

2.4 Ermittlung unbekannter Kräfte im zentralen Kräftesystem

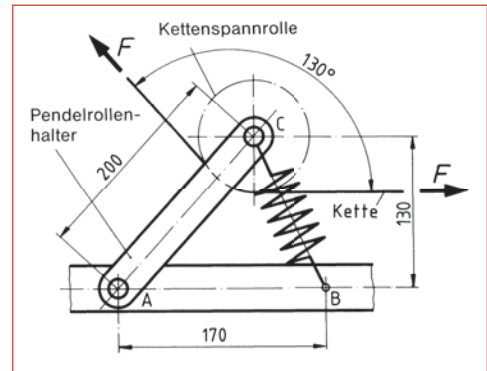
(► Lehrbuch: Kapitel 2.3.2)

Gegebenenfalls auftretende Reibkräfte werden bei den folgenden Aufgaben vernachlässigt.

■ Lehrbeispiel 6

Bei einer Kettenspanneinrichtung ist die Feder, welche die Federrate $R = 25 \text{ N/mm}$ besitzt, im gespannten Zustand um $\Delta l = 14 \text{ mm}$ verlängert.

- Mit welcher Kraft F_A wird das Lager A des Pendelrollenhalters belastet?
- Welche Spannkraft F herrscht in der Kette?



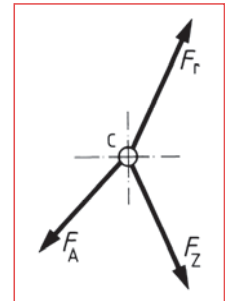
Lösung:

Obwohl an der Kettenspanneinrichtung insgesamt vier Kräfte wirken, deren Wirklinien sich zudem nicht in einem Punkt schneiden, kann diese Kräftegruppe auf ein zentrales Kräftesystem mit drei Kräften reduziert werden, indem die beiden Kettenkräfte F zur Resultierenden F_r zusammengefasst werden. Diese Resultierende geht durch den Mittelpunkt der Spannrolle.

Die Aufgabe kann nur gelöst werden, wenn eine Kraft bekannt ist, deshalb muss zunächst die Federkraft errechnet werden. Die gespannte Feder übt auf das Lager C der Kettenspannrolle die Zugkraft

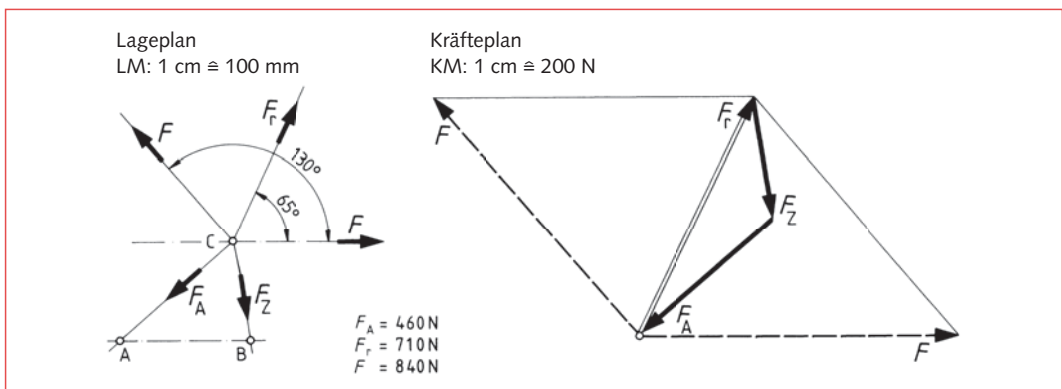
$$F_z = \Delta l \cdot R = 14 \text{ mm} \cdot 25 \text{ N/mm} = 350 \text{ N}$$

aus. Der Pendelrollenhalter ist ein an den beiden Enden gelenkig gelagerter Stab, also ein Zweigelenkstab (Pendelstütze); er überträgt nur Kräfte in Längsrichtung.



