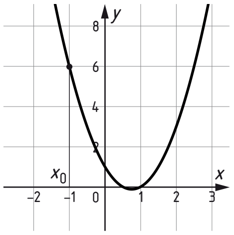
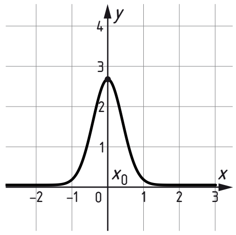
1.3 ***a)***]−3; −1[,]−1; 3[,]3; 4[
b)]−3; 2[,]2; 4[
c)]−3; −1[,]−1; 1[,]1; 3[,]3; 4[
d)]−3; −1[,]−1; 2[,]2; 4[

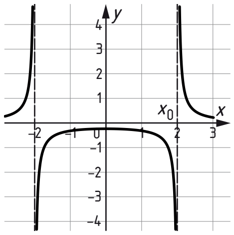
1.4 ***a)*** stetig



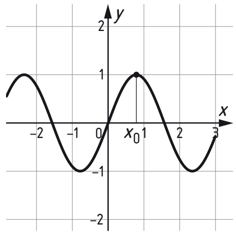
b) stetig



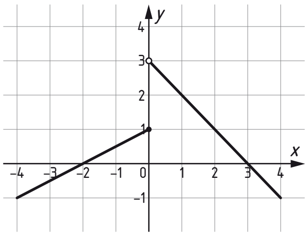
c) nicht stetig



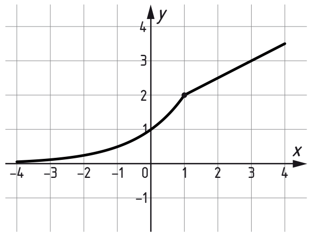
d) stetig



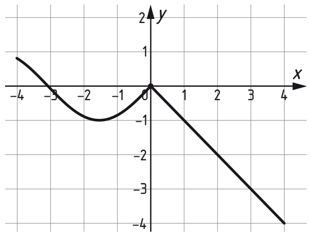
1.5 ***a)*** nicht stetig



b) stetig



c) stetig



1.7 ***a)*** $g_L = g_R = 32$ ***b)*** $g_L = g_R = 3$

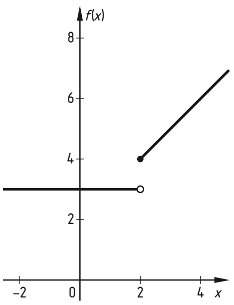
1.8 ***a)*** $g_L = g_R = -0{,}6$ ***b)*** $g_L = g_R = \frac{4}{3}$

1.9 ***a)*** $g_L = g_R = 3$ ***b)*** $g_L = g_R = \frac{2}{3}$

1.10 ***a)*** $g_L = g_R = 1$ ***b)*** $g_L = g_R = 0$

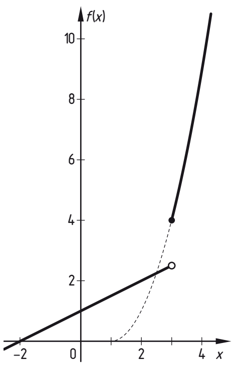
1.11 ***a)*** $g_L = g_R = 1$ ***b)*** $g_L = g_R = -2$

1.13 ***a)***



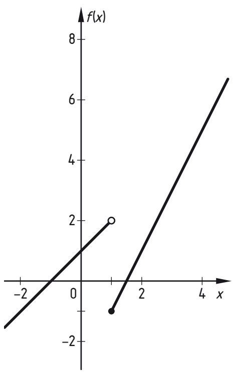
$x_0 = 2$: kein Grenzwert, da $g_L = 3$; $g_R = 4$

b)



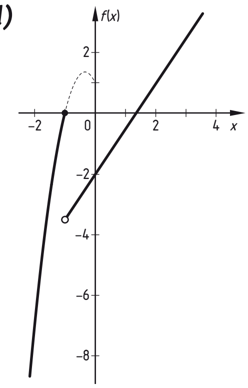
$x_0 = 3$: kein Grenzwert, da $g_L = 2{,}5$; $g_R = 4$

c)



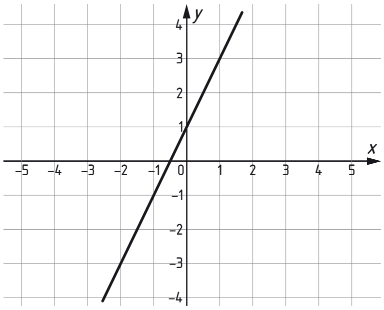
$x_0 = 3$: Grenzwert existiert, da $g_L = g_R = 3$

d)

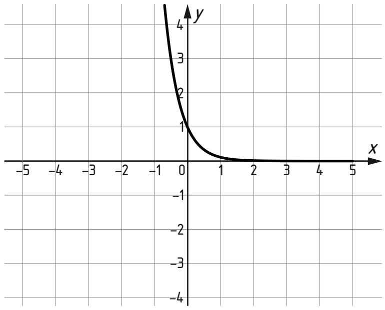


$x_0 = -1$: kein Grenzwert, da $g_L = 0$; $g_R = -3{,}5$

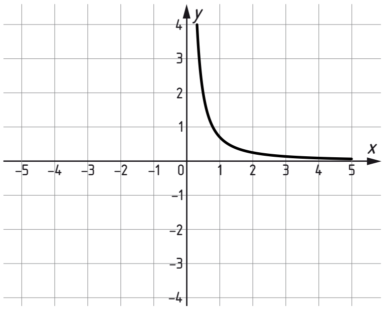
1.15 **a)** $\lim\limits_{x \to +\infty} (2x + 1) = +\infty, \ \lim\limits_{x \to -\infty} (2x + 1) = -\infty$



