## 3.2 Formeln umformen

In vielen Aufgabenstellungen aus der Geometrie, aus den Naturwissenschaften oder auch aus den Wirtschaftswissenschaften ist es häufig wichtig, Formeln nach einer bestimmten Variablen umzuformen. Eine Formel ist eine Gleichung mit mehreren Variablen. Man formt die Gleichung so um, dass die gesuchte Variable alleine auf einer Seite steht. Dies hat den Vorteil, dass man die Werte von allen anderen vorkommenden Variablen nur noch einsetzen muss und dann sofort den Wert der gesuchten Variablen berechnen kann.

AB **3.39** Von einem rechtwinkligen Dreieck kennt man die Längen der Hypotenuse $c$ und der Kathete $a$.
Berechne die Länge der anderen Kathete $b$.

Diese Aufgabe wird gelöst, indem man die allgemeine Formel anschreibt, in der alle drei Variablen vorkommen.
Beim rechtwinkligen Dreieck hängen die Seiten über den pythagoräischen Lehrsatz zusammen:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Nun wird die gesuchte Variable $b$ auf einer Seite der Gleichung isoliert. Dabei werden die bei Gleichungen üblichen Äquivalenzumformungen vorgenommen.
Wir ziehen $a^2$ auf beiden Seiten ab:

$$b^2 = c^2 - a^2$$

Um die Seitenlänge der Kathete $b$ zu erhalten, muss nun noch die Wurzel gezogen werden:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

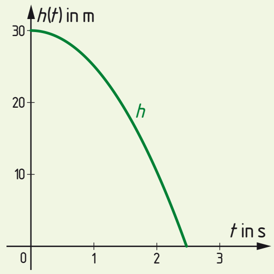
AB **3.40** Ein Körper fällt aus der Höhe $h_0$ frei zu Boden.
Die physikalische Formel für diese Bewegung lautet:

$h(t) = h_0 - \frac{g}{2} \cdot t^2$

$t$ ... Zeit in Sekunden (s)

$h(t)$ ... erreichte Höhe des Körpers in Meter (m) nach dem Verstreichen der Zeit $t$

$g$ ... Erdbeschleunigung: 9,81 m/s$^2$




**a)** Forme die gegebene Formel nach der Variablen $t$ um.
**b)** Interpretiere, wie sich die Fallzeit $t$ bis zum Erreichen des Bodens verändert, wenn die Ausgangshöhe verdoppelt wird.
**c)** Berechne die Zeit, nach deren Ablauf sich der Körper beim freien Fall aus der Höhe von 30 m noch 10 m über dem Boden befindet.

Lösung:

**a)** $h(t) = h_0 - \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad | - h_0$

$h(t) - h_0 = -\frac{g}{2} \cdot t^2 \quad | \cdot \left(-\frac{2}{g}\right)$ und Seitenwechsel

$t^2 = \frac{2 \cdot (h_0 - h(t))}{g} \quad |$ Wurzelziehen

$t = \sqrt{\frac{2 \cdot (h_0 - h(t))}{g}}$

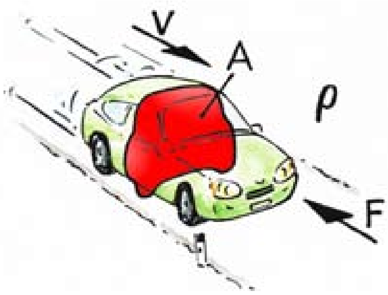
**b)** $h(t)$ ist beim Errreichen des Bodens 0.
Für die gesamte Fallzeit lautet die Formel daher: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_0}{g}}$
Fällt der Körper aus doppelter Anfangshöhe, dann verdoppelt sich die Fallzeit nicht.
Sie wird um das $\sqrt{2}$-Fache größer.

**c)** Die gegebenen Größen müssen in die Formel für $t$, die wir in der Teilaufgabe **a)** ermittelt haben, eingesetzt werden.
$t = \sqrt{\frac{2 \cdot (30 - 10)}{9{,}81}} = 2{,}019...$
Nach ca. 2 Sekunden Fallzeit befindet sich der Körper 10 m über dem Boden.

**3.41** Forme nach der angegebenen Variablen um. **B**
**a)** $O = 4r^2\pi \qquad r = ?$ **b)** $d^2 = l^2 + b^2 + h^2 \qquad h = ?$

**3.42** Ein Kapital wird 2 Jahre lang jährlich mit $p$ Prozent verzinst. Nach 2 Jahren kann der Kapitalwert mit der folgenden Formel berechnet werden: **BD**
$K_2 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$
$p$ ... Prozentsatz; $K_0$ ... zu Beginn eingelegtes Kapital
$K_2$ ... Kapitalwert nach 2 Jahren
Forme die Formel für die Verzinsung eines Kapitals nach der Größe $p$ um.
Berechne, wie sich das Kapital $K_2$ ändert, wenn statt $p$ = 4 % der halbe Prozentsatz angeboten wird. Halbiert sich $K_2$ dadurch ebenfalls?

**3.43** Für den Luftwiderstand, der auf einen mit der Geschwindigkeit $v$ bewegten Körper wirkt, gilt die folgende Formel: **BD**
$F = \frac{1}{2} \cdot c_W \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$
$c_W$ ... konstanter Luftwiderstandsbeiwert
$A$ ... Querschnittsfläche
$\rho$ ... Dichte der Luft (als konstant vorausgesetzt)




**a)** Forme die Formel nach der Variablen $v$ um.
**b)** Beurteile, wie sich der Luftwiderstand verändert, wenn sich die Geschwindigkeit des Körpers bei sonst gleichen Bedingungen verdoppelt.

**3.44** Der Preis $p$ pro Mengeneinheit beim Verkauf eines Produkts wird durch die folgende Gleichung beschrieben: $p = 49 - \frac{14x}{50} + \frac{x^2}{2\,500}$; $x$ ... Absatzmenge, $D = [0; 350]$ **BD**
**a)** Forme die Formel nach der Variablen $x$ um.
**b)** Argumentiere, wie sich der Preis verändert, wenn die Absatzmenge von 50 Mengeneinheiten auf 200 Mengeneinheiten erhöht wird.

**3.45** Forme die Formeln nach der gesuchten Größe um. **B**
Alle vorkommenden Variablen sind positiv und ungleich 0.
**a)** $R = \frac{R_1^2 + 10R_1}{2R_1 + 10} \qquad R_1 = ?$ **b)** $0 = 2a^2 + 4 \cdot a \cdot h \qquad a = ?$
**c)** $R_2 = (R - r)^2 + h^2 \qquad r = ?$ **d)** $s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \qquad t = ?$

## 3.3 Anwendungen von quadratischen Gleichungen

Tipps zur Bearbeitung von Textaufgaben:

- Kennzeichne jene Teile des Texts, die für das Lösen von Bedeutung sind.
- Lege eine Gleichungsvariable fest; meist ist die gesuchte Größe geeignet.
- „Übersetze" den Text so in mathematische Schreibweise, dass du eine Gleichung erhältst.
- Überlege, welche Werte sinnvolle Lösungen für die Aufgabe darstellen und beachte, dass die Gleichung nur in diesem Bereich ein Modell der Situation darstellt.
- Löse die Gleichung (eventuell mithilfe von Technologieeinsatz).
- Mache die Probe anhand des Texts.