Freigemachtes Lager C der Spannrolle

zeichnerisch:



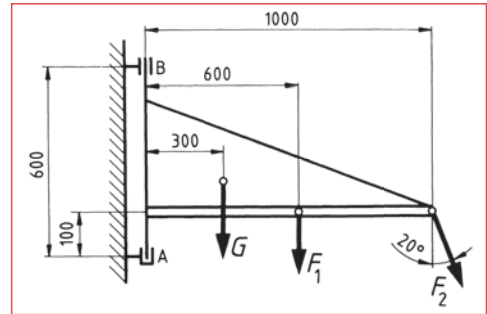
Zeichnerische Lösung mithilfe des Kräfteck-Verfahrens

2.5 Ermittlung der Resultierenden im allgemeinen Kräftesystem

► Lehrbuch: Kapitel 2.4.2)

Lehrbeispiel 7

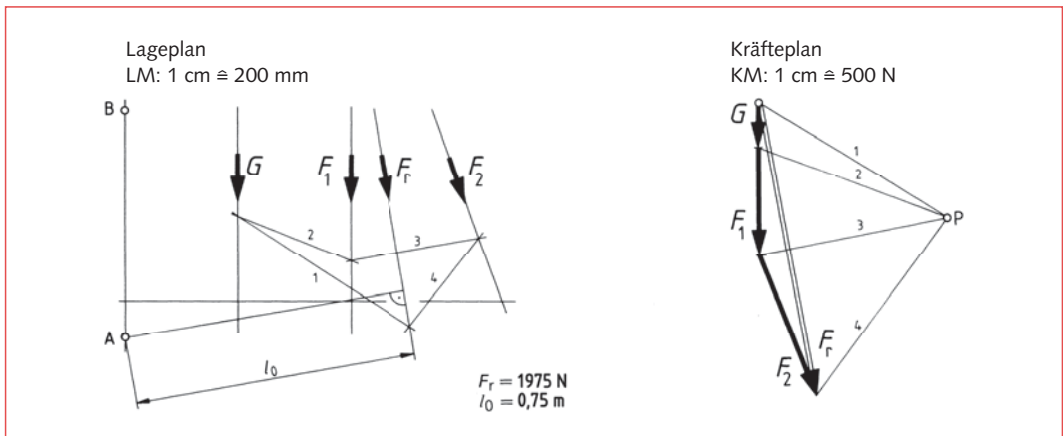
Welche Gesamtkraft F_r üben die drei Kräfte $F_1 = 700\text{ N}$, $F_2 = 1000\text{ N}$ und $G = 300\text{ N}$ auf den Ausleger aus, und welchen Abstand l_0 hat die Wirklinie der Kraft F_r vom Festlager A?



Lösung:

zeichnerisch:

Die drei Kräfte G , F_1 und F_2 bilden ein allgemeines Kräftesystem. Sie werden mithilfe des Seileck-Verfahrens zur Resultierenden vereinigt.



rechnerisch:

Zerlegung der schräg wirkenden Kräfte in ihre Komponenten:

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha = 1000\text{ N} \cdot \cos 70^\circ = 342\text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha = 1000\text{ N} \cdot \sin 70^\circ = 940\text{ N}$$

Ermittlung der Teilresultierenden F_{rx} und F_{ry} :

$$F_{rx} = \Sigma F_x = F_{2x} = 342\text{ N} \quad (\text{nach rechts gerichtet})$$

$$F_{ry} = \Sigma F_y = G + F_1 + F_{2y} = 300\text{ N} + 700\text{ N} + 940\text{ N} = 1940\text{ N} \quad (\text{nach unten gerichtet})$$

Zusammenfassung von F_{rx} und F_{ry} zur Resultierenden F_r :

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(342\text{ N})^2 + (1940\text{ N})^2} = \underline{\underline{1970\text{ N}}}$$

Ermittlung der Lage von F_r :

$$M_r = \Sigma M = M_G + M_{F_1} + M_{F_2}$$

$$F_r \cdot l_0 = G \cdot 300\text{ mm} + F_1 \cdot 600\text{ mm} + F_{2y} \cdot 1000\text{ mm} + F_{2x} \cdot 100\text{ mm}$$

$$l_0 = \frac{300\text{ N} \cdot 0,3\text{ m} + 700\text{ N} \cdot 0,6\text{ m} + 940\text{ N} \cdot 1\text{ m} + 342\text{ N} \cdot 0,1\text{ m}}{F_r}$$

$$l_0 = \frac{90\text{ Nm} + 420\text{ Nm} + 940\text{ Nm} + 34\text{ Nm}}{1970\text{ N}} = \frac{1484\text{ Nm}}{1970\text{ N}} = \underline{\underline{0,753\text{ m}}}$$