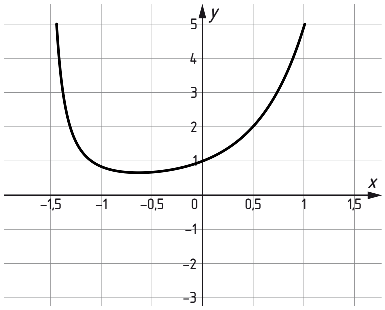
b) $\lim\limits_{x \to +\infty} (3^{-2x}) = 0, \ \lim\limits_{x \to -\infty} (3^{-2x}) = +\infty$



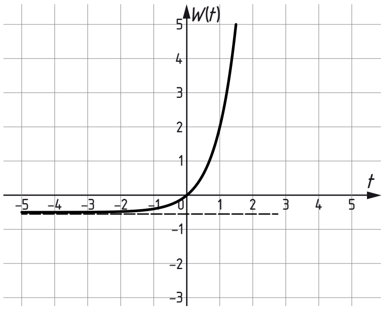
1.16 **a)** $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{2x^3}}\right) = 0$, für $x < 0$ nicht definiert



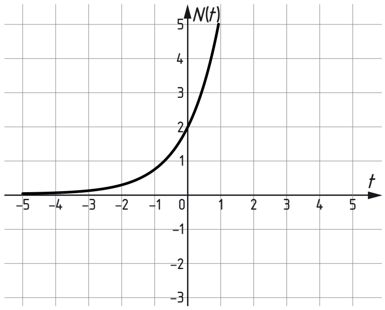
b) $\lim\limits_{x \to +\infty} (3 + 2x)^x = +\infty, \ \lim\limits_{x \to -\infty} (3 + 2x)^x = 0$



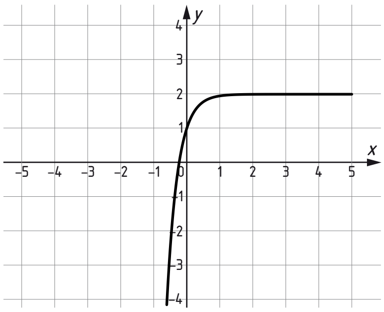
1.17 **a)** $\lim\limits_{t \to +\infty} \left(\frac{5^t - 1}{2}\right) = +\infty, \ \lim\limits_{t \to -\infty} \left(\frac{5^t - 1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$



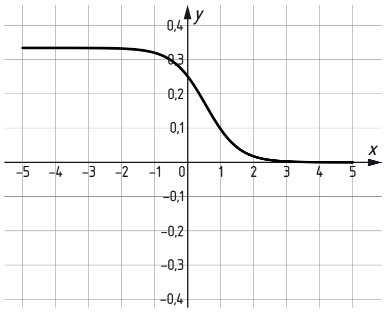
b) $\lim\limits_{t \to +\infty} (2 \cdot e^t) = +\infty, \ \lim\limits_{t \to -\infty} (2 \cdot e^t) = 0$



1.18 **a)** $\lim\limits_{x \to +\infty} (2 - e^{-3x}) = 2, \ \lim\limits_{x \to -\infty} (2 - e^{-3x}) = -\infty$

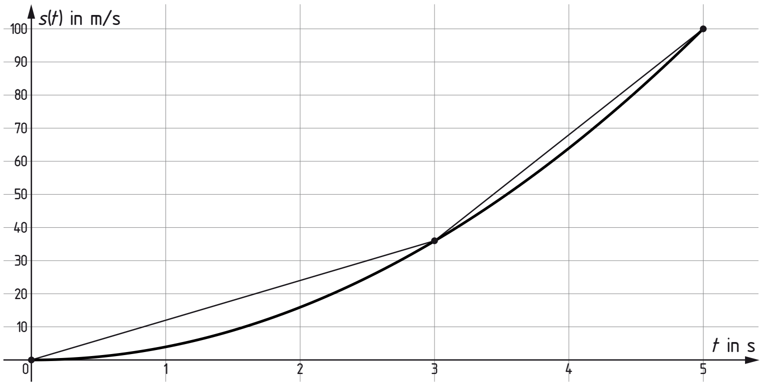


b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{e^{2x} + 3}\right) = 0, \ \lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{1}{e^{2x} + 3}\right) = \frac{1}{3}$



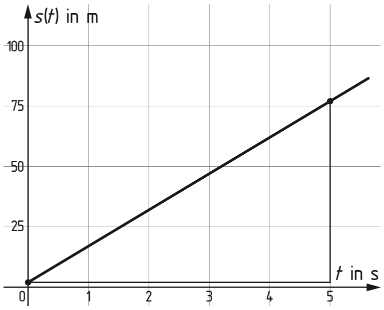
1.21 ***a)*** mittlere Geschwindigkeit in den ersten 3 Sekunden: 12 m/s
mittlere Geschwindigkeit in den darauf folgenden 2 Sekunden: 32 m/s

b)

