

# VERHÄLTNISRECHNEN

Der Tischler muss bei allen seinen Entwürfen und Arbeiten stets das richtige **Verhältnis** (Proportion) der einzelnen Maße und Werte zueinander beachten.

- ▶ **Goldener Schnitt**
- ▶ **Maßstäbe**
- ▶ **Steigung und Gefälle**
- ▶ **Mischungen**
- ▶ **Tabellen, Schaubilder, Diagramme**

## WIR UNTERSCHIEDEN

<b>Verhältnis</b>	Reiner Zahlenwert ohne Benennung	1 : 3
<b>Proportion</b>	Gleichheit zweier Verhältnisse	a : b = 2 : 3
<b>Fortlaufende Proportion</b>	Verhältnisse mit mehr als zwei Werten	a : b : c = 3 : 4 : 5

Weil man jedes Verhältnis (jede Proportion) als Bruch anschreiben kann, gelten auch die gleichen Rechenregeln wie beim Bruchrechnen.



## BEISPIEL

Die Seiten eines dreieckigen Werkstückes haben folgendes Seitenverhältnis:

$$a : b : c = 3 : 4 : 5$$

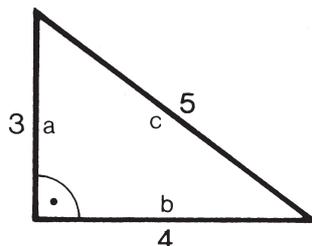
Die Seite a ist 60 cm lang. Wie lang sind die Seiten b und c?

### LÖSUNG

$$\begin{aligned} 3 \text{ Teile} &= 60 \text{ cm} \\ 1 \text{ Teil} &= x \end{aligned}$$

$$x = \frac{60 \text{ cm} \cdot 1 \text{ Teil}}{3 \text{ Teile}}$$

$$x = \frac{60}{3} = \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$$



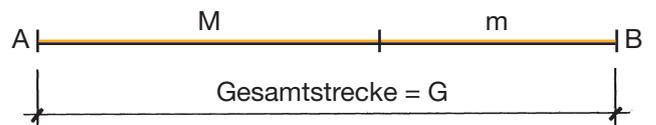
Seite	Teile	Rechnung	Ergebnis
a	3	3 · 20 cm	60 cm
b	4	4 · 20 cm	80 cm
c	5	5 · 20 cm	100 cm

## 1 GOLDENER SCHNITT

Schon seit dem Mittelalter ist bekannt, dass der Mensch nach den Maßverhältnissen des „**goldenen Schnittes**“ gebaut ist. Somit wurde der Mensch „das Maß aller Dinge“.

### TEILUNG EINER STRECKE

Der goldene Schnitt teilt eine Strecke  $\overline{AB}$  so auf, dass sich der kleinere Teil (m) zum größeren Teil (M) so verhält wie der größere Teil zur gesamten Strecke  $\overline{AB}$ .



### KURZZEICHEN

m = minor

M = Major

G = Gesamtstrecke

### FORMELN

$$m : M = M : (m + M)$$

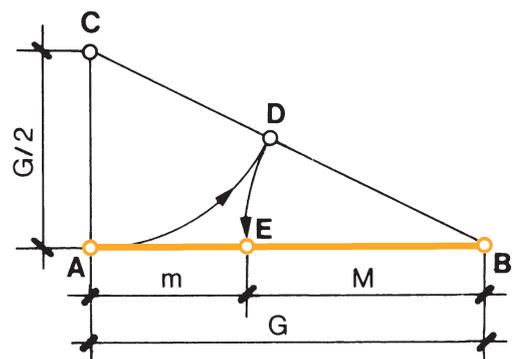
$$(m + M) = G$$

$$m : M = M : G$$

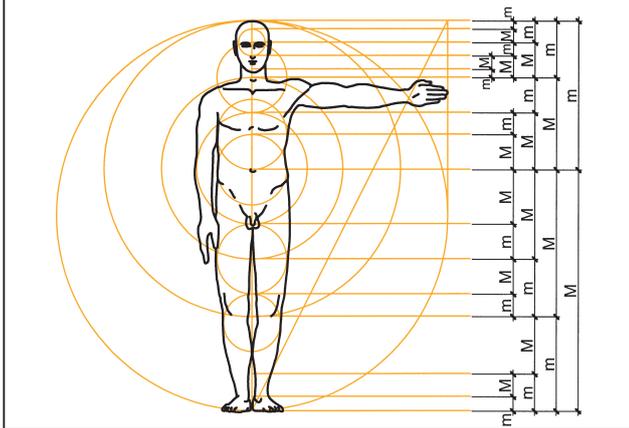
## GRUNDKONSTRUKTION DES GOLDENEN SCHNITTES

### Konstruktionsablauf

1. Strecke  $\overline{AB}$  zeichnen = G
2.  $G/2$  auf A senkrecht = C
3. Schräge Linie  $\overline{CB}$  ziehen
4.  $G/2$  um C = D
5. Strecke  $\overline{BD} = E$  auf G
6. Der Punkt E teilt die Strecke  $\overline{AB}$  im goldenen Schnitt.



