

ANSCHAULICHE PARALLELRISS UND HAUPTRISS

Seit frühester Kindheit wirst du im täglichen Leben immer wieder mit Bildern konfrontiert, sei es in Form von Bauanleitungen oder Produktinformationen. Du solltest solche Bilder richtig lesen und – in gewissem Umfang – auch selbst anfertigen können.

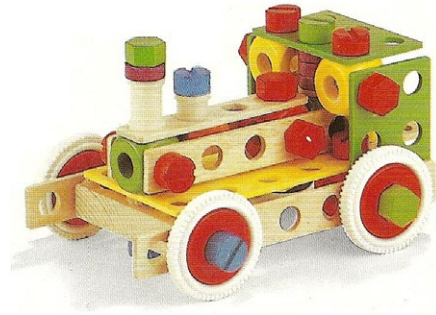


Fig. 1: »Dampflok«

Bauanleitung aus einem Modellbaukasten (für Kinder ab 3 Jahren).

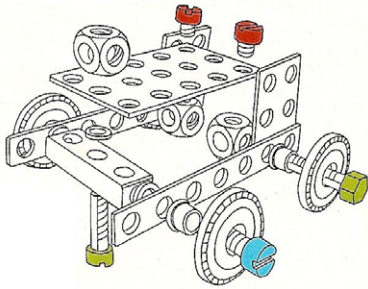


Fig. 2a

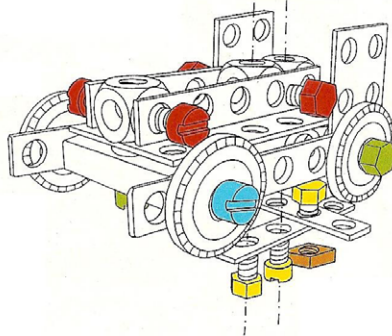


Fig. 2b

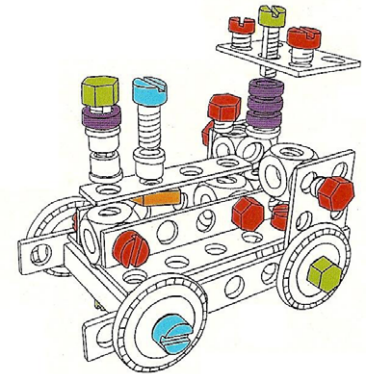


Fig. 2c

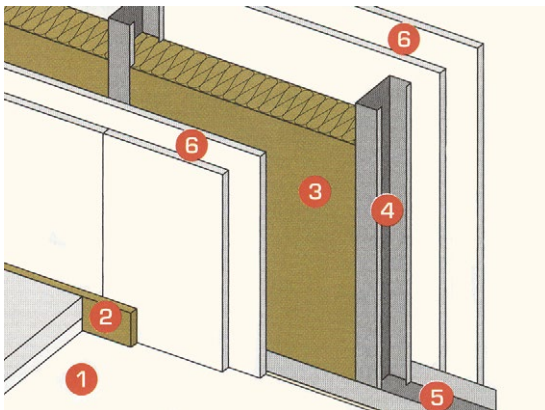


Fig. 3a

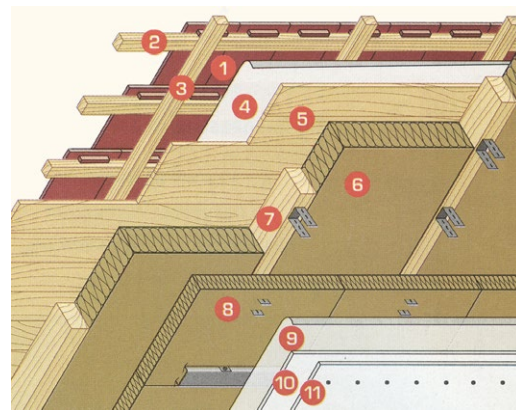


Fig. 3b

Aufbau einer nicht tragenden Trennwand im Inneren von Gebäuden bzw. Konstruktionsaufbau für Wärmedämmung und Ausbau des Dachgeschoßes.