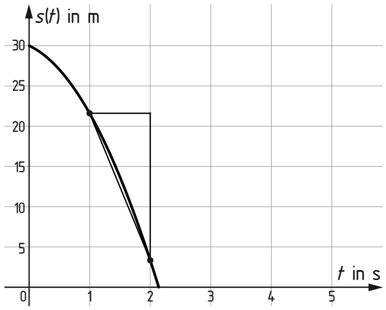


Anleitung: In der Grafik sind bereits die Verbindungsgeraden zwischen den Funktionswerten für $t = 0$ und $t = 3$ sowie für $t = 3$ und $t = 5$ eingezeichnet.
Zeichne jetzt noch für die erste und die vierte Sekunde jeweils das Steigungsdreieck ein und lies die Differenz der Funktionswerte ab.

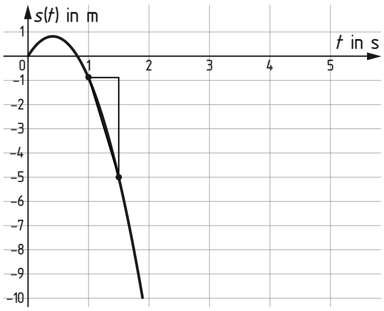
1.22 ***a)*** 15 m/s



b) 18,23 m/s



c) 8,275 m/s

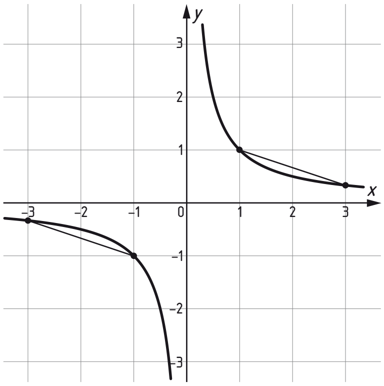


d) 14,73 m/s

1.23 $-\frac{1}{3}$

Die mittlere Änderungsrate der Funktionswerte im Intervall $[-3; -1]$ beträgt $-\frac{1}{3}$.

Die mittlere Änderungsrate der Funktionswerte im Intervall $[1; 3]$ beträgt ebenfalls $-\frac{1}{3}$.



1.24 mittlere Änderungsrate: 1 °C (Temperaturzunahme)
mittlere Änderungsrate: –0,77 °C (Temperaturabnahme)
Am Vormittag kommt es zu Temperaturzunahmen, am Nachmittag zu Temperaturabnahmen.

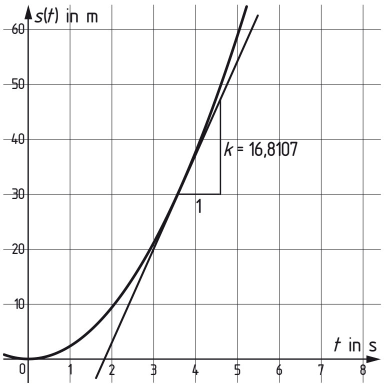
1.26 ***a)*** 60 m/s ***b)*** 2 m/s ***c)*** 1 m/s

1.27 ***a)*** 14,73 m/s ***b)*** 4,8 m/s ***c)*** 0,5 m/s ***d)*** 1,5 m/s

1.28 1,811 m/s

1.29 ***a)*** 7,167... s ***b)*** 70,315... m/s = 253,135... km/h

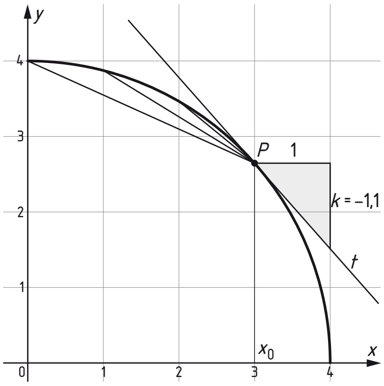
1.30 ***a)***



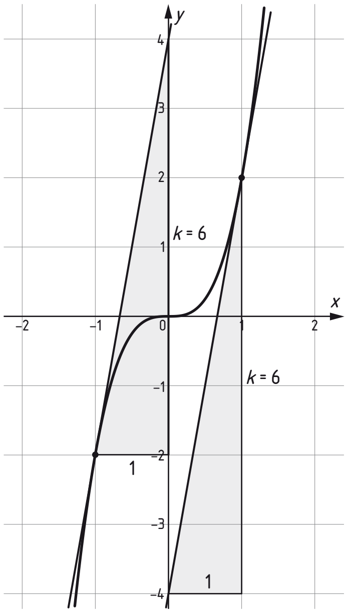
16,810... m/s = 61,518... km/h

b) 11,886... m/s = 42,793... km/h ***c)*** 52,423... m

1.32



Mittlere Änderungsrate: –1
Differenzialquotient
an der Stelle $x_0 = 3$: $\approx -1{,}1$

1.33 

lokale Änderungsrate
– an der Stelle $x_1 = 1$: 6
– an der Stelle $x_2 = -1$: 6

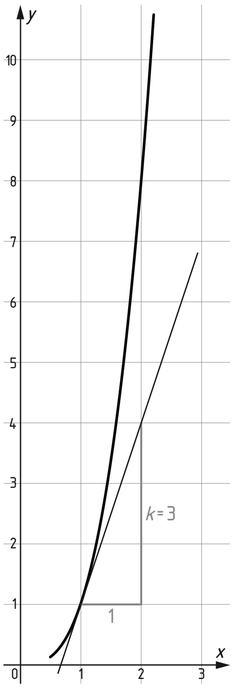
Die ermittelten lokalen Änderungsraten bedeuten, dass die Kurve an den Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = -1$ jeweils den gleichen Anstieg aufweist.