Der menschliche Körper nach den Maßverhältnissen des **goldenen Schnittes**.



- Jede beliebige Zahl auf der Majorachse findet durch Projektion seine Verhältniszahl im goldenen Schnitt auf der Minorachse.
- Für die Berechnung des goldenen Schnittes wurde aus der „Harmonischen Reihe“ der **Näherungsfaktor = 0,618** entwickelt.



**Major = minor mal 1,618**

**minor = Major mal 0,618**

## HARMONISCHE REIHE

Aus dem Proportions-Verhältnis des **Goldenen Schnittes** lässt sich eine „Harmonische Zahlenreihe“ ableiten, in der jede Zahl die Summe der beiden vorhergehenden ist. („Fibonacci-Zahlen“ nach Filius Bonacci, italienischer Mathematiker um 1200 n. Chr.)

1 : 2 : 3 : 5 : 8 : 13 : 21 : 34 : 55 : 89 : 144 ...

### Prinzip

- Zwei benachbarte Zahlen werden addiert und bilden eine neue harmonische Zahl ( $13 + 21 = 34$ )
- Jede einzelne Zahlenproportion drückt ein Verhältnis im goldenen Schnitt aus.
- Mit zunehmender Zahlengröße wird das Verhältnis immer genauer.

Z. B.  $3 : 5 = 1 : 1,66\bar{6}$   
 $144 : 233 = 1 : 1,618055 ...$

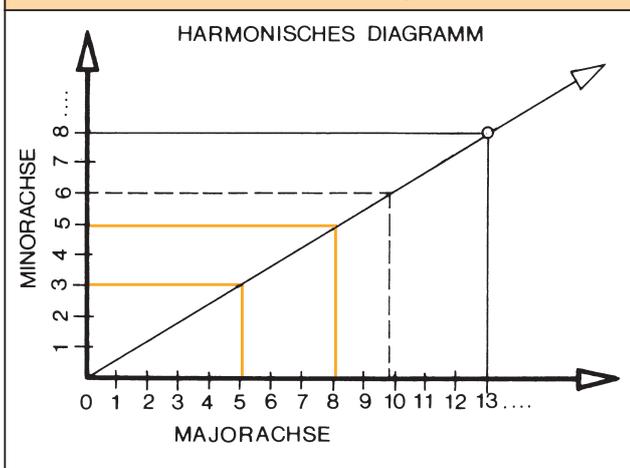
**BEISPIEL** (Gewählte Gesamtlänge = 130 mm)

Strecke	Kurzz.	Formel	Beispiel
Major	M	$M = 0,618 \cdot G$	$0,618 \cdot 130 \approx 80 \text{ mm}$
minor	m	$m = 0,618 \cdot M$	$0,618 \cdot 80 \approx 50 \text{ mm}$
Gesamtstrecke	G	$G = M + m$	$80 + 50 \approx 130 \text{ mm}$

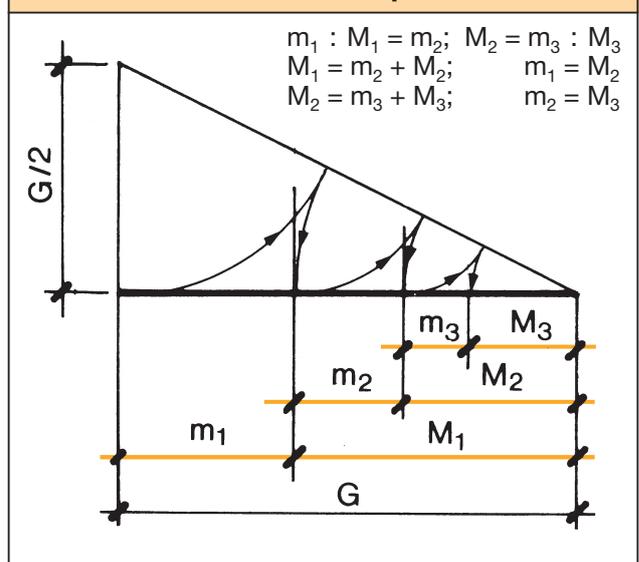
Für die Praxis ist die **Faustformel**  $3 : 5$  und somit der Näherungsfaktor  $0,6$  völlig ausreichend.



