ausbreitung.



FA | 5.2 |

Ergänze die Textlücken durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

100 m^2 und somit **1** der anfänglichen Ausbreitung erreicht die Substanz nach **2** Stunden.

1	
150 %	<input type="checkbox"/>
200 %	<input type="checkbox"/>
300 %	<input type="checkbox"/>

2	
4	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>

2.98 Von einer Exponentialfunktion $g(x) = c \cdot d^x$ ist eine unvollständige Wertetabelle gegeben.

x	$g(x)$
0	800
1	640
2	$g(2)$
3	$g(3)$

FA | 5.2 |

Vervollständige sie, indem du die Funktionswerte $g(2)$ und $g(3)$ angibst!

$g(2) =$ _____ $g(3) =$ _____

2.99 Von einer radioaktiven Substanz zerfallen innerhalb einer Stunde 20 % der anfänglichen Menge.

FA | 5.2 |

Berechne den Prozentsatz der anfänglichen Menge dieser radioaktiven Substanz, der nach fünf Stunden noch vorhanden ist!

2.100 Eine Tierpopulation von anfänglich 80 Tieren wächst jährlich um 4 %.

FA | 5.2 |

Berechne, nach wie vielen Jahren die Population erstmals mehr als 100 Tiere umfasst!

2.101 Von der Exponentialfunktion $f(x) = 3 \cdot e^{\lambda \cdot x}$ ist folgende Eigenschaft bekannt:

FA | 5.3 |

$$f(x + 1) = 1,2 \cdot f(x)$$

Ermittle den Wert von λ !

$\lambda =$ _____

2.102 Von der Exponentialfunktion $f(x) = 16 \cdot b^x$ ist bekannt, dass der Funktionswert um ein Viertel abnimmt, wenn man das Argument x um 1 erhöht.

FA | 5.3 |

Ermittle den Wert von b !

$b =$ _____

2.103 Die Temperaturabnahme der heißen Flüssigkeit in einer Thermoskanne in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden) kann näherungsweise durch die Funktionsgleichung

FA | 5.3 |

$$T(t) = 85 \cdot 0,95^t \text{ (in } ^\circ\text{C) beschrieben werden.}$$

Interpretiere die in der Funktionsgleichung vorkommenden Werte 85 und 0,95 im Kontext!

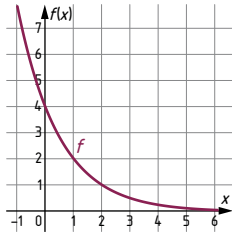
2.104 Der t Stunden nach der Gabe des Medikaments noch im Körper vorhandene Wirkstoff (in mg) lässt sich näherungsweise durch die Funktion N mit der Gleichung $N(t) = N_0 \cdot e^{-0,16252 \cdot t}$ beschreiben.

FA | 5.3 |

Bestimme den Prozentsatz p des verabreichten Wirkstoffs, der eine Stunde nach der Medikamentengabe noch im Körper ist!

$p =$ _____

2.105



Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = a \cdot 0,5^x$.

FA | 5.3 |

Ermittle mithilfe des Graphen den Parameterwert a !

2.106 Kreuze die beiden Funktionsgleichungen an, die eine exponentielle Zunahme beschreiben! [2 aus 5]

FA | 5.3 |

$f_1(x) = 25 \cdot e^{-0,11 \cdot x}$	<input type="checkbox"/>	$f_4(x) = 25 \cdot e^{0,09 \cdot x}$	<input type="checkbox"/>
$f_2(x) = 25 \cdot 0,98^x$	<input type="checkbox"/>	$f_5(x) = 25 - e^{0,1 \cdot x}$	<input type="checkbox"/>
$f_3(x) = 25 \cdot 1,03^x$	<input type="checkbox"/>		

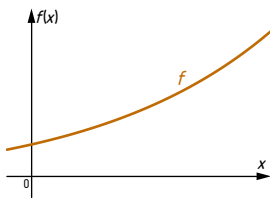
2.107 Ergänze die Textlücken durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

FA | 5.3 |

Die Funktion _____ ① _____ beschreibt eine exponentielle Abnahme mit dem Anfangswert _____ ② _____.