1.34 ***a)*** 3 (positive mittlere Änderungsrate $\Rightarrow$ Zunahme der Funktionswerte)
b) −2 (negative mittlere Änderungsrate $\Rightarrow$ Abnahme der Funktionswerte)
c) 0 (mittlere Änderungsrate null $\Rightarrow$ Im gegebenen Intervall sind die Zu- und Abnahmen gleich groß.)

1.39 ***a)*** $f'(x) = 3 \cdot x^2$

$f'(1) = 3$

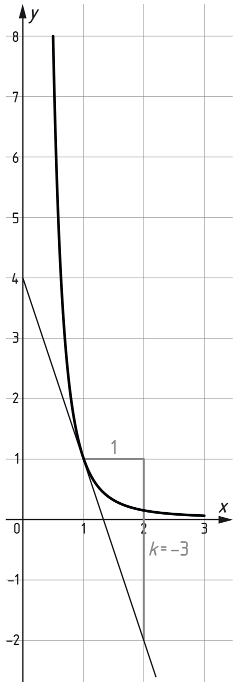
$\alpha = 71{,}57°$



b) $f'(x) = -\frac{3}{x^4}$

$f'(1) = -3$

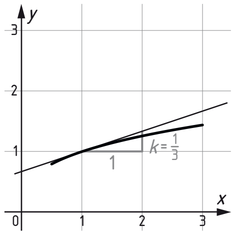
$\alpha = -71{,}57°$



c) $f'(x) = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$

$f'(1) = \frac{1}{3}$

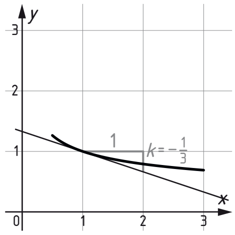
$\alpha = 18{,}43°$



d) $f'(x) = -\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^4}}$

$f'(1) = -\frac{1}{3}$

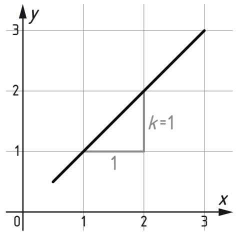
$\alpha = -18{,}43°$



1.40 **a)** $f'(x) = 1$

$f'(1) = 1$

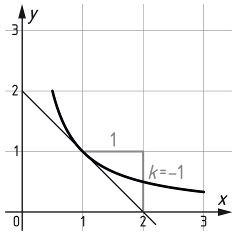
$\alpha = 45°$



b) $f'(x) = -1 \cdot x^{-2}$

$f'(1) = -1$

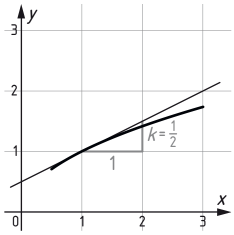
$\alpha = -45°$



c) $f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

$f'(1) = \frac{1}{2}$

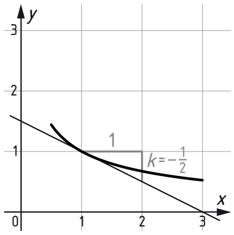
$\alpha = 26{,}57°$



d) $f'(x) = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^3}}$

$f'(1) = -\frac{1}{2}$

$\alpha = -26{,}57°$



1.41 **a)** $f'(x) = -\frac{3}{x^4}$

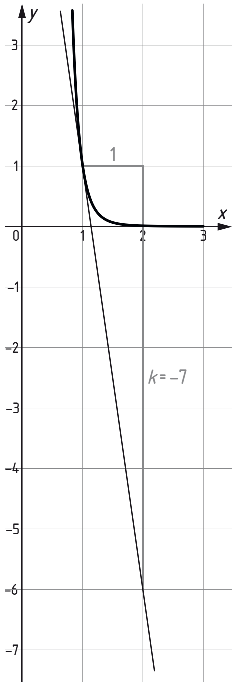
$f'(1) = -3$

$\alpha = -71{,}57°$

b) $f'(x) = -\frac{7}{x^8}$

$f'(1) = -7$

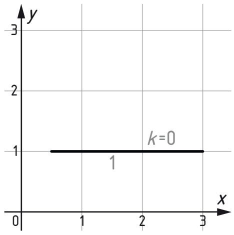
$\alpha = -81{,}87°$



c) $f'(x) = 0$

$f'(1) = 0$

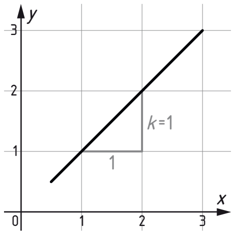
$\alpha = 0°$



d) $f'(x) = 1$

$f'(1) = 1$

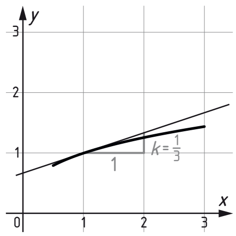
$\alpha = 45°$



1.42 **a)** $f'(x) = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$