3.3 Kinetik bei Drehbewegung (► Lehrbuch: Kapitel 3.3)

3.3.1 Fliehkraft

Aufgaben:

57. Aus welchen Bewegungen kann man sich die gleichförmige Bewegung eines Punktes auf einer Kreisbahn zusammengesetzt denken?
58. Welche Kräfte wirken an einer gleichförmig kreisenden Masse?
59. Von welchen Größen ist die Fliehkraft abhängig und wie wirkt sich eine Verdoppelung dieser Größen auf den Betrag der Fliehkraft aus?

■ Lehrbeispiel 6

Ein Motorradfahrer durchfährt eine Kurve mit ebener Fahrbahn (Kurvenradius $r = 40$ m). Damit er nicht stürzt, muss er sich um den Winkel φ gegenüber der Senkrechten nach innen neigen.

- a) Wie groß muss dieser Winkel bei $v = 50$ km/h sein?
- b) Genügt die Reibzahl $\mu_0 = 0,5$ zwischen Reifen und Straße, um die Kurve mit $v = 50$ km/h zu durchfahren?

Lösung:

- a) Damit der Motorradfahrer weder nach außen noch nach innen kippt, muss er sich so neigen, dass die Resultierende F_r aus Gewichtskraft G und Fliehkraft F durch den Berührungspunkt A (Reifen–Straße) geht.

Es ist:

$$\tan \varphi = \frac{F}{G} = \frac{m \cdot a_n}{m \cdot g} = \frac{v^2}{r \cdot g}$$

$$\tan \varphi = \frac{50^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{3,6^2 \cdot 40 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,492$$

$$\varphi = 26,2^\circ$$

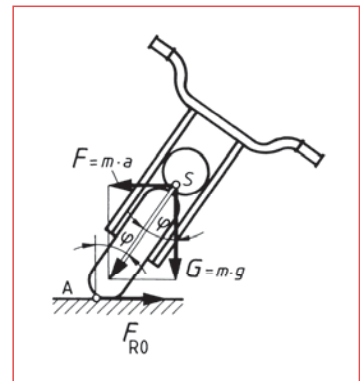
- b) Um ein Wegrutschen zu verhindern, muss die Haftreibungskraft F_{R0} mindestens gleich der Fliehkraft F sein, also

$$F_{R0} = F$$

$$\mu_0 \cdot m \cdot g = m \cdot a_n$$

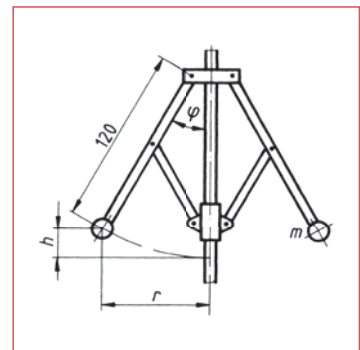
$$\mu_0 = \frac{a_n}{g} = \frac{v^2}{r \cdot g} = 0,492$$

Die Haftreibungzahl $\mu_0 = 0,5$ ist gerade noch ausreichend.



Aufgaben:

60. Mit welcher einseitig wirkenden Kraft wird das Lager einer Wäschetrommel belastet, bei der ein Wäschestück mit $m = 3$ kg gleichmäßig verteilt ist, sodass ein Schwerpunktsabstand von 10 cm angenommen werden kann? Die Drehzahl beträgt $n = 1200 \text{ min}^{-1}$.
61. Bei einem Fliehkraftregler haben die beiden Massekugeln eine Masse von je 200 g.
 - a) Welchen Einfluss hat die Masse m auf den Winkel φ , unter dem sich die Gelenkstäbe gegenüber der Drehachse einstellen?
 - b) Wie groß ist dieser Winkel bei $n = 180 \text{ min}^{-1}$?
 - c) Bei welcher Drehzahl ist $h = 50 \text{ mm}$?