### 3.3.1 Geometrische Aufgaben

AB **3.46** Ein Holzschacht mit den inneren Abmessungen 60 cm x 100 cm soll eine auf allen Seiten gleich breite Ummantelung erhalten. Aus statischen Gründen muss der Flächeninhalt der Querschnittsfläche der Ummantelung mindestens 1 m$^2$ betragen.

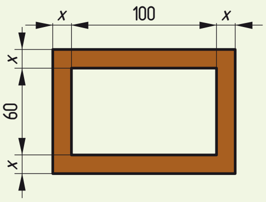
**a)** Stelle den Sachverhalt durch eine Skizze dar und gib eine Gleichung an, die den Flächeninhalt der Querschnittsfläche angibt.

**b)** Berechne die Breite der Ummantelung.

**c)** Beschreibe den folgenden Ansatz. Welcher Fehler wurde gemacht?
$2 \cdot x \cdot (100 + 2x) + 2 \cdot x \cdot (60 + 2x) = 10\,000$

Lösung:

**a)** Skizze:




$A_{\text{Mantel}} = A_{\text{Gesamt}} - A_{\text{Ausschnitt}}$

$A_{\text{Mantel}} = (100 + 2x) \cdot (60 + 2x) - 60 \cdot 100$

- Gesamtlänge: $100 + 2x$
  Gesamtbreite: $60 + 2x$
  Ausschnitt: $60 \cdot 100$
- Der negative Wert kommt als Lösung nicht in Frage.

**b)** $x$ ... Breite des Mantels in cm

$D$: $x \geqslant 0$ cm

$10\,000 = (100 + 2x) \cdot (60 + 2x) - 60 \cdot 100$

Nebenrechnung: $10\,000 = 6\,000 + 320x + 4x^2 - 6\,000$

$x_1 = 24{,}031...$, $x_2 = -104{,}031$

$x \approx 25$ cm

Probe: $150 \cdot 110 - 6\,000 = 10\,500$

Die Breite sollte 25 cm betragen.

**c)** Der Mantel wurde in Rechtecke aufgeteilt. Die überschneidenden Bereiche in den Ecken wurden doppelt gerechnet.

AB **3.47** Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 7,5 cm lang. Die Summe der beiden Kathetenlängen beträgt 10,5 cm. Berechne die Längen der Katheten.

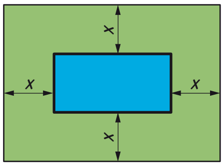
AB **3.48** Von den Kanten eines Quaders ist eine Kante um 2 cm länger als die kürzeste und um 3 cm kürzer als die längste Kante.
Berechne die Kantenlängen, wenn die Oberfläche 310 cm$^2$ beträgt.

AB **3.49** Die Massen zweier Würfel aus demselben Material ($\rho$ = 0,8 g/cm$^3$) unterscheiden sich um 309,6 g. Die Kante des schwereren Würfels ist um 3 cm länger als die des leichteren.

**a)** Forme deinen Rechenansatz so lange um, bis die Polynomform einer quadratischen Gleichung entsteht.

**b)** Berechne die Kantenlängen der beiden Würfel.

**3.50** Um ein rechteckiges Schwimmbecken von 50 m Länge und 25 m Breite soll eine an allen Seiten gleich breite Rasenfläche angelegt werden, deren Flächeninhalt 4-mal so groß wie der des Schwimmbeckens sein soll.
Berechne die äußeren Abmessungen der Rasenfläche.




**3.51** Die Länge eines an einer Straßenkreuzung liegenden Grundstücks ist um 22 m größer als die Breite. Infolge einer Verbreiterung der Straßen wird es in der Länge um 3,50 m und in der Breite um 2,50 m verkürzt. Der Flächeninhalt des Grundstücks beträgt nun nur noch 2 805,75 $m^2$.
**a)** Stelle den Sachverhalt durch eine Skizze dar.
**b)** Berechne, wie viel Prozent der ursprünglichen Fläche verloren gehen.

**3.52** Inmitten einer runden Liegewiese befindet sich ein kreisförmiges Schwimmbecken, welches 51 % der Gesamtfläche einnimmt. Die verbleibende Wiese hat die Form eines Kreisrings mit 8 m Breite.
**a)** Stelle den Sachverhalt durch eine Skizze dar.
**b)** Berechne den Radius des Schwimmbeckens.

## 3.3.2 Bewegungsaufgaben

**3.53** Ein LKW, der die 63 km lange Strecke von Wien nach Bratislava gefahren war, musste aufgrund eines Schlechtwettereinbruchs die Geschwindigkeit für die Rückfahrt reduzieren. Die mittlere Geschwindigkeit war dadurch um 21 km/h niedriger und der LKW benötigte eine halbe Stunde länger als bei der Hinfahrt.
Berechne die mittlere Geschwindigkeit auf der Hinfahrt.

Lösung:
63 km ... Weg , $v$ ... mittlere Geschwindigkeit auf der Hinfahrt in km/h
Definitionsmenge: $D = \{v \in \mathbb{R} \mid v > 21\}$

$t_{\text{Hinfahrt}} = \frac{63}{v},\ t_{\text{Rückfahrt}} = \frac{63}{v-21}$ • $v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$

$t_{\text{Rückfahrt}} = t_{\text{Hinfahrt}} + \frac{1}{2}$

$\frac{63}{v-21} = \frac{63}{v} + \frac{1}{2} \quad | \cdot 2v \cdot (v-21)$

$63 \cdot 2v = 63 \cdot 2 \cdot (v-21) + v \cdot (v-21) \cdot 1$

$126v = 126v - 2\,646 + v^2 - 21v$

$0 = v^2 - 21v - 2\,646$

$v_1 = 63$ km/h, $v_2 = -42$ km/h • Die negative Lösung kommt für die Geschwindigkeit nicht in Frage.

Die mittlere Geschwindigkeit auf der Hinfahrt betrug 63 km/h.

**3.54** Eine 160 km lange Bahnstrecke wurde modernisiert, wodurch die Züge ihre mittlere Geschwindigkeit um 20 km/h erhöhen können. Die Fahrzeit verringert sich dadurch um 24 Minuten.
Berechne die neue Fahrzeit.

**3.55** Ein PKW fahrt von St. Pölten ins 120 km entfernte Linz. Nachdem er 80 km zurückgelegt hat, begegnet ihm ein LKW, der 20 Minuten später von Linz nach St. Pölten abgefahren ist und in der Stunde 20 km weniger zurücklegt als der PKW.
Berechne die mittleren Geschwindigkeiten der beiden Fahrzeuge.