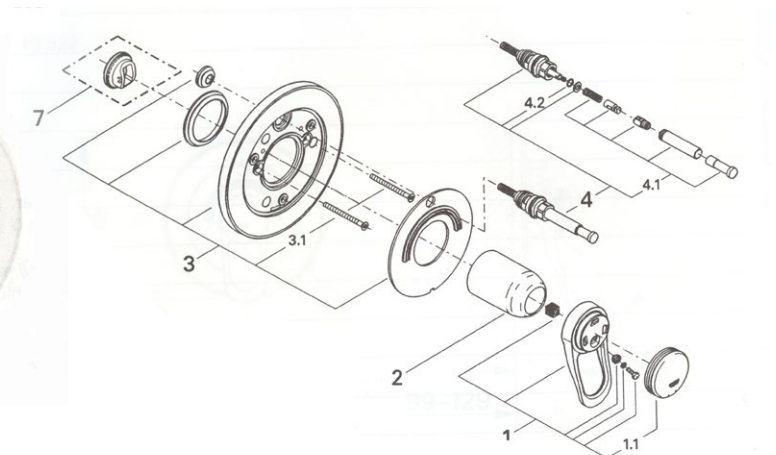
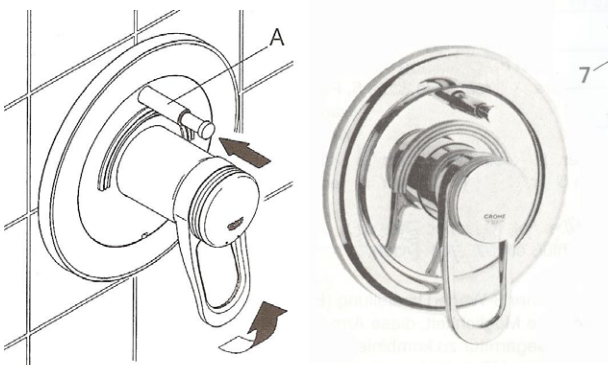


Fig. 4: Aufbau einer Duscharmatur für Installation bzw. für Wartung und Pflege.

Natürlich werden dafür häufig Fotos verwendet – z. B. solche wie in Figur 5a und Figur 5b. Ähnliche Bilder sind in Bauanleitungen für Selbstbaumöbel zu finden.

Für Präsentationen werden aber auch gerne Bilder mit CAD-Programmen erstellt (Fig. 6).

Zum Vorstellen geplanter, noch nicht vorhandener Objekte sind gebaute Modelle (und die daraus resultierenden Modellfotos), händisches Zeichnen und CAD möglich (Fig. 7, 8).

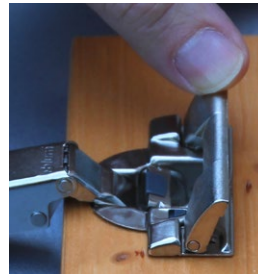


Fig. 5a



Fig. 5b

Detail einer Bauanleitung: Montage eines Scharniers

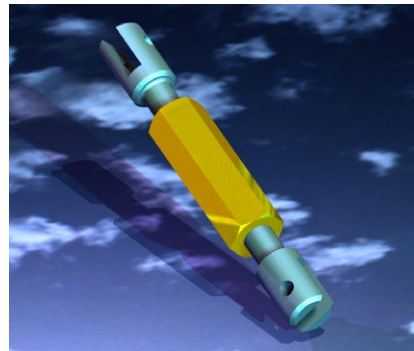


Fig. 6: CAD-Modellierung eines Spannschlusses



Fig. 7: Gestaltungsvorschlag: Donaukanal-Lände, Wien



Fig. 8: Projekt: Internationales Zentrum Donaustadt, Wien

Korrektes händisches Konstruieren und CAD-Programme haben als gemeinsame theoretische Grundlage den Gedanken der **Projektion**.

Wir denken uns ein derartiges Bild durch Projektion mit Geraden auf eine ebene Fläche (**Bildebene π**) entstanden. Die Stelle, an der die durch einen Objektpunkt P gehende Projektionsgerade auf die Bildebene π trifft, ist der Bildpunkt von P (Fig. 9a). Das Bild (der **Riss**) eines Objekts besteht aus allen Bildpunkten dieses Objekts. Aber erst durch Hervorheben markanter Linien (etwa Bilder von Kanten) und eine der Projektion entsprechende Sichtbarkeit entsteht ein anschaulicher Eindruck (Fig. 9b,c).

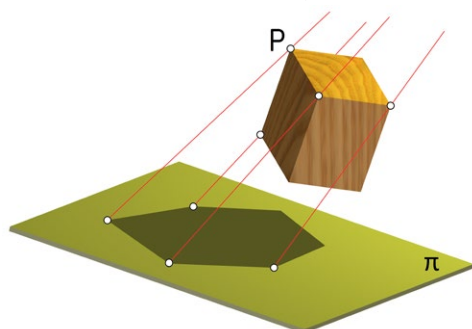


Fig. 9a

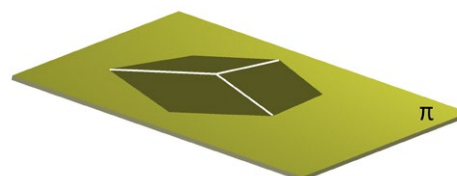


Fig. 9b: Bildebene im Raum

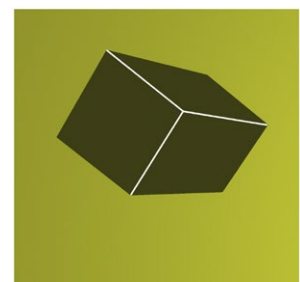


Fig. 9c: Zeichenblatt

1 Projektionsarten

Wir unterscheiden zwei Projektionsarten:

