

2.1 Teilbarkeit von Zahlen

Die **Primfaktorzerlegung** ist die Zerlegung einer natürlichen Zahl in ein Produkt von Primzahlen.

Das **kleinste gemeinsame Vielfache** (kgV) mehrerer Zahlen ist die kleinste Zahl, in der alle diese Zahlen als Teiler enthalten sind. ZB $\text{kgV}(12, 18) = 36$, da 36 die kleinste Zahl ist, die sowohl durch 12 als auch durch 18 ohne Rest teilbar ist.

Der **größte gemeinsame Teiler** (ggT) mehrerer Zahlen ist die größte Zahl, die alle diese Zahlen ohne Rest teilt. ZB $\text{ggT}(12, 18) = 6$, da 6 die größte Zahl ist, die sowohl 12 als auch 18 ohne Rest teilt.

Z2.1 Bestimme den ggT und das kgV der Zahlen 16, 36 und 52.

Lösung:

16	2	36	2	52	2	$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
8	2	18	2	26	2	$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
4	2	9	3	13	13	$52 = 2 \cdot 2 \cdot 13$
2	2	3	3	1		
1		1				

$$\text{ggT}(16, 36, 52) = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\text{kgV}(16, 36, 52) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 = 1\,872$$

- Wir teilen jede Zahl so oft wie möglich durch die kleinste Primzahl 2, dann durch die nächstgrößere Primzahl 3 usw. Wir erhalten schließlich jede der Zahlen als Produkt von Primzahlen.

- Jene Primfaktoren, die in allen Zerlegungen vorkommen, werden miteinander multipliziert.

- Alle vorkommenden Primfaktoren werden miteinander multipliziert, mehrfach vorkommende Faktoren jeweils mit ihrer größten Anzahl.

Z2.2 Zerlege in Primfaktoren.

- a) 44 b) 68 c) 225 d) 788 e) 1 024

Z2.3 Ermittle den größten gemeinsamen Teiler der gegebenen Zahlen.

- a) 8, 20 b) 6, 15 c) 37, 43 d) 48, 60 e) 185, 225

Aufgaben Z2.4 – Z2.5: Ermittle jeweils das kleinste gemeinsame Vielfache der gegebenen Zahlen.

Z2.4 a) 6, 10 b) 13, 23 c) 12, 16 d) 40, 60 e) 36, 48

Z2.5 a) 8, 10, 12 b) 14, 16, 20 c) 44, 110, 121 d) 70, 100, 120 e) 144, 228, 300

Aufgaben Z2.6 – Z2.7: Ermittle jeweils den größten gemeinsamen Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache der gegebenen Zahlen.

Z2.6 a) 18, 28 b) 42, 112 c) 72, 99, 176 d) 4, 6, 9 e) 35, 45, 75

Z2.7 a) 4, 8, 10, 15 b) 28, 36, 42, 48 c) 96, 144, 240 d) 90, 840, 18 900 e) 205, 225, 265, 285

B

B

B

B

B

B

B

Bruchrechnen

2.2 Erweitern und Kürzen von Brüchen

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

Ein Bruch wird **erweitert**, indem der Zähler und der Nenner mit der gleichen Zahl ($\neq 0$) multipliziert werden. Der Wert des Bruchs ändert sich dabei nicht.

B Z2.8 Gib den Erweiterungsfaktor an und ermittle die fehlende Zahl.

$$\frac{8}{5} = \frac{?}{15}$$

Lösung:

$$\frac{8}{5} = \frac{?}{15} \Rightarrow \frac{8}{5} = \frac{8 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{24}{15}$$

- Im Nenner muss 5 mit 3 multipliziert werden, um 15 zu erhalten. Der Erweiterungsfaktor ist also 3. Der Zähler 8 wird ebenfalls mit 3 multipliziert und wir erhalten den Zähler 24.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

Ein Bruch wird **gekürzt**, indem der Zähler und der Nenner durch die gleiche Zahl ($\neq 0$) dividiert werden. Der Wert des Bruchs ändert sich dabei nicht. Kürzen ist nur möglich, wenn Zähler und Nenner einen gemeinsamen Teiler bzw. gemeinsame Faktoren enthalten.

B Z2.9 Kürze $\frac{45}{75}$ so weit wie möglich.

Lösung:

$$\frac{45}{75} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

- 45 und 75 können entweder gleich durch 15 gekürzt werden oder nacheinander durch 5 und durch 3 (in beliebiger Reihenfolge).