## 3.4 Gleichungen höheren Grads

### 3.4.1 Gleichungen höheren Grads, die sich auf quadratische Gleichungen zurückführen lassen

Bestimme mithilfe von Technologieeinsatz die reellen Lösungen der gegebenen Gleichung. Verwende, wenn du keinen CAS-Rechner hast, das Programm Geogebra, das du dir für nicht kommerzielle Zwecke kostenlos vom Internet herunterladen kannst.

Befehl bei Geogebra CAS: **Löse [Gleichung, Variable]**
Löse anschließend die Gleichungen übungshalber auch per Hand.

B **3.56** **a)** $x^3 - 4x^2 + x = 0$

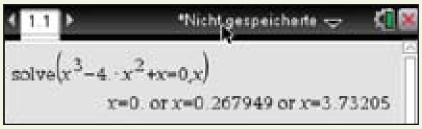
Lösung per Hand:
$x \cdot (x^2 - 4x + 1) = 0$ | $x$ herausheben
$x_1 = 0$ ... Produkt-Null-Satz

$x^2 - 4x + 1 = 0$
Die Lösungsformel für quadratische Gleichungen verwenden:
$x_2 = 3{,}732...$
$x_3 = 0{,}267...$

**b)** $x^4 + x^2 - 2 = 0$

$x^2$ substituieren: $x^2 = u$
$u^2 + u - 2 = 0$
Die Lösungsformel für quadratische Gleichungen verwenden:
$u_1 = 1$, $u_2 = -2$
Rücksubstituieren:
$x^2 = 1$
$x_1 = 1$; $x_2 = -1$
$x^2 = -2 \Rightarrow$ keine weitere Lösung

Lösung mithilfe von Technologieeinsatz:





Aufgaben 3.57 – 3.64:
Löse die Gleichungen mithilfe von Technologieeinsatz und per Hand mithilfe von Formeln, Herausheben oder Substituieren.

B **3.57** **a)** $x^3 - 10x^2 + 16x = 0$ **b)** $x^4 - x^2 - 12 = 0$

B **3.58** **a)** $x^3 + 9x^2 + 18x = 0$ **b)** $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$

B **3.59** **a)** $x^3 - 6x^2 + 18x = 0$ **b)** $4x^4 + x^2 = 0$

B **3.60** **a)** $4x^3 + 2x = 0$ **b)** $x^4 - 6x^2 + 4 = 0$

B **3.61** **a)** $9x^3 - 18x = 0$ **b)** $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

B **3.62** **a)** $2x^4 - 3x^3 + 2x^2 = 0$ **b)** $x^6 - 28x^3 + 64 = 0$

B **3.63** **a)** $9x^5 + 2x^3 = 0$ **b)** $x^6 - 7x^3 - 9 = 0$

B **3.64** **a)** $5x^5 - 3x^4 + 2x^3 = 0$ **b)** $x^8 - 20x^4 + 64 = 0$

### 3.4.2 Beliebige Gleichungen höheren Grads

**3.65** Löse die folgende Gleichung in der Grundmenge $\mathbb{R}$ durch ein algebraisches und durch mindestens ein grafisches Verfahren. **B**

$$x^5 - 3x^2 = 7x - 10$$

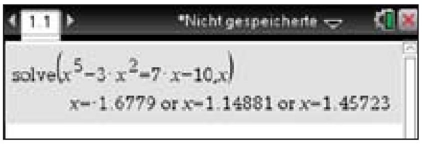
Im Allgemeinen werden Gleichungen höheren Grads sinnvollerweise mit Technologieeinsatz gelöst, vor allem wenn sie sich nicht auf quadratische Gleichungen zurückführen lassen. Aber auch quadratische Gleichungen werden gelegentlich mittels Technologieeinsatz gelöst.

Dies kann algebraisch wie bisher mittels **Gleichungslöser** erfolgen, oder wir können die Gleichungen mithilfe einer **Grafik** lösen, wobei 2 Verfahren üblich sind:

1. Die Gleichung wird so umgeformt, dass auf einer Seite null steht.
   Der Gleichungsterm wird als Funktionsterm aufgefasst und im Koordinatensystem grafisch dargestellt. Die **Nullstellen** ergeben die Lösungen der Gleichung.
2. Die Gleichung wird mithilfe von 2 Funktionsgraphen im Koordinatensystem dargestellt.
   Die ***x*-Werte der Schnittpunkte** von beiden Graphen können als Lösungen der Gleichung abgelesen werden.

Lösungsverfahren bei **TI-Inspire**

**Das algebraische Verfahren:**
**Menu/1: Calculator/3: Algebra/1: Löse ($x^5 - 3x^2 = 7x - 10$, $x$)/Enter**

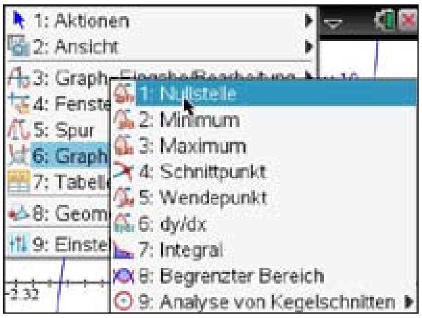


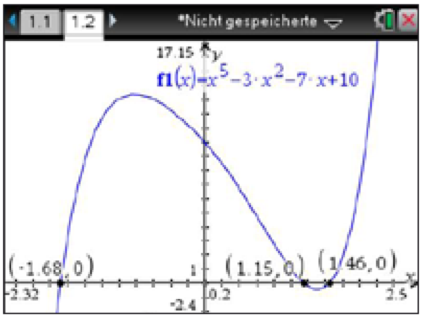

Die Gleichung hat 3 reelle Lösungen.

Das **grafische Verfahren** mit Ablesung der **Nullstellen** erfordert das Umformen der Gleichung:
$x^5 - 3x^2 - 7x + 10 = 0$
**Menu/2: Graphs/f1(x)=x^5-3x^2-7x+10/**

Die Achsen der Graphik ziehen, so dass die Nullstellen deutlich sichtbar werden.

**Menu/6: Graph analysieren/1: Nullstelle**



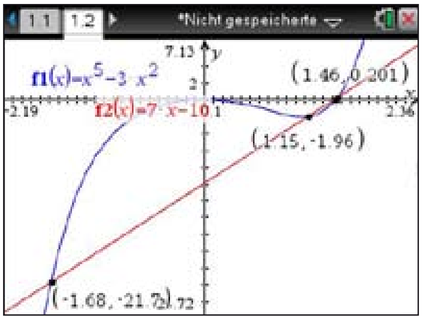




Die Nullstelle wird mit einer unteren und einer oberen Grenze vordefiniert.

Der Vorgang der Eingrenzung der Nullstellen muss bei allen sichtbaren Stellen wiederholt werden.

Die Lösungen werden in der Grafik angezeigt.

**Das grafische Verfahren** mit Ablesung der **Schnittpunkte** erfordert im Allgemeinen keine Umformung der Gleichung, außer, man erkennt, dass eine besonders günstige Darstellung möglich wäre.
Hier ist die Teilung in die linke und die rechte Seite günstig, weil links ein linearer Funktionsterm vorliegt, der für eine Ablesung des Schnittpunkts günstig ist.