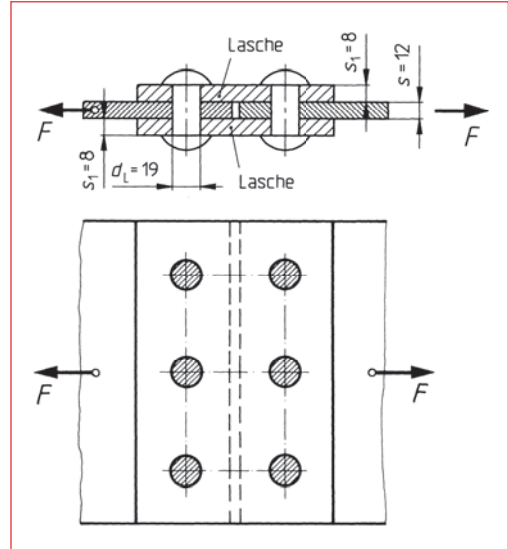


zu Aufgabe 61

Lehrbeispiel 9

Bei einer Doppelaschennietung soll eine Zugkraft von $F = 430 \text{ kN}$ übertragen werden.

- Wie viel Niete DIN 124-18 \times 55-S275 müssen in jeder Reihe vorhanden sein, wenn $\tau_{a \text{ zul}}$ nicht überschritten werden soll ($\tau_{a \text{ zul}} = 210 \text{ N/mm}^2$)?
- Wie groß ist die tatsächliche Abscherspannung?
- Wie groß ist die Flächenpressung zwischen Niet und Mittelblech ($\sigma_{L \text{ zul}} = 480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$)?
- Wie groß ist die Flächenpressung zwischen Niet und den Laschen ($\sigma_{L \text{ zul}} = 480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$)?



Lösung:

- Die Nietverbindung ist 2-schnittig, d.h. bei Versagen würde das Niet in 2 Querschnitten abgesichert werden. Maßgebend ist der Lochdurchmesser $d_L =$ Durchmesser des geschlagenen Nieten.

Die Gesamtscherfläche eines Nieten beträgt also:

$$S = 2 \frac{\pi \cdot d_L^2}{4} = 2 \frac{\pi \cdot 19^2}{4 \text{ mm}^2} = 567 \text{ mm}^2$$

Aus $\tau_{a \text{ zul}} \cong \frac{F}{S_{\text{ges}}}$ ergibt sich für die erforderliche Scherfläche aller Niete:

$$S_{\text{ges}} \cong \frac{F}{\tau_{a \text{ zul}}} = \frac{430000 \text{ N}}{210 \text{ N/mm}^2} = 2048 \text{ mm}^2$$

Die Anzahl der Niete auf einer Seite:

$$n = \frac{S_{\text{ges}}}{S} = \frac{2048 \text{ mm}^2}{567 \text{ mm}^2} = 3,61$$

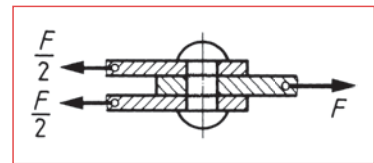
ausgeführt: $n = 4$

- Die Abscherspannung beträgt:

$$\tau_a = \frac{F}{S} = \frac{F}{2 \cdot n \cdot \frac{\pi \cdot d_L^2}{4}} = \frac{430000 \text{ N}}{2 \cdot 4 \cdot \frac{\pi \cdot 19^2}{4} \text{ mm}^2} = 190 \text{ N/mm}^2 < \tau_{a \text{ zul}} = 210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- $p = \frac{F}{A_{\text{proj}}} = \frac{F}{n \cdot d_1 \cdot s} = \frac{430000 \text{ N}}{4 \cdot 19 \text{ mm} \cdot 12 \text{ mm}} = 471 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{L \text{ zul}} = 480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

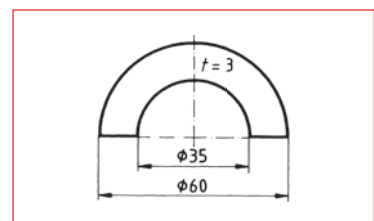
- $p = \frac{F}{A_{\text{proj}}} = \frac{F}{n \cdot d_1 \cdot 2 \cdot s_1} = \frac{430000 \text{ N}}{4 \cdot 19 \text{ mm} \cdot 2 \cdot 8 \text{ mm}} = 354 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{L \text{ zul}} = 480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$



Aufgaben:

- Aus einem 3 mm dicken Blech aus S275JR ($R_m = 410 \dots 500 \text{ N/mm}^2$) soll ein Teil ausgeschnitten werden.