B Z2.10 Gib den Erweiterungsfaktor an und ermittle die fehlende Zahl.

a) $\frac{2}{3} = \frac{?}{15}$

d) $\frac{5}{8} = \frac{45}{?}$

g) $\frac{1}{12} = \frac{?}{48}$

j) $\frac{3}{25} = \frac{?}{200}$

m) $\frac{14}{3} = \frac{42}{?}$

b) $\frac{3}{7} = \frac{18}{?}$

e) $\frac{3}{4} = \frac{?}{24}$

h) $\frac{7}{11} = \frac{?}{121}$

k) $\frac{5}{24} = \frac{75}{?}$

n) $\frac{9}{7} = \frac{144}{?}$

c) $\frac{5}{9} = \frac{?}{189}$

f) $\frac{7}{4} = \frac{133}{?}$

i) $\frac{1}{17} = \frac{?}{289}$

l) $\frac{3}{13} = \frac{?}{650}$

o) $\frac{3}{3} = \frac{5940}{?}$

B Z2.11 Erweitere auf 1) Hundertstel, 2) Tausendstel.

a) 3

c) $\frac{7}{2}$

e) $\frac{3}{5}$

g) $\frac{13}{25}$

b) 11

d) $\frac{1}{4}$

f) $\frac{7}{20}$

h) $\frac{51}{50}$

B Z2.12 Erweitere auf den kleinsten gemeinsamen Nenner, dies ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Einzelnenner.

a) $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}$

c) $\frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{1}{12}$

e) $\frac{4}{3}, \frac{3}{14}, \frac{5}{21}$

g) $\frac{1}{5}, \frac{1}{15}, \frac{1}{25}$

i) $\frac{3}{25}, \frac{13}{125}, \frac{23}{225}$

b) $\frac{5}{2}, \frac{3}{4}, \frac{6}{5}$

d) $\frac{4}{5}, \frac{3}{10}, \frac{2}{15}$

f) $\frac{5}{12}, \frac{4}{15}, \frac{4}{18}$

h) $\frac{4}{11}, \frac{3}{44}, \frac{3}{220}$

j) $\frac{5}{21}, \frac{5}{63}, \frac{5}{84}$

Aufgaben Z2.13 – Z2.14: Kürze den gegebenen Bruch und gib die Zahl an, durch die du kürzt.

Z2.13 a) $\frac{4}{6}$ c) $\frac{28}{54}$ e) $\frac{90}{288}$ g) $\frac{192}{240}$ i) $\frac{256}{320}$
 b) $\frac{24}{36}$ d) $\frac{108}{180}$ f) $\frac{264}{88}$ h) $\frac{450}{300}$ j) $\frac{160}{400}$

B

Z2.14 a) $\frac{91}{65}$ b) $\frac{165}{209}$ c) $\frac{187}{204}$ d) $\frac{203}{301}$ e) $\frac{473}{319}$

B

Aufgaben Z2.15 – Z2.16: Kürze vor dem Ausmultiplizieren so weit wie möglich.

Z2.15 a) $\frac{12 \cdot 28 \cdot 10}{20 \cdot 14}$ c) $\frac{12 \cdot 28}{16 \cdot 18 \cdot 3}$ e) $\frac{8 \cdot 4 \cdot 30}{40 \cdot 42 \cdot 50}$ g) $\frac{81 \cdot 10 \cdot 22}{36 \cdot 55}$ i) $\frac{14 \cdot 64 \cdot 36}{35 \cdot 16 \cdot 33}$
 b) $\frac{10 \cdot 7}{21 \cdot 15}$ d) $\frac{16 \cdot 30}{24 \cdot 18}$ f) $\frac{42 \cdot 24 \cdot 10}{30 \cdot 14 \cdot 6}$ h) $\frac{120 \cdot 280 \cdot 32}{40 \cdot 100}$ j) $\frac{72 \cdot 108}{24 \cdot 144}$

B

Z2.16 a) $\frac{33 \cdot 26}{156 \cdot 55}$ b) $\frac{21 \cdot 289}{34 \cdot 34 \cdot 35}$ c) $\frac{13 \cdot 39 \cdot 65}{52 \cdot 26 \cdot 78}$ d) $\frac{38 \cdot 28}{56 \cdot 57}$ e) $\frac{115 \cdot 36}{46 \cdot 45}$

B

Aufgaben Z2.17 – Z2.20: Schreibe die Dezimalzahlen als Brüche an und kürze anschließend.