①		②	
$f(x) = 82 \cdot e^{0,28 \cdot x}$	<input type="checkbox"/>	28	<input type="checkbox"/>
$f(x) = 82 \cdot 1,28^x$	<input type="checkbox"/>	82	<input type="checkbox"/>
$f(x) = 28 \cdot e^{-0,28 \cdot x}$	<input type="checkbox"/>	0,28	<input type="checkbox"/>

2.108



Gegeben ist der Graph einer Exponentialfunktion vom Typ $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a \in \mathbb{R}^+$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

FA | 5.3 |

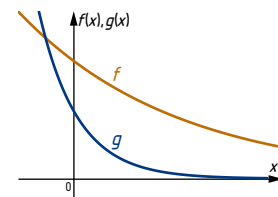
Erläutere, warum $\lambda > 0$ gelten muss!

2.109 Gegeben sind die Graphen der beiden Exponentialfunktionen $f(x) = a \cdot b^x$ und $g(x) = c \cdot d^x$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$.

FA | 5.3 |

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! [2 aus 5]

$c > a$	<input type="checkbox"/>	$b > d$	<input type="checkbox"/>	$a = c$	<input type="checkbox"/>
$c < a$	<input type="checkbox"/>	$b < d$	<input type="checkbox"/>		



2.110 Kreuze die beiden für Exponentialfunktionen zutreffenden Eigenschaften an! [2 aus 5] FA | 5.4 |

Für eine Exponentialfunktion der Form $f(x) = a \cdot b^x$ gilt: $f(x + 1) = a \cdot f(x)$.	<input type="checkbox"/>
Für eine Exponentialfunktion der Form $f(x) = e^x$ gilt: $f'(x) = f(x)$.	<input type="checkbox"/>
Für eine Exponentialfunktion der Form $f(x) = e^x$ gilt: $f'(x) = f(x) - 1$.	<input type="checkbox"/>
Erhöht man das Argument einer Exponentialfunktion der Form $f(x) = a \cdot b^x$ um 2, so ändert sich das Funktionswert auf das b^2 -Fache.	<input type="checkbox"/>
Eine Exponentialfunktion der Form $f(x) = a \cdot b^x$ kann man nicht ableiten.	<input type="checkbox"/>

2.111 Ergänze die Textlücken durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht! FA | 5.4 |

Wird bei der Funktion $f(x) = e^x$ _____ ① _____, so erhält man _____ ② _____.

①		②	
das Argument um 1 erhöht	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>
die erste Ableitung gebildet	<input type="checkbox"/>	als neuen Funktionswert das e-Fache vom ursprünglichen	<input type="checkbox"/>
die Steigung an der Stelle 1 ermittelt	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{e}$	<input type="checkbox"/>

2.112 Von einer reellen Funktion f ist bekannt, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f(x + 1) = 0,8 \cdot f(x)$. Gib die Gleichung einer solchen Funktion f an! FA | 5.4 |

$f(x) =$ _____

2.113 Gegeben ist die Funktion $f(x) = 120 \cdot 0,93^x$. Kreuze die für diese Funktion zutreffende Aussage an! [1 aus 6] FA | 5.4 |

An der Stelle 1 beträgt der Funktionswert 120.	<input type="checkbox"/>
Verdoppelt man das Argument, so verdoppelt sich auch der Funktionswert.	<input type="checkbox"/>
Erhöht man das Argument um 1, so wächst der Funktionswert um 0,93.	<input type="checkbox"/>
Vergrößert man das Argument um 1, so vergrößert sich der Funktionswert um 93 %.	<input type="checkbox"/>
Reduziert man das Argument um 1, so reduziert sich der Funktionswert um 120.	<input type="checkbox"/>
Wird das Argument um 1 erhöht, reduziert sich der Funktionswert um 7 %.	<input type="checkbox"/>

2.114 Ein Kapital K_0 auf einem Sparbuch wird mit 0,5 % pro Jahr verzinst. Sonstige Steuern und Gebühren werden nicht berücksichtigt und es erfolgen keine weiteren Ein- oder Auszahlungen. Berechne, nach wie vielen Jahren sich das Kapital K_0 verdoppelt hat! FA | 5.5 |

2.115 Vom radioaktiven Isotop Radon-220 zerfallen sekundlich 1,24 %. Berechne die Halbwertszeit von Radon-220 (in Sekunden)! FA | 5.5 |

2.116 Das Zerfallsgesetz für Plutonium-239 lautet: $N(t) = N_0 \cdot e^{-0,00002842 \cdot t}$ (t in Jahren). Berechne die Halbwertszeit von Plutonium-239! FA | 5.5 |

2.117 In einer Region nimmt der Bestand einer bestimmten Tierart jährlich um 3 % zu. Berechne die Verdopplungszeit dieser Tierart! FA | 5.5 |

- 2.118** Ordne den Angaben links jeweils die passende Halbwertszeit τ oder die passende Verdopplungszeit T (beides in Tagen) aus A bis F zu!