**Menu/2: Graphs/f1(x)=x^5-3x^2/**
**f2(x) =7x+10.**
**Menu/6: Graph analysieren/**
**4: Schnittpunkt**

Die unteren und die oberen Grenzen müssen wieder bei jedem sichtbaren Schnittpunkt festgelegt werden. Die 3 Schnittpunkte werden mit ihren Koordinaten in der Grafik angegeben. Die $x$-Werte der Schnittpunkte sind die reellen Lösungen der Gleichung.

**Technologieeinsatz zu diesem Thema für TI 82-84, EXCEL und Geogebra siehe www.hpt.at (Schulbuch Plus für Schüler/innen)**

BD **3.66** Löse die folgenden Gleichungen in der Grundmenge $\mathbb{R}$ mithilfe eines grafischen Verfahrens auf deinem Rechengerät.
Überprüfe mittels Gleichungslöser.
**a)** $2x^3 = -5x - 1$
**b)** $3x^3 + 14x^2 - 6x - 9 = 0$
**c)** $x^4 + 6x = 3x^2$
**d)** $2x^5 - 3x^3 + x = 0$
**e)** $x^5 = 4x + 1$
**f)** $\frac{x^6}{6} - x^5 + x + 0{,}2 = 0$

BD **3.67** Zeige anhand eines grafischen Verfahres mithilfe von Technologieeinsatz, dass die Gleichung 3. Grads $x^3 + 2x^2 = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$ 3 reelle Lösungen hat.
Gib die Lösungen an.

BD **3.68** Zeige anhand eines grafischen Verfahres mithilfe von Technologieeinsatz, dass die Gleichung 4. Grads $2x^2 - 3x = 2x^4 - 4x^3 + x$ 4 reelle Lösungen hat.
Gib die Lösungen an.

ABC **3.69** Bestimme mithilfe eines grafischen Verfahrens und Technologieeinsatz die fehlenden Koeffizienten $k$ und $d$ der Gleichung 4. Grads
$-x^4 - 2x^3 + x^2 = kx + d$
so, dass es …
**a)** 4 reelle Lösungen gibt.
**b)** 2 reelle Lösungen gibt.
**c)** keine reelle Lösung gibt.
Berechne die Lösungen der Gleichungen, die du vorschlägst.

## Zusammenfassung

Eine **quadratische Gleichung** kann in **Normalform** oder **allgemeiner Form** gegeben sein:

Normalform: $x^2 + px + q = 0$ — Allgemeine Form: $ax^2 + bx + c = 0$

Kleine Lösungsformel: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ — Große Lösungsformel: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Die **Lösungen** einer quadratischen Gleichung entsprechen den **Nullstellen** des Graphen der zugehörigen quadratischen Funktion.

Die Anzahl der Lösungen ist von der **Diskriminanten** $D$ abhängig.
$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ bzw. $D = b^2 - 4ac$

- $D > 0$: 2 reelle Lösungen (2 Nullstellen)
- $D = 0$: 1 reelle (Doppel-)Lösung (1 Nullstelle)
- $D < 0$: keine reelle Lösung (keine Nullstelle)

**Satz von Vieta**, Zerlegung in Linearfaktoren:
$x_1 + x_2 = -p,\ x_1 \cdot x_2 = q,\ (x - x_1) \cdot (x - x_2) = x^2 + px + q$

**Gleichungen höheren Grads, die man auf quadratische zurückführen kann**
Durch **Herausheben** kann häufig eine Gleichung höheren Grads in eine quadratische zurückgeführt werden.
Auch durch das **Substituieren** kann man oft eine Gleichung höheren Grads mit Methoden der quadratischen Gleichung lösbar machen.

**Grafische Verfahren zum Lösen von Gleichungen höheren Grads**
– Die Gleichung wird umgeformt, dass eine Seite der Gleichung null wird.
  Der Gleichungsterm wird als Funktionsterm interpretiert. Die **Nullstellen** des Funktionsgraphen liefern die reellen Lösungen der Gleichung.
– Beide Seiten der Gleichung werden als Funktionsterme interpretiert. Die $x$-Werte der **Schnittpunkte** beider Funktionsgraphen liefern die reellen Lösungen.

## Vermischte Aufgaben zur Vertiefung

Aufgabe 3.70 – 3.72:
Vereinfache die Gleichungen so weit wie möglich und löse sie in der Grundmenge $\mathbb{R}$ ohne Technologieeinsatz.
Überprüfe mit Technologieeinsatz.

TE

**3.70** **a)** $(2x + 3) \cdot (1 + x) = 4x^2 - 22$ **b)** $4 \cdot (x^2 - 3) - x \cdot (3x + 1) = 6 \cdot (5x + 2)$ **B**
**c)** $(2x - 1) \cdot (x + 1) = 5x + 5$ **d)** $(x - 2) \cdot (x + 2) + 21 = 6x^2 - 4x + 17$

**3.71** **a)** $(4x + 1)^2 = (x + 4) \cdot (9x - 5)$ **b)** $(2x + 1)^2 + 8 + 8x = 0$ **c)** $(x - 1)^2 + 1 = -(5x - 3)^2$ **B**

**3.72** **a)** $3x^2 - (x - 5) \cdot x = (3x - 2)^2 + 7x - 2$ **b)** $9x^2 + (4x - 3)^2 = (x - 1) \cdot (x + 1) - (x + 1)^2$ **B**

**3.73** Forme in die Scheitelpunktform um und gib den Scheitel der Parabel an. **BD**
Berechne anschließend die Nullstellen und überprüfe durch eine Zeichnung.
**a)** $x^2 + 6x + 2 = 0$ **b)** $x^2 - 7x - 30 = 0$ **c)** $x^2 - 8x + 7 = 0$ **d)** $x^2 + 3x - 10 = 0$

# Gleichungen

**BD** **3.74** Berechne, wo die Parabel die $x$-Achse schneidet.
Zeige, dass die $x$-Koordinate des Parabelscheitels in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen liegt.
**a)** $f(x) = 25x^2 - 4$ **b)** $f(x) = 3x^2 - 4x$ **c)** $f(x) = x^2 + 4x - 32$ **d)** $f(x) = 4x^2 - 17x - 15$

**BD** **3.75** Berechne die Nullstellen der Parabel ($a, b, c \in \mathbb{R}$).
Beurteile, welche Bedingungen die Parameter $a$, $b$ bzw. $c$ erfüllen müssen, damit die Parabel die $x$-Achse 1-mal, 2-mal oder gar nicht schneidet.
**a)** $y = ax^2 + bx$ **b)** $y = x^2 + bx$ **c)** $y = x^2 + c$ **d)** $y = ax^2 + bx + c$ **e)** $y = ax^2 + c$

**BD** **3.76** Berechne die Schnittpunkte der Parabeln $f$: $y = x^2 - 4$ und $g$: $y = -x^2 + 2x$.
Zeichne die beiden Parabeln $f$ und $g$.
Überprüfe die berechneten Lösungen.