Z2.17 a) 0,04 b) 1,4

B

Lösung:

a) $0,04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

b) $1,4 = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$

Z2.18 a) 0,5 b) 0,02 c) 0,06 d) 0,005 e) 0,8

B

Z2.19 a) 0,015 b) 0,25 c) 0,175 d) 0,024 e) 0,003 6

B

Z2.20 a) 1,2 b) 10,5 c) 7,24 d) 6,25 e) 20,48

B

Aufgaben Z2.21 – Z2.23: Erweitere jeweils den gegebenen Bruch so, dass der Nenner eine möglichst kleine dekadische Einheit ist und gib anschließend als Dezimalzahl an.

Z2.21 a) $\frac{1}{20}$ b) $\frac{7}{8}$

B

Lösung:

a) $\frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 0,05$

b) $\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{875}{1000} = 0,875$

Z2.22 a) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{50}$ g) $\frac{11}{20}$ i) $\frac{4}{25}$

B

b) $\frac{3}{40}$ d) $\frac{5}{8}$ f) $\frac{2}{125}$ h) $\frac{12}{250}$ j) $\frac{3}{80}$

Z2.23 a) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{17}{5}$ e) $\frac{512}{25}$ g) $\frac{25}{16}$ i) $\frac{317}{50}$

B

b) $\frac{9}{4}$ d) $\frac{21}{20}$ f) $\frac{131}{125}$ h) $\frac{49}{40}$ j) $\frac{101}{80}$

2.3 Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Beim Addieren und Subtrahieren von Brüchen ist zu unterscheiden, ob die Brüche **gleichnamig** oder **ungleichnamig** sind. Zwei Brüche sind gleichnamig, wenn ihre Nenner gleich sind, sonst sind sie ungleichnamig.

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} - \frac{c}{n} = \frac{a+b-c}{n}$$

Gleichnamige Brüche werden **addiert** bzw. **subtrahiert**, indem die Zähler addiert bzw. subtrahiert werden und der gemeinsame Nenner unverändert bleibt.

B Z2.24 Addiere bzw. subtrahiere die Brüche.

$$\frac{9}{7} + \frac{11}{7} - \frac{6}{7}$$

Lösung:

$$\frac{9}{7} + \frac{11}{7} - \frac{6}{7} = \frac{9+11-6}{7} = \frac{14}{7} = \frac{2}{1} = 2$$

- Wir addieren bzw. subtrahieren die Zähler und lassen den Nenner unverändert, anschließend vereinfachen wir das Ergebnis durch Kürzen.

Ungleichnamige Brüche werden **addiert** bzw. **subtrahiert**, indem sie zuerst auf gleichnamige Brüche erweitert werden. Als gemeinsamer Nenner wird meistens das kleinste gemeinsame Vielfache der Einzelnenner verwendet.

B Z2.25 Addiere bzw. subtrahiere die Brüche.

$$\text{a) } \frac{7}{10} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } \frac{5}{12} - \frac{2}{9} + \frac{3}{8} - \frac{1}{14}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{7}{10} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} &= \frac{7 \cdot 2}{20} + \frac{2 \cdot 4}{20} - \frac{1 \cdot 10}{20} - \frac{3 \cdot 5}{20} = \\ &= \frac{14 + 8 - 10 - 15}{20} = -\frac{3}{20} \end{aligned}$$

- Das kgV von 2, 4, 5 und 10 ist 20.

b) Zerlegung:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$9 = 3 \cdot 3$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$14 = 2 \cdot 7$$

$$\text{kgV}(12, 9, 8, 14) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 504$$

Erweiterungsfaktoren:

$$2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$$

$$2 \cdot 2 \cdot 7 = 56$$

$$3 \cdot 3 \cdot 7 = 63$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

- Ist der kleinste gemeinsame Nenner nicht sofort ersichtlich, ermitteln wir das kgV und die Erweiterungsfaktoren mithilfe der Primfaktorzerlegung.

$$\frac{5}{12} - \frac{2}{9} + \frac{3}{8} - \frac{1}{14} =$$

$$= \frac{5 \cdot 42}{12 \cdot 42} - \frac{2 \cdot 56}{9 \cdot 56} + \frac{3 \cdot 63}{8 \cdot 63} - \frac{1 \cdot 36}{14 \cdot 36} =$$

$$= \frac{210}{504} - \frac{112}{504} + \frac{189}{504} - \frac{36}{504} = \frac{251}{504}$$

- Durch Erweitern werden die einzelnen Brüche gleichnamig gemacht und anschließend addiert bzw. subtrahiert.