$f'(1) = \frac{1}{3}$

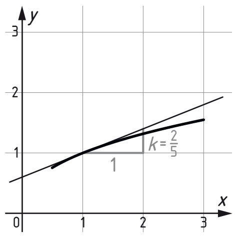
$\alpha = 18{,}43°$



b) $f'(x) = \frac{2}{5 \cdot \sqrt[5]{x^3}}$

$f'(1) = \frac{2}{5}$

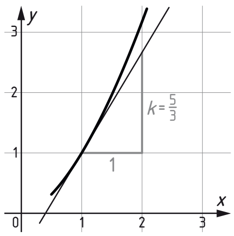
$\alpha = 21{,}80°$



c) $f'(x) = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{3}$

$f'(1) = \frac{5}{3}$

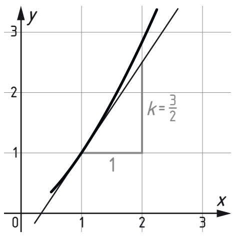
$\alpha = 59{,}04°$



d) $f'(x) = \frac{3 \cdot \sqrt{x}}{2}$

$f'(1) = \frac{3}{2}$

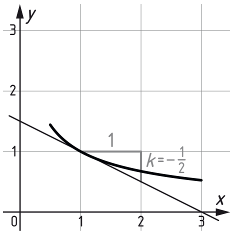
$\alpha = 56{,}31°$



1.43 **a)** $f'(x) = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^3}}$

$f'(1) = -\frac{1}{2}$

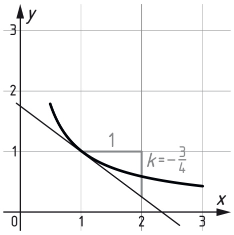
$\alpha = -26{,}57°$



b) $f'(x) = -\frac{3}{4 \cdot \sqrt[4]{x^7}}$

$f'(1) = -\frac{3}{4}$

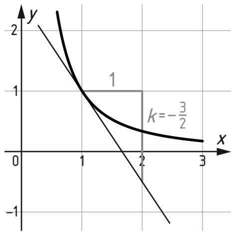
$\alpha = -36{,}87°$



c) $f'(x) = -\frac{3}{2 \cdot \sqrt{x^5}}$

$f'(1) = -\frac{3}{2}$

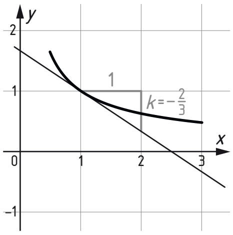
$\alpha = -56{,}31°$



d) $f'(x) = -\frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{x^5}}$

$f'(1) = -\frac{2}{3}$

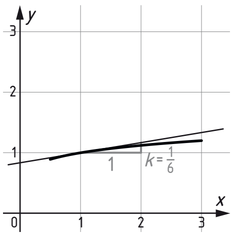
$\alpha = -33{,}69°$



1.44 **a)** $f'(x) = \frac{1}{6 \cdot \sqrt[6]{x^5}}$

$f'(1) = \frac{1}{6}$

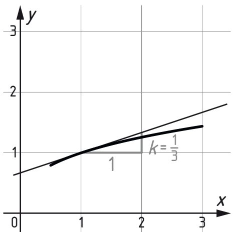
$\alpha = 9{,}46°$



b) $f'(x) = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$

$f'(1) = \frac{1}{3}$

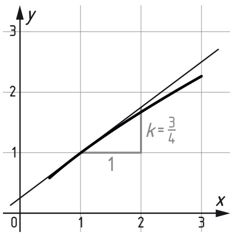
$\alpha = 18{,}43°$



c) $f'(x) = \frac{3}{4 \cdot \sqrt[4]{x}}$

$f'(1) = \frac{3}{4}$

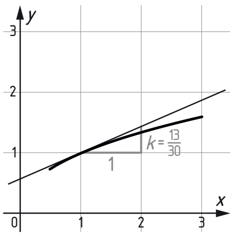
$\alpha = 36{,}87°$



d) $f'(x) = \frac{13}{30 \cdot \sqrt[30]{x^{17}}}$

$f'(1) = \frac{13}{30}$

$\alpha = 23{,}43°$



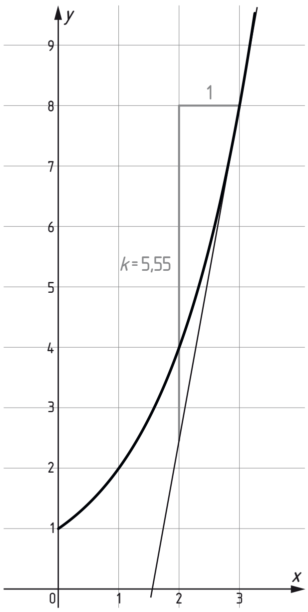
1.47 ***A) → 3), B) → 1), C) → 4), D) → 2)***