**BC** **3.77** Beschreibe, wie man die gegebene Gleichung grafisch lösen kann.
Löse auch rechnerisch.
**a)** $x^2 - 2x = x + 4$ **b)** $x^2 + 3x + 4 = -x - 5$ **c)** $-x^2 + 4 = 2 \cdot (x + 2)^2$

**B** **3.78** Bestimme die Schnittpunkte der Parabel mit der Geraden.
**a)** $y_P = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$, $y_G = 2x - 1$ **b)** $y_P = 2x^2 - 3x + 4$, $y_G = 6$

**B** **3.79** Löse folgende Gleichungen für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ ohne Technologieeinsatz.
**a)** $v^2 - 49 = 0$ **b)** $(x - 3)(x - 4) = 0$ **c)** $x^2 + 2x - 8 = 0$ **d)** $0{,}2x^2 - x = 0$
**e)** $2x^2 - 3x - 9 = 0$ **f)** $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$ **g)** $m^2 + 16 = 0$ **h)** $x^2 - 6x - 7 = 0$
**i)** $-5x^2 - 30x = 0$ **j)** $3x^2 - 15x + 18 = 0$ **k)** $\left(x + \frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ **l)** $(x - s^2)(x + s) = 0$
**m)** $(x - 5)(x + 5) = 0$ **n)** $4x^2 - 12x + 9 = 0$ **o)** $h^2 - \frac{121}{400} = 0$ **p)** $0{,}5x^2 + 5{,}5x = 0$

Aufgaben 3.80 – 3.82:
Argumentiere, was für die fehlenden Koeffizienten gelten muss, damit die gegebene Bedingung erfüllt ist. Berechne jeweils den Wert der Koeffizienten.

**BD** **3.80** $x^2 + px + 9 = 0$ Die Gleichung soll keine reelle Lösung haben.

**BD** **3.81** $x^2 - 6x - q = 0$ Die Gleichung soll nur 1 reelle Lösung haben.

**BD** **3.82** $3x^2 - 2x + c = 0$ Die Gleichung soll 2 reelle Lösungen haben.

**BC** **3.83** Ermittle ohne Lösungsformel die (ganzzahligen) Lösungen, indem du in Linearfaktoren zerlegst.
Dokumentiere deine Rechenschritte.
**a)** $x^2 + x - 12 = 0$ **b)** $3x^2 - 18x + 24 = 0$

Lösung:

| | |
|---|---|
| **a)** $x^2 + x - 12 = 0$ | Der Linksterm muss so in ein Produkt $(x - x_1) \cdot (x - x_2)$ |
| $(x + 4) \cdot (x - 3) = 0$ | zerlegt werden, dass gilt: $x_1 \cdot x_2 = -12$ und $x_1 + x_2 = -1$ |
| $x_1 = -4$, $x_2 = 3$ | Möglich: $-1 \cdot 12$ oder $1 \cdot (-12)$ oder $-3 \cdot 4$ oder $3 \cdot (-4)$ |
| | Die Summe $x_1 + x_2$ muss $(-1)$ ergeben: $-4 + 3 = -1$ |
| **b)** $3x^2 - 18x + 24 = 0$ | Zuerst wird 3 herausgehoben, anschließend sucht man |
| $3 \cdot (x^2 - 6x + 8) = 0$ | Zahlen für die gilt: $x_1 \cdot x_2 = 8$ und $x_1 + x_2 = 6$ |
| $3 \cdot (x - 2) \cdot (x - 4) = 0$ | Möglich: $8 = 1 \cdot 8 = -1 \cdot (-8) = 2 \cdot 4 = -2 \cdot (-4)$ |
| $x_1 = 2$, $x_2 = 4$ | Für die Summe erhält man: $2 + 4 = 6$ |

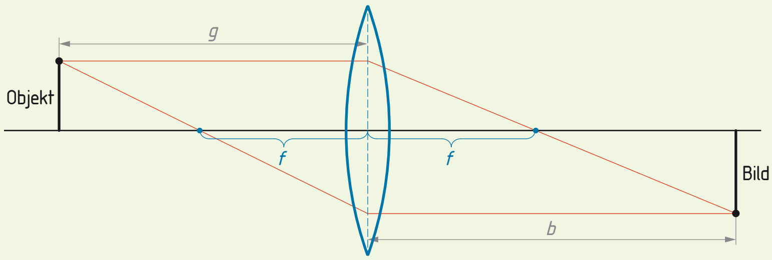
**3.84** Ermittle die Lösungen ohne Lösungsformel. **BC**
Dokumentiere deine Rechenschritte.
**a)** $x^2 + 8x + 15 = 0$ **b)** $x^2 - 15x + 36 = 0$ **c)** $x^2 + 6x - 27 = 0$ **d)** $5x^2 - 5x - 10 = 0$
**e)** $x^2 - 10x + 24 = 0$ **f)** $x^2 + 12x - 45 = 0$ **g)** $3x^2 + 9x - 12 = 0$ **h)** $2x^2 + 14x + 24 = 0$

**3.85** Von einer quadratischen Gleichung kennt man die Lösungen. **BD**
Erkläre, wie man mithilfe der Lösungen die Gleichung angeben kann und gib sie an.
**a)** $L = \{3; 5\}$ **b)** $L = \{-1; 7\}$ **c)** $L = \{-2; -3\}$ **d)** $L = \left\{\frac{1}{2}; -4\right\}$

**3.86** Bestimme den fehlenden Koeffizienten und die zweite Lösung der Gleichung. **B**
**a)** $x^2 - 3x + q = 0 \quad x_1 = 6$ **b)** $x^2 + px + 52 = 0 \quad x_1 = -13$ **c)** $x^2 + 7x + q = 0 \quad x_1 = 8$

**3.87** Forme den Term auf der linken Seite der Gleichung in das Quadrat eines Binoms um. **B**
Löse anschließend die Gleichung.
**a)** $x^2 + 4x + 4 = 0$ **b)** $x^2 + 26x + 169 = 0$ **c)** $x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{100} = 0$ **d)** $x^2 - 1{,}2x + 0{,}36 = 0$

**3.88 Formel umformen** **AB**
Eine Sammellinse mit der Brennweite $f$ cm entwirft von einem Objekt, das $g$ cm von der Linse entfernt ist, ein Bild auf einen $b$ cm entfernten Schirm (siehe Skizze). $g$ ist um 8,4 cm kleiner als $b$.




Es besteht folgender Zusammenhang der drei Größen

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

**a)** Berechne die Gleichung, die $g$ als Funktion von $f$ beschreibt. $g(f) =$ __________
**b)** Berechne $g(> f)$ bei einer Brennweite von 14 cm.
**c)** Interpretiere, wie sich $g$ verändert, wenn $b$ gleich $2f$ ist.