Aufgaben Z2.26 – Z2.35: Berechne die Ergebnisse.

Z2.26 a) $\frac{7}{2} + \frac{9}{2} - \frac{1}{2}$

b) $\frac{4}{11} - \frac{7}{11} - \frac{3}{11}$

c) $\frac{5}{20} + \frac{3}{20} - \frac{2}{20}$

d) $\frac{2}{19} - \frac{7}{19} - \frac{14}{19}$

B

Z2.27 a) $\frac{33}{10} + \frac{27}{10}$

b) $\frac{25}{6} + \frac{13}{6} - \frac{43}{6}$

c) $\frac{16}{3} - \frac{11}{3} - \frac{8}{3}$

d) $\frac{24}{5} + \frac{27}{5} - \frac{21}{5}$

B

Z2.28 a) $\frac{3}{8} - \left(\frac{5}{8} + \frac{12}{8}\right)$

b) $\frac{14}{13} - \left(\frac{10}{13} - \frac{22}{13}\right)$

c) $\frac{11}{4} - \frac{5}{4} - \left(\frac{8}{4} - \frac{7}{4}\right)$

d) $\left(\frac{32}{15} - \frac{36}{15}\right) + \frac{11}{15}$

B

Z2.29 a) $\frac{5}{4} + 2\frac{1}{4}$

b) $5\frac{5}{8} - 3\frac{1}{8}$

c) $\left(6\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}\right) - \frac{5}{4}$

d) $\frac{1}{9} - \left(2\frac{1}{9} + 2\frac{1}{9}\right)$

B

Z2.30 a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{9}$

c) $\frac{3}{10} - \frac{1}{5} + \frac{3}{4}$

d) $\frac{5}{12} - \frac{5}{6} - \frac{4}{18}$

B

Z2.31 a) $\frac{15}{2} - \frac{19}{9} - \frac{11}{6}$

b) $\frac{19}{4} - \frac{7}{5} + \frac{37}{10}$

c) $\frac{17}{15} - \frac{5}{3} + \frac{17}{5}$

d) $\frac{4}{21} + \frac{3}{14} - \frac{6}{7}$

B

Z2.32 a) $\frac{3}{10} - \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{5}\right)$

b) $\frac{61}{10} - \left(\frac{14}{5} + \frac{33}{8}\right) - \frac{19}{4}$

c) $\frac{73}{16} - \left(\frac{323}{64} - \left(\frac{85}{8} - \frac{51}{4}\right)\right)$

B

Z2.33 a) $\frac{9}{14} - \left(\frac{7}{6} + \frac{1}{9}\right)$

b) $\frac{4}{11} - \frac{7}{4} - \left(\frac{1}{12} - \frac{11}{8}\right)$

c) $\frac{2}{27} - \left(\left(\frac{5}{36} - \frac{7}{24}\right) + \frac{9}{32}\right)$

B

Z2.34 a) $\frac{9}{6} - \left(\left(\frac{7}{8} + \frac{1}{9}\right) + \frac{5}{4} - \left(\frac{3}{10} - \frac{3}{4}\right)\right) + \frac{2}{8}$

b) $\frac{1}{24} - \left(\frac{5}{64} - \left(\frac{2}{48} + \frac{1}{32} - \frac{4}{48}\right) - \left(\frac{1}{32} - \frac{3}{24}\right)\right)$

B

Z2.35 a) $100\frac{1}{3} - 80\frac{1}{2}$

b) $50\frac{2}{5} - \left(20\frac{5}{4} + 100\frac{3}{2}\right)$

c) $200\frac{1}{3} - \left(30\frac{4}{9} - 50\frac{1}{21}\right) - 120\frac{2}{7}$

B

2.4 Multiplizieren von Brüchen

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad b, d \neq 0$$

Brüche werden multipliziert, indem Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert werden.

Ganze Zahlen können als Brüche mit Nenner 1 angeschrieben und dann wie angegeben multipliziert werden.

Z2.36 Führe die Multiplikation durch.

a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{11} \cdot 5$

b) $-3 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \frac{3}{8}$

B

Lösung:

a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{11} \cdot 5 = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 5}{8 \cdot 11 \cdot 1} = \frac{15}{88}$

b) $-3 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 3}{1 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{45}{56}$

- Überlege vor dem Ausrechnen, welches Vorzeichen das Ergebnis hat.