tägliche Zunahme um ein Viertel	<input type="text"/>	A	$T = 10,2$	B	$T = 3,1$
tägliche Abnahme um ein Achtel	<input type="text"/>	C	$T = 1,3$	D	$\tau = 2,4$
tägliche Zunahme um 7 %	<input type="text"/>	E	$\tau = 17$	F	$\tau = 5,2$
tägliche Abnahme um 4 %	<input type="text"/>				

FA | 5.5 |

- 2.119** Die Halbwertszeit von Paracetamol, einem Wirkstoff gegen Schmerzen und Fieber, beträgt 2 Stunden. Eine Person nimmt um 13:00 Uhr eine Tablette mit 500 mg Paracetamol ein.
Berechne, wie viel Wirkstoff um 16:00 Uhr noch im Körper der Person vorhanden ist!

FA | 5.5 |

- 2.120** Eine Bakterienart wächst innerhalb einer Dreiviertelstunde um 100 %.
Berechne die relative Zunahme pro Minute in Prozent!

FA | 5.5 |

- 2.121** Caesium-137 hat eine Halbwertszeit von ca. 30 Jahren.
Berechne die relative Abnahme pro Jahr in Prozent!

FA | 5.5 |

- 2.122** Ergänze die Textlücken durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

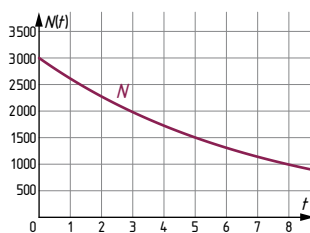
FA | 5.5 |

Für den Abbau von Levothyroxin, einem künstlich hergestelltem Schilddrüsenhormon, durch den Körper gilt $N(t) = N_0 \cdot e^{-0,099021 \cdot t}$ und somit lässt sich die _____ ① _____ mit der Gleichung _____ ① _____ berechnen.

①		②	
Verdopplungszeit in Tagen	<input type="checkbox"/>	$N_0 = N(t) - e^{-0,099021 \cdot t}$	<input type="checkbox"/>
Halbwertszeit in Tagen	<input type="checkbox"/>	$e^{-0,099021 \cdot t} = 0,5$	<input type="checkbox"/>
Anfangsdosis	<input type="checkbox"/>	$N_0 \cdot e^{-0,099021 \cdot t} = 2$	<input type="checkbox"/>

- 2.123** Gegeben ist der Graph einer Exponentialfunktion N mit $N(t) = N_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$.

FA | 5.5 |

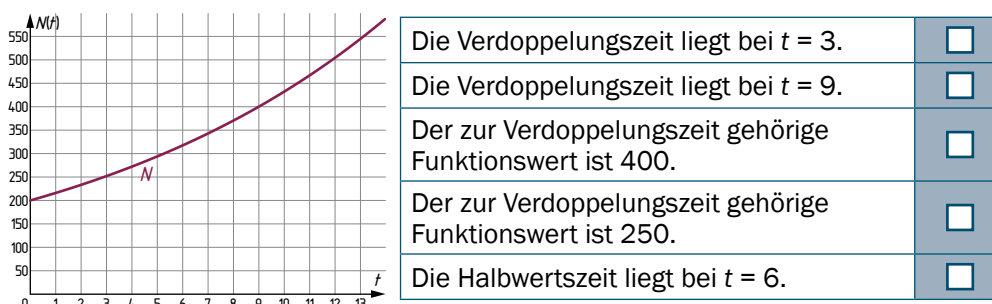


Bestimme mithilfe des Graphen die Halbwertszeit τ !

$\tau =$ _____

- 2.124** Gegeben ist der Graph einer Exponentialfunktion N mit $N(t) = N_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$.
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! [2 aus 5]

FA | 5.5 |



- 2.125** Gegeben ist eine Exponentialfunktion f des Typs $f(x) = a \cdot b^x$ mit $a > 0, 0 < b < 1$.
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! [2 aus 5]

FA | 5.6 |

Die absolute Abnahme ist in gleichen Argumentenintervallen gleich groß.	<input type="checkbox"/>
Die relative Abnahme ist von a abhängig.	<input type="checkbox"/>
Die relative Abnahme ist unabhängig von a .	<input type="checkbox"/>
Die relative Abnahme ist in gleichen Argumentenintervallen gleich groß.	<input type="checkbox"/>
Die absolute Abnahme ist unabhängig von b .	<input type="checkbox"/>