Parallelprojektion:

Alle projizierenden Geraden sind zu einem **Projektionspfeil** p parallel. Der Bildpunkt eines Raumpunkts P wird mit einem hochgestellten p gekennzeichnet: P^p .

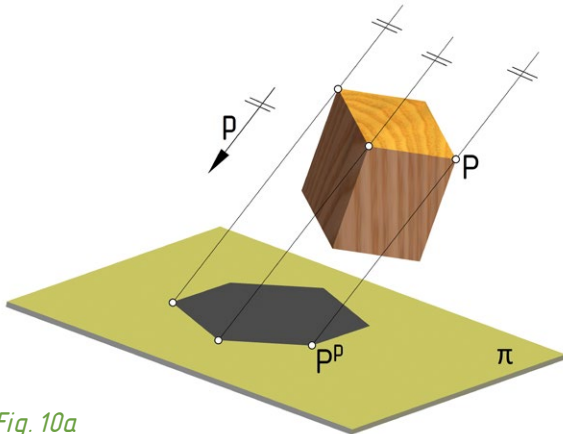


Fig. 10a

Beispiel für eine Parallelprojektion:

- Schatten bei Sonnenbeleuchtung (Wegen der großen Entfernung der Erde von der Sonne können Sonnenstrahlen als zueinander parallel angesehen werden.)

Zentralprojektion:

Alle projizierenden Geraden gehen von einem **Projektionszentrum** Z aus. Der Bildpunkt eines Raumpunkts P wird mit einem hochgestellten c gekennzeichnet: P^c .

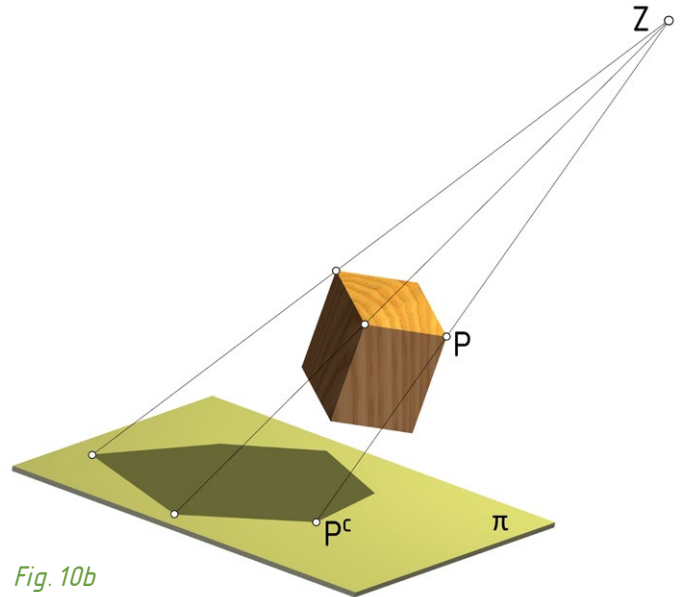


Fig. 10b

Beispiele für eine Zentralprojektion:

- Fotografie (Die von den Objektpunkten reflektierten Lichtstrahlen gehen durch eine kleine, punktförmig gedachte, Öffnung im Objektiv des Fotoapparats, der Film ist die Bildebene.)
- Einäugiges Sehen (wenn man davon absieht, dass das Bild auf der gekrümmten Netzhaut entsteht)

Es kann natürlich vorkommen, dass Geraden (Strecken, Körperkanten) genau auf Projektionsgeraden verlaufen. Für solche **projizierende Geraden (Strecken)** ergeben sich als Bilder Punkte (Fig. 11a,b).