Bruchrechnen

B Z2.37 Multipliziere die Brüche.

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{15}$$

Lösung:

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{15} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{1}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{6}} \cdot \underset{1}{\cancel{15}}} = \frac{1}{7 \cdot 6} = \frac{1}{42}$$

• Vor dem Ausmultiplizieren wird, wenn möglich, durch Kürzen vereinfacht.

B Z2.38 Berechne das Ergebnis.

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot 8$$

Lösung:

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot 8 = \left(\frac{9}{12} + \frac{2}{12}\right) \cdot 8 = \frac{11}{12} \cdot 8 = \frac{11}{12} \cdot \frac{8}{1} = \frac{11 \cdot \overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{12}} \cdot 1} = \frac{11 \cdot 2}{3 \cdot 1} = \frac{22}{3}$$

Aufgaben Z2.39 – Z2.40: Führe die Multiplikationen aus.

B Z2.39 a) $\frac{3}{5} \cdot 4$ b) $\frac{1}{4} \cdot 8$ c) $\frac{9}{11} \cdot (-5)$ d) $\frac{2}{7} \cdot (-14)$ e) $\frac{16}{15} \cdot 25$ f) $\frac{21}{12} \cdot 8$

B Z2.40 a) $2 \cdot \frac{1}{7} \cdot 14$ b) $\frac{7}{6} \cdot 8 \cdot 3$ c) $-39 \cdot \frac{7}{13}$ d) $3 \cdot (-18) \cdot \frac{1}{45}$ e) $\frac{3}{34} \cdot 85$ f) $132 \cdot \left(-\frac{33}{121}\right)$

Aufgaben Z2.41 – Z2.42: Multipliziere die Brüche.

B Z2.41 a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8}$ b) $\frac{26}{39} \cdot \frac{9}{8}$ c) $\frac{7}{6} \cdot \left(-\frac{9}{7}\right)$ d) $-\frac{88}{7} \cdot \frac{4}{128}$ e) $\frac{41}{38} \cdot \left(-\frac{19}{82}\right)$

B Z2.42 a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{2}{5}$ b) $\frac{12}{21} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{15}{10}$ c) $\frac{15}{14} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) \cdot \frac{8}{3}$ d) $\frac{51}{34} \cdot \frac{23}{30} \cdot \frac{5}{46}$ e) $-\frac{70}{99} \cdot \left(-\frac{6}{45}\right) \cdot \frac{27}{42}$

Aufgaben Z2.43 – Z2.46: Berechne zuerst die Summen und Differenzen in den Klammern und führe anschließend die Multiplikation durch.

B Z2.43 a) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot 5$ c) $\left(\frac{4}{3} - \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{2}{3}$ e) $\frac{16}{11} \cdot \left(-\frac{3}{10} - \frac{1}{15}\right)$

b) $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{10}\right) \cdot 3$ d) $\frac{3}{14} \cdot \left(\frac{5}{7} - \frac{4}{21}\right)$ f) $-\frac{5}{13} \cdot \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{3}\right)$

B Z2.44 a) $\left(\frac{7}{3} - \frac{15}{4}\right) \cdot \frac{7}{5}$ c) $\left(\frac{20}{3} + \frac{31}{4} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{35}{8}$ e) $\left(\frac{8}{21} - \frac{5}{7} + \frac{1}{14}\right) \cdot \frac{8}{11}$

b) $\frac{27}{5} \cdot \left(\frac{9}{4} - \frac{11}{5}\right)$ d) $\frac{11}{3} \cdot \left(\frac{53}{5} + \frac{53}{10} - \frac{19}{15}\right)$ f) $\frac{12}{11} \cdot \left(\frac{11}{16} - \frac{5}{3} + \frac{4}{9}\right)$

B Z2.45 a) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{14} - \frac{1}{7} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right)$ c) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{7}{10}\right)$

B Z2.46 a) $\left[-7 \cdot \frac{5}{8} - \frac{3}{20} \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)\right] \cdot \frac{16}{5}$ b) $2 \cdot \left[\frac{7}{12} + 3 \cdot \left(\frac{11}{3} + \frac{4}{9}\right)\right] \cdot \frac{36}{62}$ c) $\frac{4}{3} \cdot \left[\left(\frac{7}{13} + \frac{3}{52} - \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{26}{3} + \frac{7}{12}\right]$

2.5 Dividieren von Brüchen

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \quad b, c, d \neq 0$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Wir **dividieren durch einen Bruch**, indem wir mit dem Kehrwert des Bruchs multiplizieren. Den Kehrwert erhalten wir, indem wir Zähler und Nenner des Bruchs miteinander vertauschen.