- 2.126** Kreuze jene beiden Vorgänge an, die durch ein exponentielles Modell beschrieben werden können! [2 aus 5]

FA | 5.6 |

Die Anzahl der E. coli-Bakterien verdoppelt sich unter gewissen Bedingungen alle 30 Minuten.	<input type="checkbox"/>
Ein Fingernagel wächst pro Monat ca. 3 mm.	<input type="checkbox"/>
Da aufgrund eines Lochs Wasser abfließt, hat sich der Inhalt einer zylindrischen Regentonne innerhalb von 2 Stunden halbiert.	<input type="checkbox"/>
Je größer die Geschwindigkeit, desto größer die Strecke, die innerhalb einer gewissen Zeit zurückgelegt wird.	<input type="checkbox"/>
Die Temperatur von heißem Wasser, das sich in einem Kochtopf befindet, nimmt pro Minute um 5 % ab.	<input type="checkbox"/>

- 2.127** Ergänze die Textlücken durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

FA | 5.6 |

Nimmt eine Größe pro Zeiteinheit um _____ ① _____, so handelt es sich um eine _____ ② _____.

①	
5 % ab	<input type="checkbox"/>
5 Einheiten zu	<input type="checkbox"/>
1,05 zu	<input type="checkbox"/>

②	
lineare Abnahme	<input type="checkbox"/>
exponentielle Abnahme	<input type="checkbox"/>
exponentielle Zunahme	<input type="checkbox"/>

- 2.128** Kreuze jene Wertetabelle an, der ein exponentielles Modell zugrundegelegt werden kann! [1 aus 6]

FA | 5.6 |

<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>$f_1(x)$</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>45</td></tr> <tr><td>1</td><td>50</td></tr> <tr><td>2</td><td>55</td></tr> <tr><td>3</td><td>60</td></tr> <tr><td>4</td><td>65</td></tr> </tbody> </table>	x	$f_1(x)$	0	45	1	50	2	55	3	60	4	65	<input type="checkbox"/>	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>$f_2(x)$</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>100</td></tr> <tr><td>1</td><td>50</td></tr> <tr><td>2</td><td>40</td></tr> <tr><td>3</td><td>35</td></tr> <tr><td>4</td><td>32,5</td></tr> </tbody> </table>	x	$f_2(x)$	0	100	1	50	2	40	3	35	4	32,5	<input type="checkbox"/>	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>$f_3(x)$</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>24</td></tr> <tr><td>1</td><td>36</td></tr> <tr><td>2</td><td>54</td></tr> <tr><td>3</td><td>81</td></tr> <tr><td>4</td><td>121,5</td></tr> </tbody> </table>	x	$f_3(x)$	0	24	1	36	2	54	3	81	4	121,5	<input type="checkbox"/>
x	$f_1(x)$																																								
0	45																																								
1	50																																								
2	55																																								
3	60																																								
4	65																																								
x	$f_2(x)$																																								
0	100																																								
1	50																																								
2	40																																								
3	35																																								
4	32,5																																								
x	$f_3(x)$																																								
0	24																																								
1	36																																								
2	54																																								
3	81																																								
4	121,5																																								
<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>$f_4(x)$</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>50</td></tr> <tr><td>1</td><td>51</td></tr> <tr><td>2</td><td>53</td></tr> <tr><td>3</td><td>56</td></tr> <tr><td>4</td><td>60</td></tr> </tbody> </table>	x	$f_4(x)$	0	50	1	51	2	53	3	56	4	60	<input type="checkbox"/>	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>$f_5(x)$</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td>-10</td></tr> <tr><td>2</td><td>20</td></tr> <tr><td>3</td><td>-40</td></tr> <tr><td>4</td><td>80</td></tr> </tbody> </table>	x	$f_5(x)$	0	5	1	-10	2	20	3	-40	4	80	<input type="checkbox"/>	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>$f_6(x)$</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>90</td></tr> <tr><td>1</td><td>83</td></tr> <tr><td>2</td><td>76</td></tr> <tr><td>3</td><td>69</td></tr> <tr><td>4</td><td>62</td></tr> </tbody> </table>	x	$f_6(x)$	0	90	1	83	2	76	3	69	4	62	<input type="checkbox"/>
x	$f_4(x)$																																								
0	50																																								
1	51																																								
2	53																																								
3	56																																								
4	60																																								
x	$f_5(x)$																																								
0	5																																								
1	-10																																								
2	20																																								
3	-40																																								
4	80																																								
x	$f_6(x)$																																								
0	90																																								
1	83																																								
2	76																																								
3	69																																								
4	62																																								