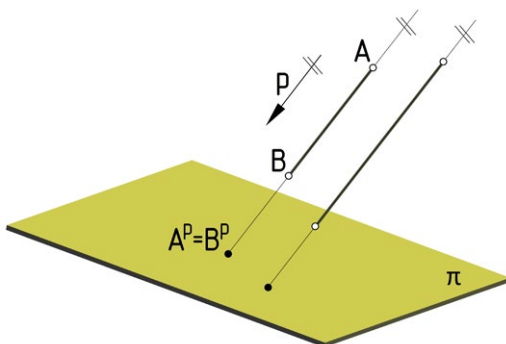


Fig. 11a

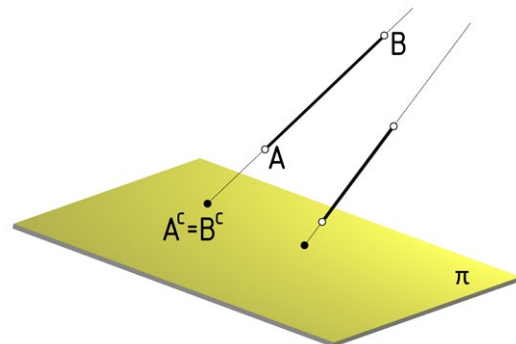


Fig. 11b

Für jede nicht projizierende Gerade (Strecke) ergibt sich als Bild wieder eine Gerade (Strecke). Anhand der Bilder von Geraden (Strecken, Kanten) ist es relativ leicht, festzustellen, ob ein vorliegendes Bild ein **Parallelriss** (Ergebnis einer Parallelprojektion) oder ein **Zentralriss** (Ergebnis einer Zentralprojektion) ist.

Den wesentlichen Unterschied zeigen die Bilder eines (vereinfachten) Gebäudes mit Satteldach und der in der Mitte abgebildeten Giebelwand.

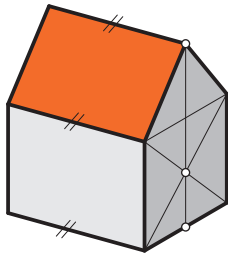


Fig. 13a

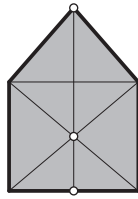


Fig. 12

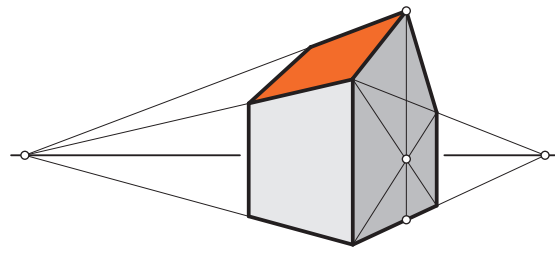


Fig. 13b

Parallelriss:

Parallele Gebäudekanten müssen immer auf parallele Bilder führen.

Zentralriss:

Hier gibt es Gebäudekanten, deren Bilder in einem Punkt zusammenlaufen.

Dabei ist es natürlich durch eine Fotografie unmöglich, den bei Sonnenlicht auftretenden Schatten als Parallelriss zu illustrieren. Das Foto (Fig. 14) zeigt einen solchen Schatten, der aber verzerrt wiedergegeben wird.

Lediglich Aufnahmen von Figuren, die parallel zur Filmebene liegen, oder Aufnahmen aus großer Entfernung – etwa in Fig. 15a,b – zeigen einigermaßen die Verhältnisse, wie sie bei einer Parallelprojektion vorliegen.



Fig. 14



Fig. 15a

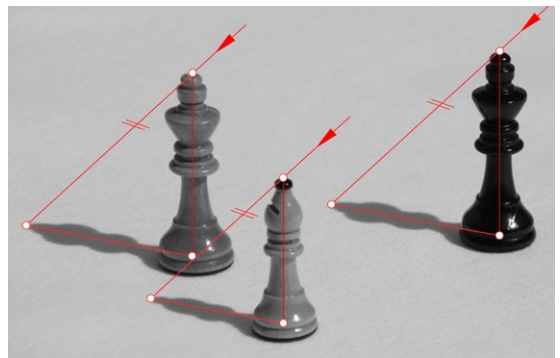
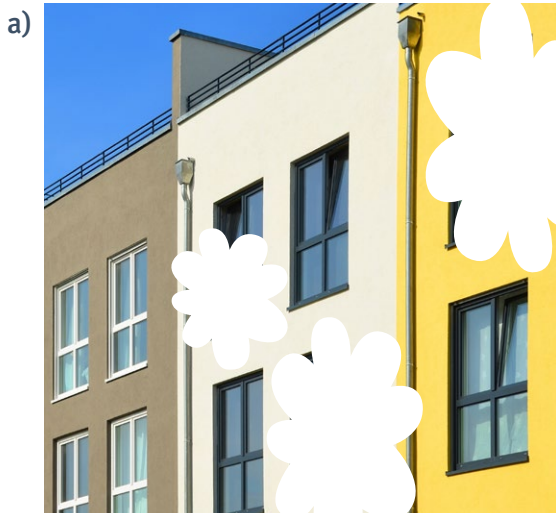