Lösung:

**a)** $\frac{1}{f} = \frac{1}{g + 8{,}4} + \frac{1}{g}$ Bruch auf gemeinsamen Nenner bringen

$\frac{1}{f} = \frac{g + g + 8{,}4}{(g + 8{,}4) \cdot g}$ mit dem Nenner multiplizieren

$g^2 + 8{,}4g = 2gf + 8{,}4f$ quadratische Gleichung

$g^2 + g \cdot (8{,}4 - 2f) - 8{,}4f = 0$ Normalform

$g_{1,2} = f - 4{,}2 \pm \sqrt{(f - 4{,}2)^2 + 8{,}4f}$ Kleine Lösungsformel verwenden

**b)** Einsetzen der Werte $\Rightarrow$ $g \approx 24{,}42$ cm; 2. Lösung negativ, nicht sinnvoll
**c)** In diesem Falle muss $g$ ebenfalls $2f$ sein.

**BD** **3.89** Die Beziehung zwischen der Schwingungsdauer und der Länge eines Fadenpendels kann durch die folgende Formel beschrieben werden:

$g \cdot T^2 = 4\pi^2 \cdot L$ $\qquad$ $L$ ... Länge des Fadens; $T$ ... Schwingungsdauer
$g$ ... Erdbeschleunigung

**a)** Forme nach der Variablen $T$ um. $T =$ ____________________

**b)** Argumentiere, wie sich die Schwingungsdauer verändert, wenn die Fadenlänge verdreifacht wird.

**BD** **3.90** Zwei Körper mit den Massen $m_1$ und $m_2$ ziehen einander mit der Kraft $F$ an.
Es gilt das Newton'sche Gravitationsgesetz: $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
$r$ ... Abstand der Massenmittelpunkte; $G$ ... Gravitationskonstante

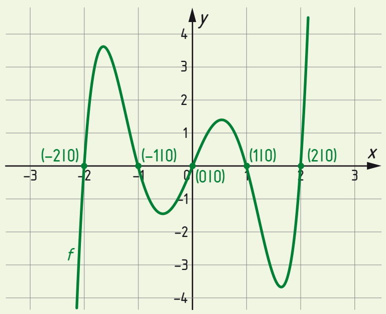
**a)** Forme nach der Variablen $r$ um. $r =$ ____________________

**b)** Wenn der Abstand zwischen den beiden Körpern halbiert wird, wird dadurch die gravitative Anziehung ebenfalls halbiert. Argumentiere.

**BCD** **3.91** Löse die folgende Gleichung 5. Grads $x^5 - 5x^3 = -4x$ in $\mathbb{R}$ durch grafische Verfahren mit Ablesen der Nullstellen bzw. mit Ablesen der Schnittpunkte.
Überprüfe die Lösungen mit dem Gleichungslöser deines Rechengeräts.
Dokumentiere einen Lösungsweg ohne Technologieeinsatz.

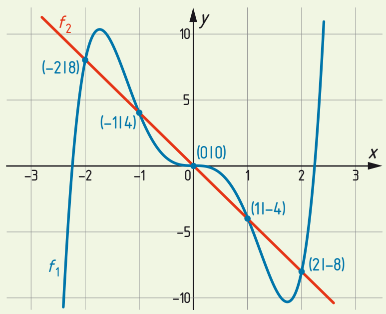
Lösung:
Grafische Vorgangsweise:

Nullstellen von $f(x) = x^5 - 5x^3 + 4x$




$x_1 = -2;\ x_2 = -1;\ x_3 = 0;\ x_4 = 1;\ x_5 = 2$

Schnittpunkte: $f_1(x) = x^5 - 5x^3$
$f_2(x) = -4x$




$x_1 = -2;\ x_2 = -1;\ x_3 = 0;\ x_4 = 1;\ x_5 = 2$

Gleichungslöser:


Ohne Technologieeinsatz:

$x^5 - 5x^3 + 4x = 0 \quad |\ x$ herausheben
$x\,(x^4 - 5x^2 + 4) = 0 \ \Rightarrow\ x_1 = 0$
$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ Lösungsformel für
$u = x^2 \ \Rightarrow\ u_1 = 1;\ u_2 = 4$
$x_2 = 1;\ x_3 = -1;\ x_4 = 2;\ x_5 = -2$

**BCD** **3.92** Wie Aufgabe 3.91 mit nur einer günstigen grafischen Darstellung.
**a)** $2x^3 + 2x^2 = 8x + 8$ $\qquad$ **b)** $0{,}5x^3 - 2x^2 - 0{,}5x + 2 = 0$

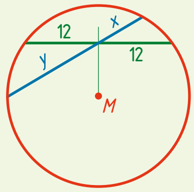
**ABC** **3.93** Die Lösungen einer Gleichung 5. Grads sind: $x_1 = -3;\ x_2 = -2;\ x_3 = 0;\ x_4 = 2;\ x_5 = 3$
Erstelle die Gleichung mithilfe des Satzes von Vieta.
Zeige diese Lösungen anhand von Nullstellen der Funktion bzw. von Schnittpunkten zweier Funktionsgraphen.

## Aufgaben aus der Geometrie

**3.94** Eine Kreissehne mit 24 cm Länge wird durch eine weitere Kreissehne mit einer Länge von 30 cm halbiert. AB

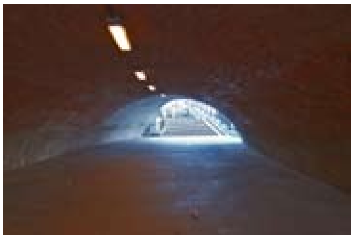
**a)** Erstelle eine beschriftete Skizze zu diesem Sachverhalt.
**b)** Berechne die Längen der Teilabschnitte der 2. Kreissehne.

Lösung:

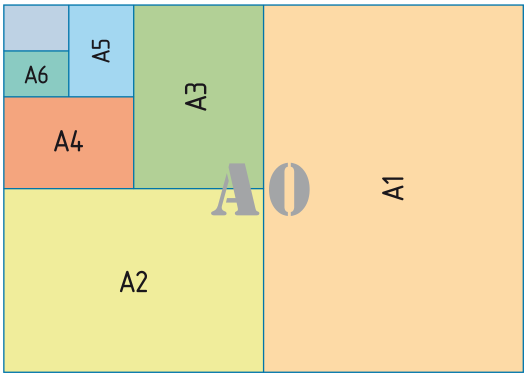



$x + y = 30 \Rightarrow y = 30 - x$
$12 : x = y : 12 \Rightarrow x \cdot (30 - x) = 144$
Lösung mithilfe von Technologieeinsatz: 2 Lösungen
Interpretation der Lösung laut der Skizze: $x = 6$ cm; $y = 24$ cm
Anmerkung: Es gibt eine 2. Sehne, die die Bedingung erfüllt – gespiegelt an der $y$-Achse.

**3.95** Eine Tunneleinfahrt hat die Form einer Parabel, die 5 m hoch und unten 3,2 m breit ist. ABD
Fahrzeug A ist 2 m breit und 3,1 m hoch,
Fahrzeug B ist 2,4 m breit und 2 m hoch.
Zeige durch eine Rechnung, dass nur eines der beiden Fahrzeuge durch die Einfahrt kommt.
Berechne, um wie viel das andere Fahrzeug zu hoch ist.