1.50 **a)** $f'(x) = 2^x \cdot \ln(2)$

$f'(3) = 8 \cdot \ln(2) = 5{,}545...$

$\alpha = 79{,}77°$

t: $y = 5{,}55x - 8{,}64$

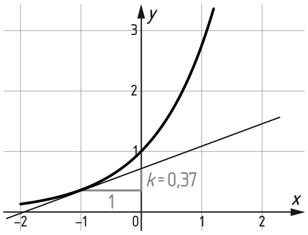


b) $f'(x) = e^x$

$f'(-1) = e^{-1} = \frac{1}{e} = 0{,}367...$

$\alpha = 20{,}20°$

t: $y = 0{,}37x + 0{,}74$

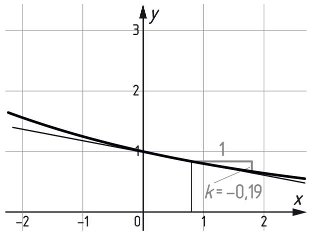


c) $f'(x) = 0{,}8^x \cdot \ln(0{,}8)$

$f'(0{,}8) = -0{,}186...$

$\alpha = -10{,}57°$

t: $y = -0{,}19x + 0{,}99$

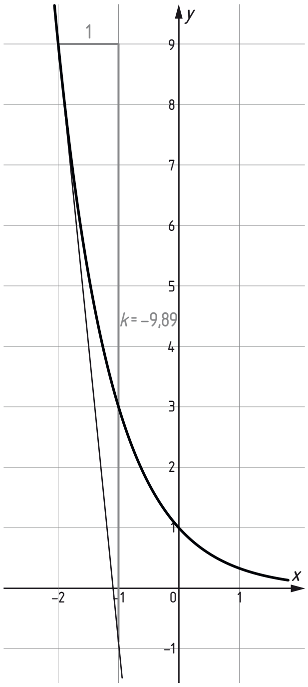


1.51 **a)** $f'(x) = -3^{-x} \cdot \ln(3)$

$f'(-2) = -9 \cdot \ln(3) = -9{,}887...$

$\alpha = -84{,}22°$

t: $y = -9{,}89x - 10{,}78$

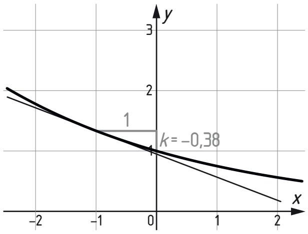


b) $f'(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x \cdot \ln\left(\frac{3}{4}\right)$

$f'(-1) = \left(\frac{4}{3}\right)^x \cdot \ln\left(\frac{3}{4}\right) = -0{,}383...$

$\alpha = -20{,}99°$

t: $y = -0{,}38x + 0{,}95$

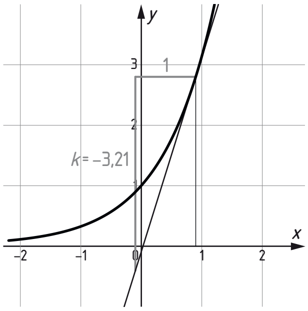


c) $f'(x) = \pi^x \cdot \ln(\pi)$

$f'(0{,}9) = \pi^{0{,}9} \cdot \ln(\pi) = 3{,}207...$

$\alpha = 72{,}68°$

t: $y = 3{,}21x - 0{,}08$



1.52 ***A)*** $\rightarrow$ ***3), B)*** $\rightarrow$ ***1), C)*** $\rightarrow$ ***2)***

Hinweis: Tangentensteigung bei $x = 1$ abschätzen mit $\ln(2) < 1$

1.54 **a)** $y' = \frac{2}{x}$

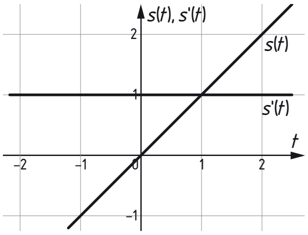
Steigung der Tangente an der Stelle $x_0 = 1{,}6$: 1,25

b) $y' = -\frac{2}{x^2} + 2x - \frac{1}{x}$

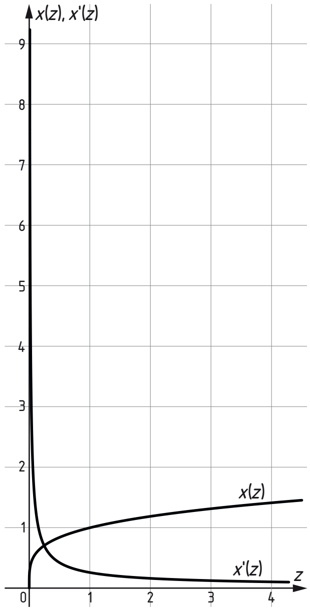
Steigung der Tangente an der Stelle $x_0 = 1{,}6$: 1,79

1.55 **a)** $\frac{1}{\ln(10)} \cdot \frac{1}{x}$ **b)** $\frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{x}$ **c)** $\frac{1}{\ln(16)} \cdot \frac{1}{x}$

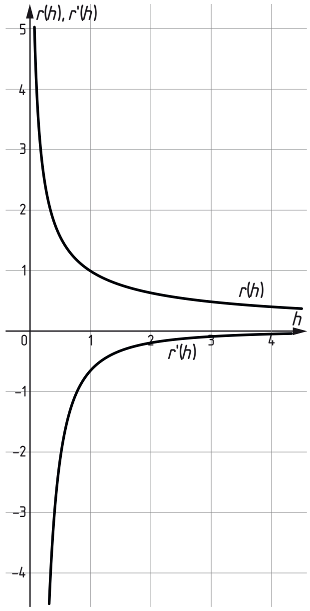
1.57 **a)** $s'(t) = 1$



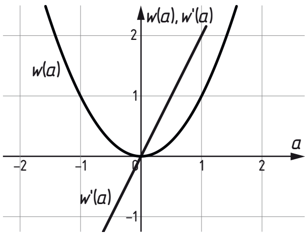
b) $x'(z) = \frac{1}{4 \cdot \sqrt[4]{z^3}}$