Fig. 15b

Übungsbeispiele:

1 Ergänze in dem gegebenen Bild die fehlenden Fenster und Türen.



ANSCHAULICHE PARALLELRISSSE UND HAUPTTRISSE

c)



d)



2

Handelt es sich bei dem gegebenen Bild um das Ergebnis einer Parallelprojektion (Parallelriss) oder um das Ergebnis einer Zentralprojektion (Zentralriss)? Überprüfe und begründe deine Antwort!

a)



b)



c)



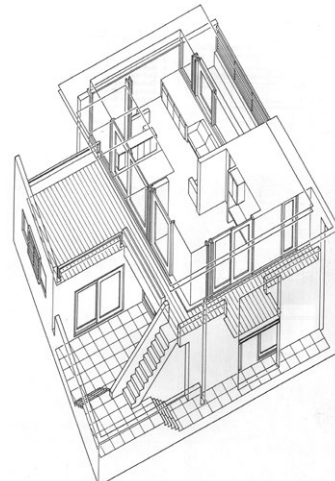
d)

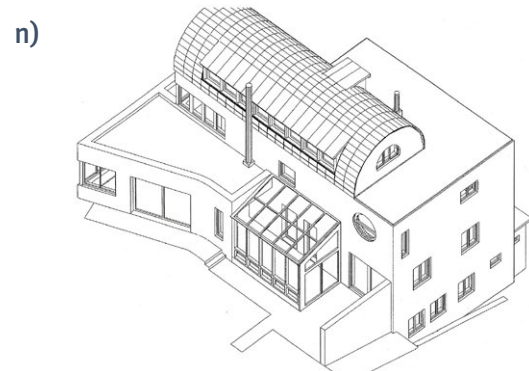
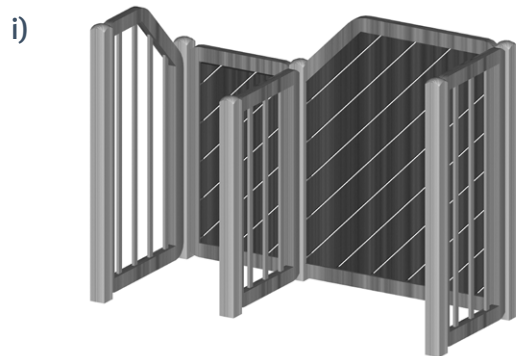
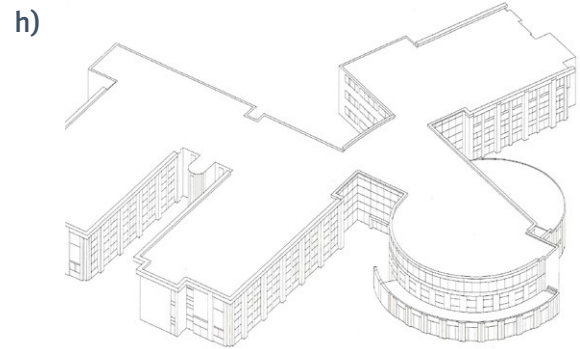


e)



f)





2 Koordinatensysteme

Objekte werden – speziell beim Arbeiten mit CAD-Systemen – durch Koordinaten festgelegt. Aus der Unterstufe sind dir sicher ebene Koordinatensysteme vertraut.

Koordinatensystem in der Ebene

Wir verwenden wie im Mathematikunterricht ein **kartesisches Koordinatensystem**¹ (mit zueinander normalen Koordinatenachsen x, y und gleichen Einheiten für beide Achsen). Jeder Punkt P legt zusammen mit dem Koordinatenursprung O ein Rechteck fest, dessen Seiten zu x - und y -Achse parallel sind. Seine Seitenlängen x_P, y_P sind die Koordinaten von P (Fig. 16).

Koordinaten, die von O aus gesehen gegen die Richtung des Pfeils einer Koordinatenachse auftreten, erhalten ein negatives Vorzeichen. Wir verwenden immer ein kartesisches **Rechtssystem** (bei dem der Pfeil der x -Achse durch eine mathematisch positive Drehung um 90° in den Pfeil der y -Achse übergeht).