**3.96** Die Abmessungen eines Blatts im DIN-A0-Format ergeben sich aus folgenden Bedingungen: ABD
Der Flächeninhalt des Blatts A0 beträgt 1 $m^2$.
Beim Falten in der Mitte der längeren Seite entsteht das Rechteck A1, welches dem ursprünglichen Rechteck ähnlich ist.
Berechne die Seitenlängen von A0.
Recherchiere im Internet, welche Normwerte vorgegeben sind, und vergleiche sie mit deiner Berechnung.




**Berechnung der Nullstellen bzw. der Schnittpunkte von Funktionsgraphen**
Zahlreiche Anwendungsaufgaben können durch das Berechnen der Nullstellen oder von Schnittpunkten mithilfe von Funktionen berechnet werden. Man benötigt hierbei die Kenntnis über das Lösen von quadratischen Gleichungen im Zusammenhang mit Funktionen.

**3.97** Ein Fußballspieler schießt den Ball auf einer Bahn, die man näherungsweise durch die Funktion $h(x) = -0{,}05x^2 + x$ beschreiben kann. AB
$x$ ... horizontale Entfernng vom Abschusspunkt in Meter (m)
$h(x)$ ... Höhe des Balls bei der Entfernung $x$ in Meter (m)
Berechne, in welcher Entfernung der Ball auf dem Boden auftrifft.

Lösung: Nullstelle berechnen
$-0{,}05x^2 + x = 0 \quad | \; x$ herausheben
$x \cdot (-0{,}05x + 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0;\ x_2 = 20$ m

ABC **3.98** Eine Firma erzeugt Volleybälle. Die Kostenfunktion $K$ pro Monat ist durch $K(x) = 25\,000 + 5x$ gegeben. Die monatliche Kapazität beträgt 12 000 Bälle. Der Preis $p$ ist von der Anzahl $x$ der nachgefragten Bälle abhängig. Es besteht folgender Zusammenhang: $p(x) = 20 - 0{,}001x$.
$x$ ... Anzahl der Bälle, $p(x)$ ... Preis pro Ball in Euro €

**a)** Erstelle die Erlösfunktion $E$. ($E(x) = p(x) \cdot x$)
Berechne die Nullstellen der Erlösfunktion und interpretiere deren Aussage.
**b)** Erstelle die Gewinnfunktion $G$. ($G(x) = E(x) - K(x)$)
Berechne die Nullstellen der Gewinnfunktion und interpretiere deren Aussage.
Berechne den maximalen Gewinn mithilfe des Parabelscheitels.

ABD **3.99** Eine Catering-Firma will 40 Kraftfahrzeuge anschaffen. Aus Erfahrung weiß man, dass nicht immer alle Wagen gebraucht werden. Die wöchentlichen Ausfallskosten können durch die Gleichung $K(x) = ax^2 + bx + c$ beschrieben werden.
$x$ ... Anzahl der nicht benützten Wagen,
$K(x)$ ... Ausfallskosten in Euro (€) bei Ausfall von $x$ Wagen

Ist die Hälfte der Wagen in Betrieb, so betragen die Ausfallskosten 1.100 €. Sind drei Viertel der Wagen nicht im Einsatz, so betragen die Ausfallskosten 1.800 €.
**a)** Erstelle die Kostenfunktion $K$.
Berechne die Ausfallskosten, wenn 27 Wagen in Betrieb sind.
Ermittle, wie viele Wagen bei Ausfallskosten von 1.300 € in Betrieb sind.
**b)** Erkläre allgemein, wie man die maximalen Ausfallskosten berechnen kann.

AB **3.100** Eine Reisegruppe möchte vor Weihnachten eine Exkursion nach Christkindl (Bezirk Steyr, OÖ) machen.
Der Pauschalpreis für den Bus beträgt 180 €.
Da sich noch 6 weitere Personen anmelden, verringert sich der Preis für jede Person um 1 €.
Ermittle, wie viele Personen an der Exkursion teilnehmen.

AB **3.101** Ein Betrieb stellt Holztische her. Die gesamten anfallenden Kosten $K$ werden beschrieben durch $K(x) = 1\,300 + 110x$.
Den Erlös $E$ beschreibt man durch die Funktion $E(x) = -5x^2 + 500x$.

**a)** Berechne die Nullstellen der Erlösfunktion und interpretiere deren Aussage.
**b)** Erstelle die Gewinnfunktion $G$.
(Gewinn = Erlös – Kosten)
Berechne die Nullstellen der Gewinnfunktion und interpretiere deren Aussage.
Berechne den maximalen Gewinn mithilfe des Parabelscheitels.

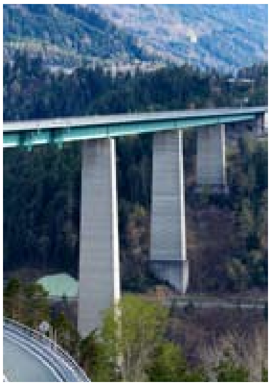
**3.102** Julia läuft täglich eine Strecke von 15 km.
Fährt sie die gleiche Strecke mit Inline-Skates, gewinnt sie 40 Minuten, da sie mit Inline-Skates im Durchschnitt um 6 km/h schneller unterwegs ist als beim Laufen.
Berechne die mittleren Geschwindigkeiten, mit denen Julia jeweils beim Laufen und mit den Skates unterwegs ist.
Ermittle, wie lang sie jeweils für die tägliche Strecke braucht.

AB

**3.103** Ein Ball wird mit der Abwurfgeschwindigkeit von 20 m/s senkrecht nach oben geworfen.
Die Höhe zum Zeitpunkt $t$ ist durch
$h(t) = v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$ mit $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$ gegeben.
$t$ ... Zeit in Sekunden (s), $h(t)$ ... Höhe in Meter (m) nach $t$ s
**a)** Berechne, wie hoch der Ball nach 1 Sekunde gestiegen ist.
**b)** Berechne, wann der Ball wieder die ursprüngliche Abwurfhöhe erreicht.

AB

**3.104** Von der Europabrücke (Tirol) aus werden zwei Steine gleichzeitig senkrecht nach unten abgeworfen.
Der erste Stein wird in der Mitte der Brücke aus einer Höhe über dem Boden von 192 m hinunter geworfen und hat eine Anfangsgeschwindigkeit von 15 m/s.
Der zweite Stein wird weiter rechts von der Mitte aus einer Höhe von 150 m über dem Boden fallen gelassen.
**a)** Argumentiere, welche der gegebenen Gleichungen zu welcher Bewegung passt.
A) $h(t) = h_0 - v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$ B) $h(t) = h_0 - \frac{g}{2} \cdot t^2$
Erdbeschleunigung $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$
**b)** Berechne, wie lange der 2. Stein unterwegs ist.
**c)** Berechne, wie weit sich beide Steine nach 3 Sekunden über dem Boden befinden.
**d)** Berechne, nach welcher Zeit die Steine jeweils eine Höhe von 100 m über dem Boden erreichen,
**e)** Argumentiere, welcher Stein zuerst am Boden aufprallen wird.