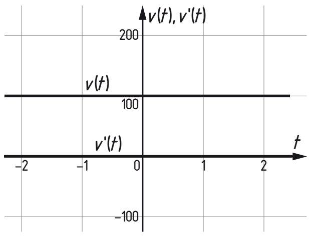
c) $r'(h) = -\frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{h^5}}$



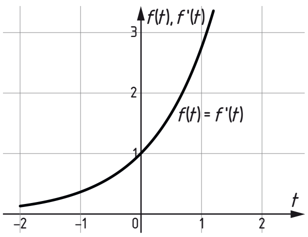
d) $w'(a) = 2 \cdot a$



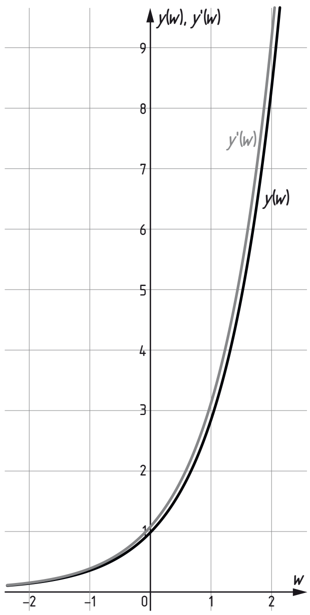
e) $v'(t) = 0$



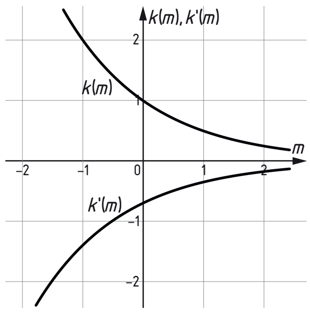
1.58 **a)** $f'(t) = e^t$



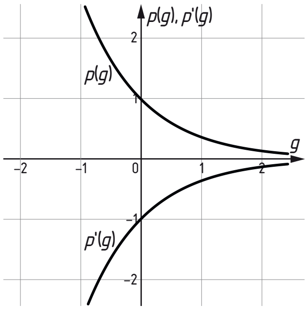
b) $y'(w) = 3^w \cdot \ln(3)$



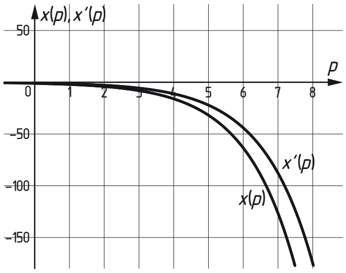
c) $k'(m) = 0{,}5^m \cdot \ln(0{,}5)$



d) $p'(g) = -e^{-g}$



e) $x'(p) = -2^p \cdot \ln(2)$



1.59 ***A)*** $\rightarrow$ ***3), B)*** $\rightarrow$ ***1), C)*** $\rightarrow$ ***2)***
Grad der Polynomfunktion und Anstieg der Ableitungsfunktion bei $t = 1$ beachten.

1.62 **a)** $f'(x) = 12x^3$
t: $y = 40{,}5x - 38{,}5625$

b) $f'(x) = 0{,}4x - 0{,}1$
t: $y = 0{,}5x - 0{,}45$

c) $f'(x) = x + 1$
t: $y = 2{,}5x - 1{,}125$

d) $f'(x) = 10x^4$
t: $y = 50{,}625x - 63{,}89$

1.63 **a)** $f'(x) = 3x^5 - 28x^6$
t: $y = -296{,}16x + 381{,}59$

b) $f'(x) = 3x^8 - 5$
t: $y = 71{,}88x - 102{,}52$

c) $f'(x) = \frac{101}{10}$
Keine Tangente, da $f(x)$ linear.

d) $f'(x) = \frac{2}{3}$
Keine Tangente, da $f(x)$ linear.

1.64 **a)** $f'(x) = \sqrt{5} - \sqrt{2} \cdot x$
t: $y = 0{,}115x - 1{,}59$

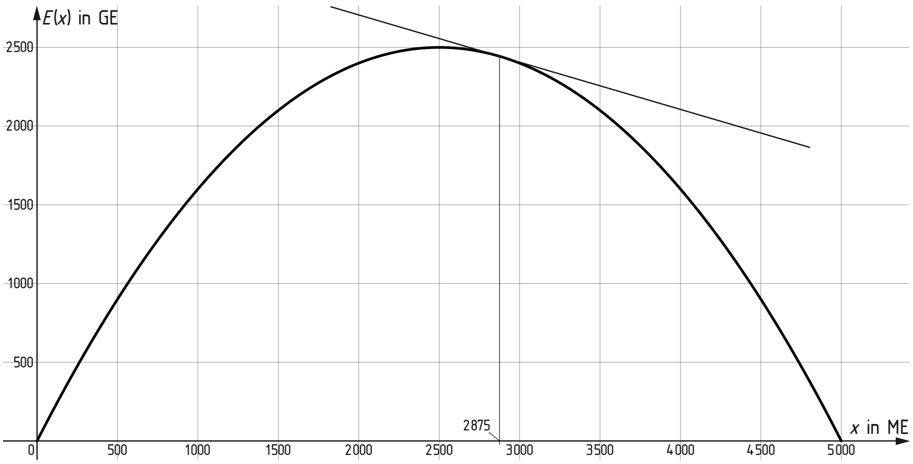
b) $f'(x) = \sqrt{3} \cdot x^2$
t: $y = 3{,}90x - 2{,}17$