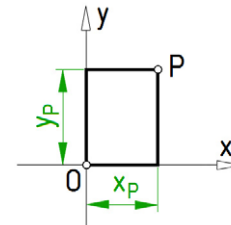


Fig. 16

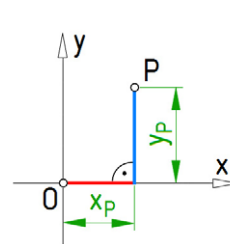


Fig. 17a

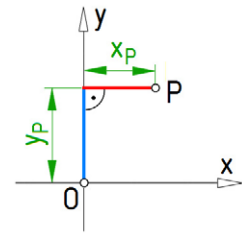


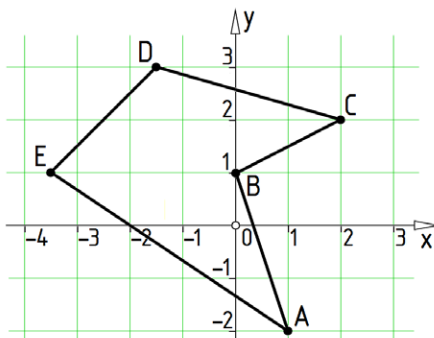
Fig. 17b

Sind umgekehrt die Koordinaten x_P, y_P eines Punkts P gegeben, dann kann man auf zwei verschiedenen **Koordinatenwegen** zum Punkt P gelangen (Fig. 17a,b).

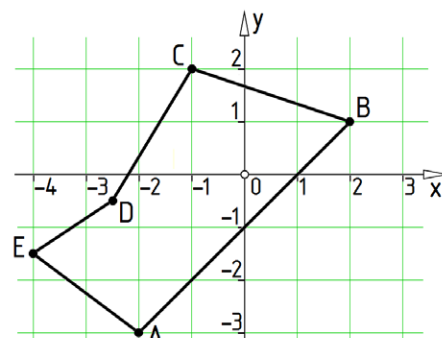
Übungsbeispiele:

3 Lies die Koordinaten der Ecken des Fünfecks ab und trage sie in der Liste ein.

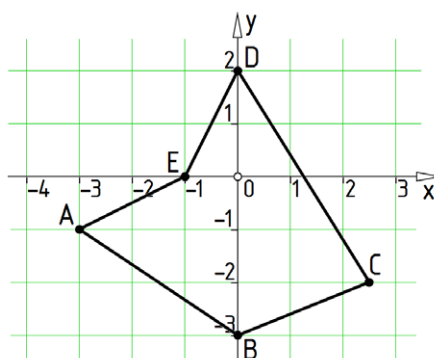
a) A (|) B (|) C (|)
D (|) E (|)



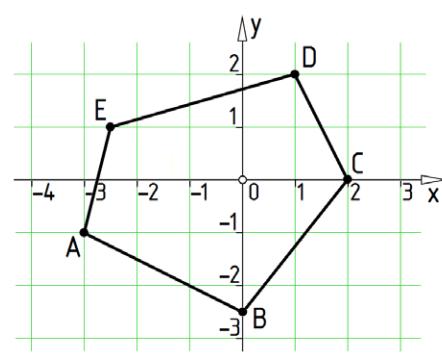
b) A (|) B (|) C (|)
D (|) E (|)



c) A (|) B (|) C (|)
D (|) E (|)



d) A (|) B (|) C (|)
D (|) E (|)



¹ Benannt nach René Descartes (1596 – 1650), Begründer der analytischen Geometrie

4 Zeichne das Parallelogramm ABCD und gib die Koordinaten des vierten Eckpunkts D an.

- a) ABCD[A(-3 | -1), B(1 | -3,5), C(3 | -1)] b) ABCD[A(-3 | 1), B(-1 | -1,5), C(3,5 | 0)]
 c) ABCD[A(1 | -1,5), B(-1 | 2), C(3 | 1)] d) ABCD[A(2 | 0), B(-2,5 | -2), C(-1 | 2)]

Koordinatensystem im Raum

Wir verwenden ein **räumliches kartesisches Koordinatensystem**, bei dem je zwei Koordinatenachsen zueinander normal sind – also bestimmt durch drei von einer Ecke ausgehende Kanten eines Quaders. Für alle drei Koordinatenrichtungen verwenden wir dieselbe Längeneinheit (cm).

Umgekehrt legt jeder Raumpunkt P zusammen mit dem Koordinatenursprung O einen Quader fest, dessen Kanten zu x-, y- bzw. z-Achse parallel sind. Seine Kantenlängen x_P , y_P , z_P sind die Koordinaten von P (Fig. 18). Koordinaten, die von O aus gesehen gegen die Richtung des Pfeils einer Koordinatenachse auftreten, erhalten ein negatives Vorzeichen. Wir verwenden immer ein kartesisches **Rechtssystem** (bei Ansicht gegen den Pfeil der z-Achse zeigt sich das Koordinatensystem Oxy als ebenes Rechtssystem).

Sind umgekehrt die Koordinaten x_P , y_P , z_P eines (allgemeinen) Raumpunkts P gegeben, dann kann man auf insgesamt sechs verschiedenen **Koordinatenwegen** zum Punkt P gelangen. Zwei davon siehst du rechts in Fig. 19a,b abgebildet.