- Wie groß muss die Kraft der Presse mindestens sein?
- Wie groß ist die Druckspannung im Stempel?



zu Aufgabe 42

4.9 Festigkeitskennwerte, zulässige Spannung und Sicherheit

► Lehrbuch: Kapitel 4.9

Aufgaben:

246. a) Warum muss bei statischer Belastung die zur Ermittlung der zulässigen Spannung erforderliche Sicherheitszahl ν meist wesentlich über der Grundsicherheitszahl ν_0 liegen?
 b) Wie werden diese Faktoren bei der Berechnung von ν berücksichtigt?
247. Was besagt die Angabe, dass die Dauerfestigkeit eines Werkstoffes 160 N/mm^2 beträgt?
248. Was versteht man unter Kerben bei Bauteilen?
249. Welche Auswirkungen haben Kerben:
 a) bei statischer,
 b) bei dynamischer Belastung?
250. Was versteht man unter der Gestaltfestigkeit eines Bauteils?
251. Wie wirken sich:
 a) eine raue Werkstückoberfläche,
 b) ein großer Wellendurchmesser auf die Gestaltfestigkeit einer wechselnd auf Biegung beanspruchten Welle aus?

Lehrbeispiel 22

Eine Achse aus E335 mit dem Durchmesser $d = 30 \text{ mm}$ hat ein zwischen 100 Nm und 180 Nm schwankendes Biegemoment aufzunehmen.

- a) Wie groß sind die Ober-, Unter- und Mittelspannung?
 b) Wie groß ist der zur Berechnung von $\sigma_{b \text{ zul}}$ maßgebende Dauerfestigkeitswert?

Lösung:

- a) Das Widerstandsmoment der Achse ist:

$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot (30 \text{ mm})^3}{32} = 2651 \text{ mm}^3$$

Damit wird die Unterspannung (kleinste Biegespannung):

$$\sigma_{bu} = \frac{M_{bu}}{W} = \frac{100 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{2,651 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = \underline{\underline{37,7 \text{ N/mm}^2}}$$

die Oberspannung (größte Biegespannung):

$$\sigma_{bo} = \frac{M_{bo}}{W} = \frac{180 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{2,651 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = \underline{\underline{67,9 \text{ N/mm}^2}}$$

und die Mittelspannung (mittlere Biegespannung):

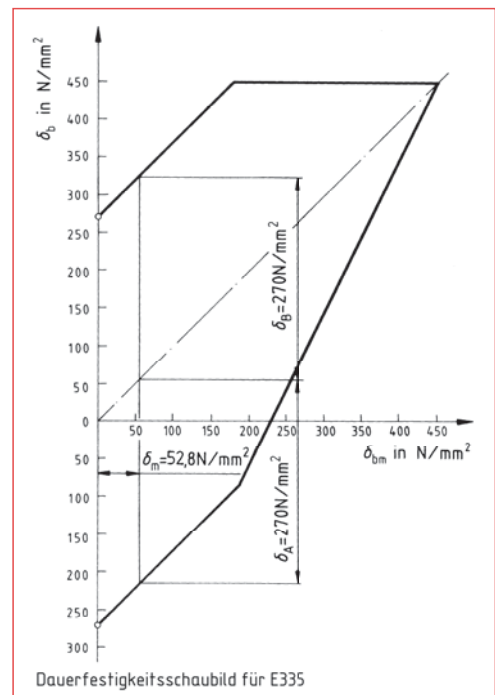
$$\sigma_{bm} = \frac{\sigma_{bo} + \sigma_{bu}}{2} = \frac{(67,9 + 37,7) \text{ N/mm}^2}{2}$$

$$\sigma_{bm} = \underline{\underline{52,8 \text{ N/mm}^2}}$$

- b) Aus dem skizzierten Dauerfestigkeitsschaubild für E335 bei Beanspruchung auf Biegung ergibt sich bei einer Mittelspannung von $\sigma_m = 52,8 \text{ N/mm}^2$ als Dauerfestigkeitswert:

$$\sigma_D = \sigma_m \pm \sigma_A = \underline{\underline{52,8 \pm 270 \text{ N/mm}^2}}$$

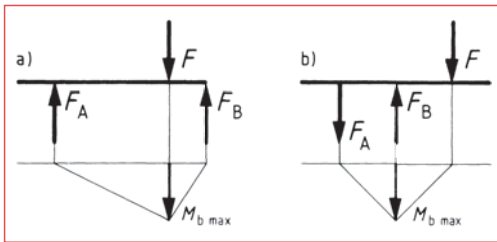
wobei $\sigma_A = 270 \text{ N/mm}^2$ der Spannungsausschlag der Dauerfestigkeit ist.