BCD

**3.105** Zwei Pumpen füllen ein Schlauchboot in 6 Minuten mit Luft auf. Wenn jede Pumpe einzeln eingesetzt wird, benötigt Pumpe A um 2 Minuten länger als Pumpe B.
**a)** Erkläre, für welche Größe die Variable $x$ in der gegebenen Gleichung steht, wenn die Variable $S$ für die Luftmenge, die in das Schlauchboot passt, steht.
$\frac{S}{x} \cdot 6 + \frac{S}{x+2} \cdot 6 = S$
**b)** Berechne, in welcher Zeit jede Pumpe das Schlauchboot alleine aufpumpt.

ABC

## Wissens-Check

Bearbeite die Testaufgaben. **Begründe** jeweils deine Auswahl bzw. Zuordnung.

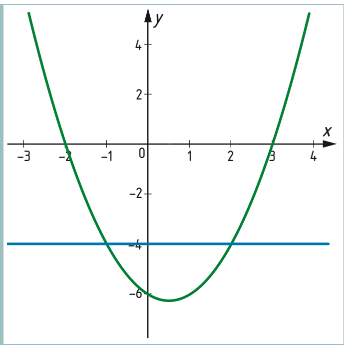
| | | gelöst |
|---|---|---|
| **1** | Kreuze die einzige richtige Antwort zur Gleichung $x^2 + 4x + 4 = 0$ an.<br>**A** ☐ Die Gleichung hat für die Grundmenge $G = \mathbb{N}$ 1 Lösung.<br>**B** ☐ Die Gleichung hat für die Grundmenge $G = \mathbb{N}$ 2 Lösungen.<br>**C** ☐ Die Gleichung hat für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ keine Lösung.<br>**D** ☐ Die Gleichung hat für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ 1 Lösung.<br>**E** ☐ Die Gleichung hat für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ 2 Lösungen. | |
| **2** | Kreuze die einzige richtige Antwort für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ an.<br>**A** ☐ Eine quadratische Gleichung hat 2 reelle Lösungen.<br>**B** ☐ Eine quadratische Gleichung hat mindestens 1 Lösung.<br>**C** ☐ Die quadratische Gleichung hat höchstens 1 reelle Lösung, wenn die Diskriminante negativ ist.<br>**D** ☐ Die quadratische Gleichung hat keine Lösung, wenn die Diskriminante gleich null ist.<br>**E** ☐ Die quadratische Gleichung hat genau eine Lösung, wenn die Diskriminante gleich null ist. | |
| **3** | Kreuze an, welche Gleichung mit Linearfaktoren die Gleichung $x^2 + x - 6 = 0$ darstellt.<br>**A** ☐ $(x - 2) \cdot (x - 3) = 0$<br>**B** ☐ $(x + 2) \cdot (x + 3) = 0$<br>**C** ☐ $(x + 2) \cdot (x - 3) = 0$<br>**D** ☐ $(x - 2) \cdot (x + 3) = 0$<br>**E** ☐ $(x - 1) \cdot (x + 6) = 0$ | |
| **4** | Ein Trapez hat den Flächeninhalt von 45 cm$^2$.<br>Die kürzere Parallelseite ist um 2 cm kürzer als die längere Seite und um 3 cm länger als die Höhe.<br>3 Personen $P_1$, $P_2$, und $P_3$ setzen die Berechnung der Seiten bzw. der Höhe des Trapezes unterschiedlich an.<br>$P_1$: $(x + 1) \cdot (x - 3) = 45$ $P_2$: $(x - 1) \cdot (x + 3) = 45$ $P_3$: $(x - 1) \cdot (x - 5) = 45$<br>Kreuze die richtige Aussage an.<br>**A** ☐ $P_1$ hat Recht, wenn $x$ die Höhe des Trapezes bedeutet.<br>**B** ☐ $P_1$ hat Recht, wenn $x$ die längere Parallelseite bedeutet.<br>**C** ☐ $P_2$ hat Recht, wenn $x$ die Höhe des Trapezes bedeutet.<br>**D** ☐ $P_3$ hat Recht, wenn $x$ die kürzere Parallelseite bedeutet.<br>**E** ☐ $P_3$ hat Recht, wenn $x$ die längere Parallelseite bedeutet. | |

| | | gelöst |
|---|---|---|
| **5** | Kreuze die richtige Aussage an. | |

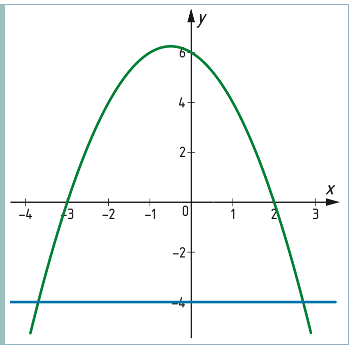
| | |
|---|---|
| **A** ☐ | Die Kantenlänge eines Würfels *a* wird dem Volumen *V* des Würfels mit einer quadratischen Gleichung zugeordnet. |
| **B** ☐ | Der Radius *r* eines Kreises wird dem Umfang *U* des Kreises mithilfe einer quadratischen Gleichung zugeordnet. |
| **C** ☐ | Der Radius *r* einer Kugel wird dem Inhalt der Oberfläche *A* der Kugel mithilfe einer quadratischen Gleichung zugeordnet. |
| **D** ☐ | Der Radius *r* eines Zylinders, dessen Höhe dem Radius entspricht, wird dem Volumen *V* des Zylinders mithilfe einer quadratischen Gleichung zugeordnet. |
| **E** ☐ | Die Höhe *h* eines Kegels wird dem Volumen eines Kegels *V* mithilfe einer quadratischen Gleichung zugeordnet. |

**6** Ordne den beiden grafischen Darstellungen 1 bzw. 2 jeweils die richtige quadratische Gleichung zur Berechnung der Schnittpunkte aus A bis D zu.

**1** ☐




**2** ☐




| | | | |
|---|---|---|---|
| **A** | $-x^2 + x - 6 = -4$ | **C** | $x^2 - x - 6 = -4$ |
| **B** | $-x^2 - x + 6 = -4$ | **D** | $x^2 + x + 6 = -4$ |

Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte.

**7** Beim Anwenden der Lösungsformel bei der Gleichung $-0{,}5x^2 - x - 5 = 0$ sind Fehler passiert.
Kreuze den einzigen fehlerfreien Formelansatz an.

| | |
|---|---|
| **A** ☐ | $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 - 10}$ |
| **B** ☐ | $x_{1,2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 - 20}$ |
| **C** ☐ | $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 - 40}$ |
| **D** ☐ | $x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 10}$ |
| **E** ☐ | $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 5}$ |

Lösung:
1) D 2) E 3) D 4) E 5) C 6) 1 → C; 2 → B; 1: (−1|−4), (2|−4); 2: (−3,7|−4), (2,7|−4) 7) A