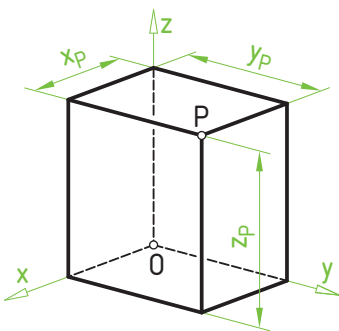


Fig. 18

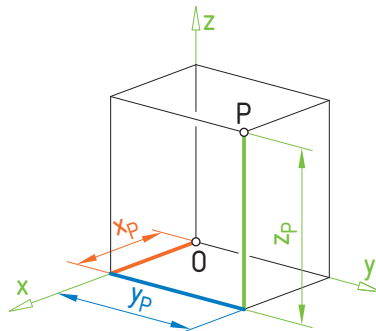


Fig. 19a

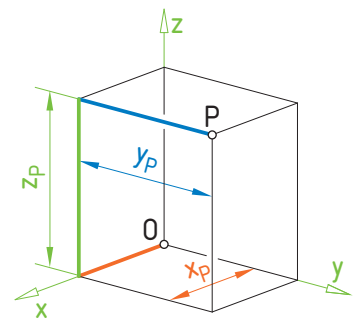


Fig. 19b

Zum Ermitteln der Koordinaten für die Ecken des durch Fig. 20a gegebenen Körpers (Maße in mm) beschriftet man zunächst (in beliebiger Reihenfolge) sämtliche Eckpunkte (Fig. 20b).

Für jeden Eckpunkt sucht man dann einen möglichst einfachen Koordinatenweg, z. B. für den Punkt K in der Reihenfolge: $z_K = 10 \text{ mm} = 1 \text{ [cm]}$, $y_K = 7 \text{ [cm]}$, $x_K = 4,5 \text{ [cm]}$ und erhält damit $K(4,5|7|1)$. Vergleiche mit Fig. 20c.

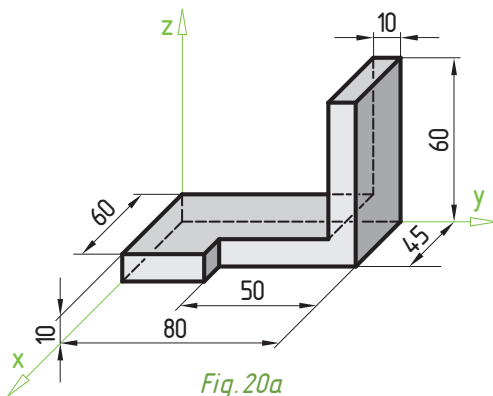


Fig. 20a

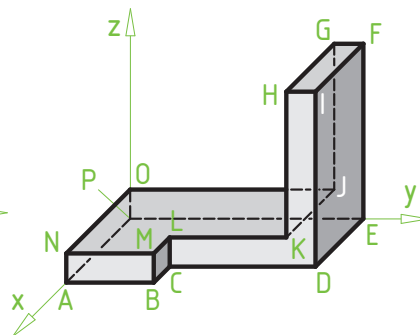


Fig. 20b

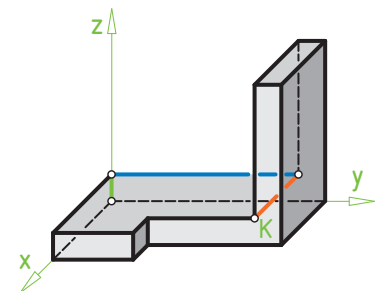


Fig. 20c

Überlege dir selbst die Koordinaten der übrigen Eckpunkte und vergleiche sie mit der Übersicht auf der nächsten Seite.

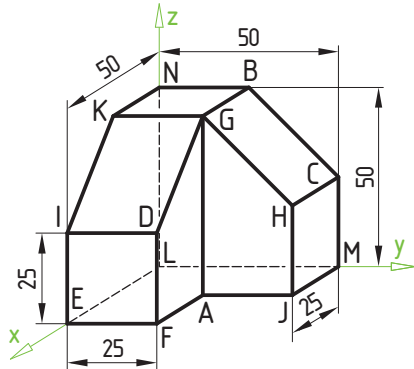
Lösung:

A(6 | 0 | 0), B(6 | 3 | 0), C(4,5 | 3 | 0), D(4,5 | 8 | 0),
E(0 | 8 | 0), F(0 | 8 | 6), G(0 | 7 | 6), H(4,5 | 7 | 6),
I(4,5 | 8 | 6), J(0 | 7 | 1), K(4,5 | 7 | 1), L(4,5 | 3 | 1),
M(6 | 3 | 1), N(6 | 0 | 1), O(0 | 0 | 1), P(0 | 0 | 0)