102. $F_z = 1\,003\text{ N}$ ($M_b = 1\,101\text{ Nm}$)
 103. a) $\sigma_{b\text{ zul}} = 33,3\text{ N/mm}^2$ ($\sigma_{bW} = 200\text{ N/mm}^2$)
 b) $M_{b\text{ max}} = 37,5\text{ Nm}$
 c) $d = 18\text{ mm}$ (17,95 mm);

$$d = \sqrt[4]{D^4 - \frac{32 \cdot D \cdot W}{\pi}}$$

 d) $p = 3,33\text{ N/mm}^2$
 104. a) $\sigma_{b\text{ zul}} = 62,5\text{ N/mm}^2$, b) $M_b = 1\,760\text{ Nm}$
 c) $h = 88\text{ mm}$ ($W = 28\,160\text{ mm}^3$)
 $b = 22\text{ mm}$
 105. a) $M_{b\text{ max}} = 1\,800\text{ Nm}$
 b) $W = 15,75\text{ cm}^3$
 c) EN-GJS-600-3 ($\sigma_{b\text{ zul}} \geq 114\text{ N/mm}^2$;
 $\sigma_{b\text{ Sch}} \geq 457\text{ N/mm}^2$)
 106. $\sigma_b = 5\text{ N/mm}^2$
 (4,87 N/mm²; $M_b = 14\,960\text{ Nm}$)
 107. $F \leq 83\text{ kN}$
 108. $f \leq 5\,661\text{ N/m}$
 109. $f \leq 5\,135\text{ N/m}$
 110.