Ein **Doppelbruch** wird aufgelöst, indem anstelle des Hauptbruchstrichs ein Divisionszeichen geschrieben wird.

Z2.47 Berechne.

a) $\frac{2}{5} : 4$

b) $\frac{2}{5} : \frac{4}{3}$

c) $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{4}}$

Lösung:

a) $\frac{2}{5} : 4 = \frac{2}{5} : \frac{4}{1} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

b) $\frac{2}{5} : \frac{4}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$

c) $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{4}} = \frac{3}{5} : \frac{7}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$

Z2.48 Dividiere den Bruch durch die Zahl.

a) $\frac{5}{4} : 2$

b) $\frac{6}{7} : 3$

c) $\frac{14}{9} : (-7)$

d) $\frac{1}{6} : (-12)$

e) $(-\frac{12}{13}) : 20$

f) $\frac{24}{13} : 12$

Z2.49 Dividiere die Brüche.

a) $\frac{7}{2} : \frac{8}{5}$

b) $\frac{2}{7} : \frac{6}{5}$

c) $\frac{6}{7} : (-\frac{8}{5})$

d) $\frac{5}{14} : \frac{10}{8}$

e) $\frac{28}{27} : (-\frac{16}{9})$

f) $\frac{36}{25} : \frac{18}{15}$

Z2.50 Berechne.

a) $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}$

b) $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{5}}$

c) $\frac{\frac{11}{3}}{\frac{2}{3}}$

d) $\frac{\frac{5}{9}}{\frac{20}{3}}$

e) $\frac{\frac{3}{8}}{\frac{8}{3}}$

f) $\frac{\frac{6}{15}}{\frac{6}{5}}$

Z2.51 Berechne.

a) $\frac{1}{\frac{3}{2}}$

b) $\frac{1}{\frac{5}{10}}$

c) $\frac{-1}{\frac{4}{2}}$

d) $\frac{3}{\frac{5}{6}}$

e) $\frac{2}{\frac{3}{4}}$

f) $\frac{5}{\frac{10}{11}}$

Aufgaben Z2.52 – Z2.56: Berechne und gib die Ergebnisse als möglichst einfache Brüche an.

Z2.52 a) $(\frac{1}{4} - \frac{3}{5}) : 4$

b) $(\frac{5}{3} + 10) : 5$

c) $(\frac{6}{5} - \frac{7}{6}) : \frac{2}{15}$

d) $\frac{9}{16} : (\frac{7}{8} - \frac{5}{24})$

Z2.53 a) $(\frac{7}{5} - \frac{17}{6}) : \frac{21}{4}$

b) $\frac{57}{8} : (\frac{16}{5} - \frac{14}{3})$

c) $(\frac{53}{10} - \frac{4}{15}) : \frac{19}{7}$

d) $\frac{42}{10} : (-\frac{5}{3} - \frac{4}{5})$

Z2.54 a) $\frac{11}{3} : (\frac{17}{5} - \frac{43}{20}) + \frac{1}{15}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} : (\frac{7}{5} - \frac{3}{8})$

c) $\frac{5}{8} - \frac{2}{5} : (\frac{3}{4} - \frac{3}{5})$

Z2.55 a) $\frac{23}{5} - \frac{31}{26} : \frac{42}{13} + \frac{12}{6} \cdot \frac{5}{8}$

b) $\frac{15}{4} + \frac{43}{14} : \frac{9}{16} - \frac{67}{16} \cdot \frac{44}{15}$

c) $\frac{35}{8} : \frac{5}{6} + \frac{33}{5} \cdot \frac{10}{3} - \frac{35}{4} : 5$

Z2.56 a) $\frac{61}{3} : \frac{7}{4} - (\frac{79}{5} - \frac{153}{15}) : (\frac{28}{5} - \frac{21}{2})$

b) $(\frac{7}{4} - \frac{29}{12}) \cdot (\frac{22}{7} - \frac{57}{14}) + \frac{17}{3} : (\frac{32}{5} - \frac{15}{2})$

B

B

B

B

B

B

B

B

B

B