Übungsbeispiele:

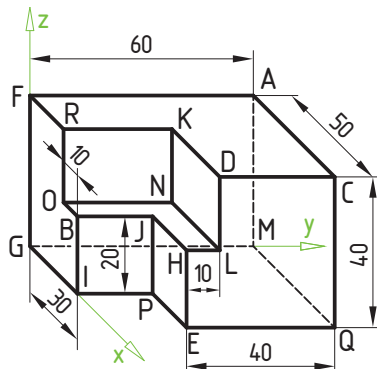
5 Lies die Koordinaten der (beschrifteten) Eckpunkte ab und trage sie in die gegebene Liste ein.

a)



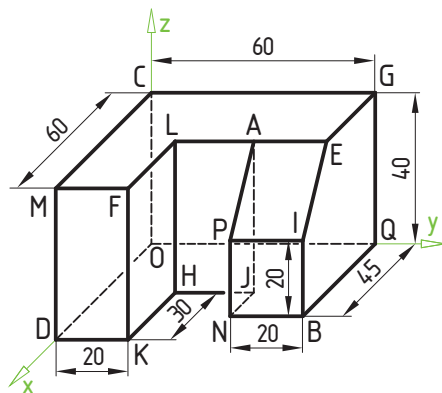
A (			)	B (			)
C (			)	D (			)
E (			)	F (			)
G (			)	H (			)
I (			)	J (			)
K (			)	L (			)
M (			)	N (			)

b)



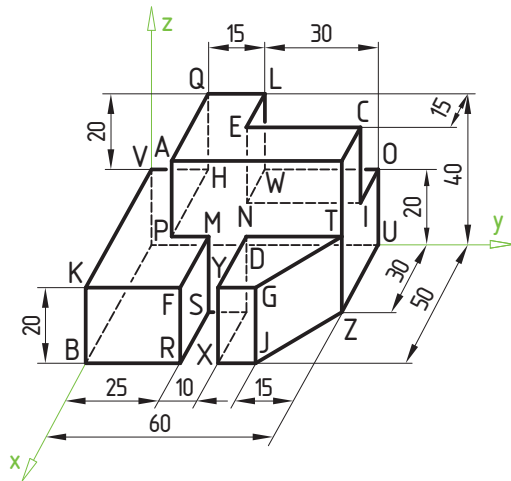
A (			)	B (			)
C (			)	D (			)
E (			)	F (			)
G (			)	H (			)
I (			)	J (			)
K (			)	L (			)
M (			)	N (			)
O (			)	P (			)
Q (			)	R (			)

c)



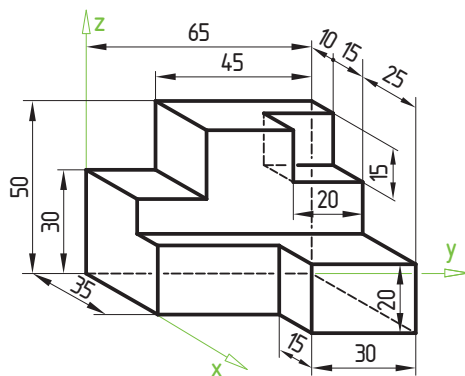
A (			)	B (			)
C (			)	D (			)
E (			)	F (			)
G (			)	H (			)
I (			)	J (			)
K (			)	L (			)
M (			)	N (			)
O (			)	P (			)
Q (			)				

6 Lies die Koordinaten der (beschrifteten) Eckpunkte ab und trage sie in die gegebene Liste ein.



A (			)	B (			)
C (			)	D (			)
E (			)	F (			)
G (			)	H (			)
I (			)	J (			)
K (			)	L (			)
M (			)	N (			)
O (			)	P (			)
Q (			)	R (			)
S (			)	T (			)
U (			)	V (			)
W (			)	X (			)
Y (			)				

7 Beschrifte die Eckpunkte des gegebenen Objekts, lies die Koordinaten der Eckpunkte ab und trage sie in die gegebene Liste ein.



A (			)	B (			)
C (			)	D (			)
E (			)	F (			)
G (			)	H (			)
I (			)	J (			)
K (			)	L (			)
M (			)	N (			)
O (			)	P (			)
Q (			)	R (			)
S (			)	T (			)
U (			)	V (			)
W (			)	X (			)
Y (			)	Z (			)

8 Beschrifte die Eckpunkte des gegebenen Objekts, lies die Koordinaten der Eckpunkte ab und trage sie in eine Liste ein.