111. bei F , $\sigma_{b\text{ max}} = 117\text{ N/mm}^2$
 ($M_{b\text{ max}} = 643\text{ Nm}$)
 112. $I = 140$ ($W \geq 59,3\text{ cm}^3$; $M_{b\text{ max}} = 7\,120\text{ Nm}$)
 113. a) $l_x = 2\text{ m}$, b) $M_{b\text{ max}} = 20\,000\text{ Nm}$
 c) $\sigma_b = 124\text{ N/mm}^2$
 114. a) $\sigma_{b\text{ zul}} = 87,5\text{ N/mm}^2$
 ($\sigma_{b\text{ Sch}} = 350\text{ N/mm}^2$)
 b) $W = 2\,651\text{ mm}^3$, c) $M_{b\text{ max}} = 232\text{ Nm}$
 d) $F \leq 6\,187\text{ N}$
 115. a) $\sigma_{b\text{ zul}} = 92,5\text{ N/mm}^2$
 b) $d = 12\text{ mm}$ (10,4 mm);
 $M_{b\text{ max}} = 10,2\text{ Nm}$
 c) $p = 20\text{ N/mm}^2$
 116. a) $W_x = 166\text{ cm}^3$ ($I_x = 997\text{ cm}^4$)
 b) $M_{b\text{ max}} = 2\,304\text{ Nm}$, c) $\sigma_b = 13,9\text{ N/mm}^2$
 d) $W_{xc} = 125\text{ cm}^3$; $M_{bc} = 960\text{ Nm}$;
 $\sigma_{bc} = 7,69\text{ N/mm}^2$
 117. a) $M_{b1} = 3\,167\text{ Nm} = M_{b\text{ max}}$,
 $M_{b2} = 1\,833\text{ Nm}$
 b) $W \geq 22,6\text{ cm}^3$, c) $I = 100$
 118. $M_{b\text{ max}}$ kann nur an einer Stelle auftreten,
 wo die Querkraftlinie durch Null geht.
 119. a) $F_{Ax} = 499\text{ N}$; $F_{Ay} = 384\text{ N}$
 b) $M_{b\text{ max}} = 46\text{ Nm}$
 c) $\sigma_{b\text{ zul}} = 40\text{ N/mm}^2$ ($\sigma_{bW} = 240\text{ N/mm}^2$)
 d) $d_1 = 23\text{ mm}$ (22,7 mm)
 e) $d_2 = 17\text{ mm}$ (17,8 mm)
 f) $l = 8\text{ mm}$ (7,5 mm)
 120. $\sigma_b = 1,4\text{ N/mm}^2$
 (Federkraft senkrecht zu Hebel!
 $F_f = 0,507\text{ N}$;
 $M_{bA} = F_{fy} \cdot 15\text{ mm} = 7,85\text{ Nmm}$)
 121. a) $\sigma_b = 42,8\text{ N/mm}^2$ ($M_b = 525\text{ Nm}$)
 b) $W = 12,1\text{ cm}^3$
 c) $M_{bc} = 840\text{ Nm}$; $\sigma_{bc} = 69,4\text{ N/mm}^2$
 122. a) $W = 138\text{ cm}^3$
 b) $\sigma_{b1} = 14,0\text{ N/mm}^2$ ($M_{b1} = 1\,940\text{ Nm}$)
 $\sigma_{b2} = 21,8\text{ N/mm}^2$ ($M_{b2} = 3\,010\text{ Nm}$)
 123. a) $e = 12,8\text{ mm}$ ($\Sigma A \cdot y = 9,615\text{ cm}^3$)
 b) $W_x = 3,9\text{ cm}^3$ ($I_x = 12,57\text{ cm}^4$)
 c) bei F_3 ; $M_{b\text{ max}} = 550\text{ Nm}$ ($F_B = 1\,375\text{ N}$)
 d) $\sigma_b = 141\text{ N/mm}^2 < \sigma_{b\text{ zul}} = 160\text{ N/mm}^2$
 124. a) $F_A = 8\,575\text{ N}$; $F_B = 4\,575\text{ N}$ (nach unten)
 b) bei B; $M_{b\text{ max}} = 3,6\text{ kNm}$
 125. $d = 42\text{ mm}$ (41,1 mm; $M_{bB} = 204\text{ Nm}$)
 126. siehe Aufgabe 124
 127. a) $F \leq 5\,236\text{ N}$ ($M_b = 62,8\text{ Nm}$)
 b) $F \leq 5\,976\text{ N}$
 128. a) $d = 36\text{ mm}$ (35,2 mm);
 $M_{b\text{ max}} = 428\text{ Nm}$
 b) $p_A = 6,22\text{ N/mm}^2$; $p_B = 6,75\text{ N/mm}^2$
 129. a) $M_{b\text{ max}} = 3\,300\text{ Nm}$ (bei B)
 b) $I = 100$ ($W_x \geq 27,5\text{ cm}^3$)
 130. $f \leq 56,2\text{ kN/m}$
 ($M_{b\text{ max}} = 190\text{ kNm} = F \cdot 1,125\text{ m}$)
 131. a) längs des Trägers ist überall $\sigma_b \approx \sigma_{b\text{ zul}}$
 b) sich verändernder Querschnitt
 132. große Herstellungskosten
 133. a) $\sigma_{b\text{ zul}} = 92,5\text{ N/mm}^2$ ($\sigma_{b\text{ Sch}} = 370\text{ N/mm}^2$)
 b) $h = 68\text{ mm}$ (67,4 mm)
 c) $h_2 = 60\text{ mm}$ (58,9 mm)
 $h_3 = 48\text{ mm}$ (48,1 mm)
 $h_4 = 34\text{ mm}$ (34,0 mm)
 134. a) Einspannstelle
 b) 1: 25 %, 2: 50 %, 3: 75 %, 4: 100 %
 c) 1: 13 %, 2: 29 %, 3: 50 %, 4: 100 %
 135. a) $\sigma_{b1} = \frac{2\,560\text{ Nm}}{40,5\text{ cm}^3} = 63,2\text{ N/mm}^2$
 $\sigma_{b2} = \frac{1\,920\text{ Nm}}{31\text{ cm}^3} = 61,9\text{ N/mm}^2$
 $\sigma_{b3} = \frac{1\,280\text{ Nm}}{22,8\text{ cm}^3} = 56,2\text{ N/mm}^2$