## Harmonisches Diagramm



## Fortlaufende Proportion



## BEISPIEL

Ein Fensterelement soll die Außenmaße des goldenen Schnittes beinhalten. Zu der gegebenen Breite wird die Höhe gesucht (siehe Skizze).

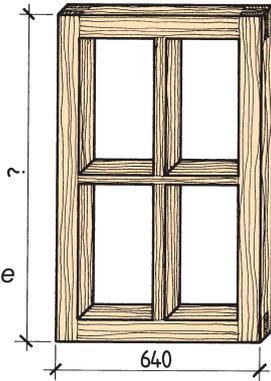
LÖSUNG

$$M = 1,618 \cdot m$$

$$M = 1,618 \cdot 640 \\ = 1035,52$$

$$M \approx \underline{1036 \text{ mm}}$$

Die gesuchte Fensterhöhe beträgt 1036 mm.



## BEISPIEL

Die Länge einer Möbeltür beträgt 960 mm. Gesucht ist die Breite nach dem Verhältnis im goldenen Schnitt!

LÖSUNG

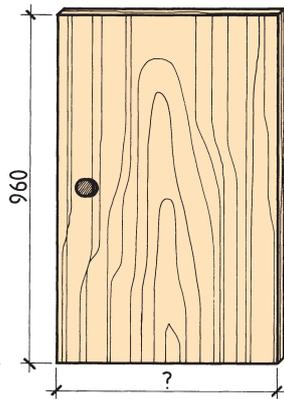
$$\text{Länge} = M = 960 \text{ mm} \\ \text{Breite} = m = ?$$

$$m = 0,618 \cdot M$$

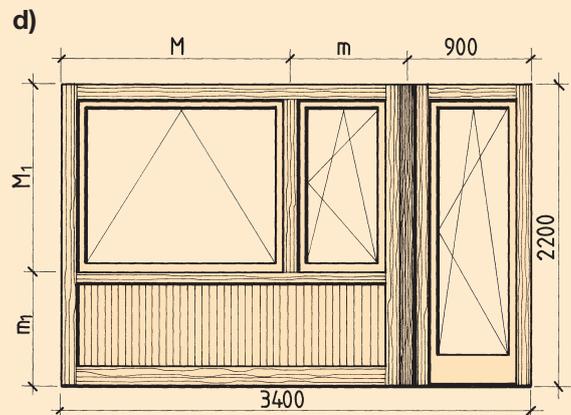
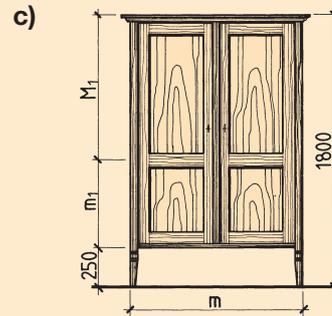
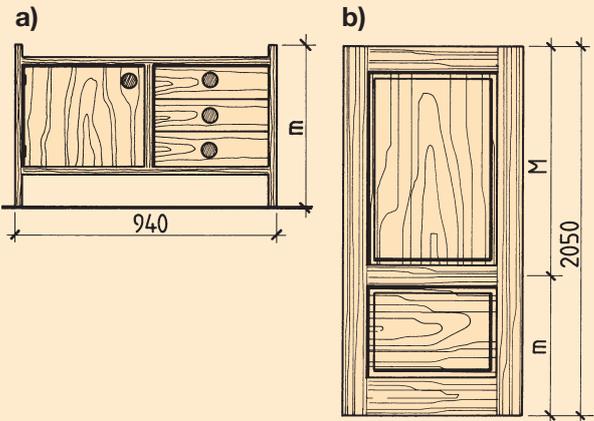
$$m = 0,618 \cdot 960 \\ = 593,28$$

$$m \approx \underline{593 \text{ mm}}$$

Die Breite der Möbeltür beträgt 593 mm.



2. Beim Entwurf nachfolgender Werkstücke wurde weitgehend der goldene Schnitt als Maßverhältnis berücksichtigt. Berechnen Sie die jeweils fehlenden Maße mit dem Näherungsfaktor!



## Aufgaben

A 19

1. Berechnen Sie die fehlenden Werte mittels Näherungsfaktor!

	a	b	c	d
G	2860			1520
M		1730		
m			580	