c) $f'(x) = \sqrt{2} \cdot x^3$
t: $y = 4{,}77x - 6{,}24$

d) $f'(x) = \sqrt{2} \cdot x^2 + 5x^4$
t: $y = 28{,}49x - 33{,}56$

1.66 **a)** $E'(x) = -\frac{x}{1\,250} + 2$, $E'(2\,875) = -0{,}3$

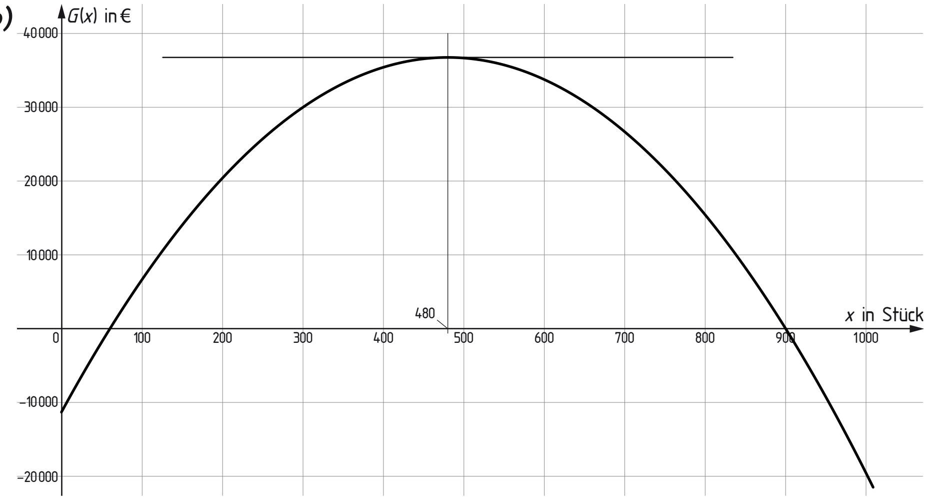
b)



Bei einem Absatz von $x = 2\,875$ ME bewirkt eine Erhöhung der abgesetzten Menge um 1 ME eine Verringerung des Erlöses um 0,3 GE.

1.67 **a)** $G'(x) = -\frac{5}{12x} + 200$, $G'(480) = 0$

b)



Bei einem Absatz von $x = 480$ Stück hat die Gewinnfunktion eine waagrechte Tangente. Bei dieser Absatzmenge wird der höchstmögliche (= maximale) Gewinn erzielt.

1.69 **a)** $f'(x) = 6 \cdot (2x+4)^2$, $f'(-1{,}908...) = f'(-2{,}091...) = 0{,}2$
b) $f'(x) = 24x^2 \cdot (2x^3+4)^3$, $f'(-1{,}241...) = f'(-0{,}0114...) = f'(0{,}0114...) = 0{,}2$
c) $f'(x) = 3 \cdot (6x+4) \cdot (3x^2+4x-5)^2$, $f'(-0{,}666...) = f'(0{,}776...) = f'(0{,}796) = 0{,}2$

1.70 **a)** $f'(x) = 6 \cdot \left(\frac{3}{2}x + 3\right)^3$, $f'(-1{,}785...) = 0{,}2$
b) $f'(x) = \frac{3}{2} \cdot (3x+5)^5$, $f'(-1{,}443...) = 0{,}2$
c) $f'(x) = 4 \cdot \left(\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{7}x^2 - \frac{7}{8}x\right)^3 \cdot \left(2x^2 + \frac{10}{7}x - \frac{7}{8}\right)$, $f'(-1{,}701...) = f'(-1{,}128...) = f'(0{,}906...) = 0{,}2$

1.71 **a)** $f'(x) = -3 \cdot \left(\frac{2}{7}x^6 + \frac{3}{5}x^3 - \frac{1}{9}x + 4\right)^{-4} \cdot \left(\frac{12}{7}x^5 + \frac{9}{5}x^2 - \frac{1}{9}\right)$
b) $f'(x) = -5 \cdot \left(\frac{2}{5}x^3 + 13x^2 - 16\right)^{-6} \cdot \left(\frac{6}{5}x^2 + 26x\right)$
Es gibt bei beiden Funktionen keine Tangentensteigungen mit $k = 0{,}2$.

1.72 **a)** $f'(x) = 12x \cdot (x^2+5)^5$ **b)** $f'(x) = \frac{8}{3 \cdot \sqrt[3]{(8x-1)^2}}$ **c)** $f'(x) = 6x \cdot e^{3x^2}$

1.73 **a)** $f'(x) = 4e^{4x+2}$ **b)** $f'(x) = \frac{1}{8}e^{\frac{x}{8}}$ **c)** $f'(x) = -4e^{-4x}$

1.74 **a)** $f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ **b)** $f'(x) = \frac{2e^{\sqrt[3]{x^2}}}{\sqrt[3]{x}}$ **c)** $f'(x) = -\frac{4e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$

1.75 **a)** $f'(x) = 2 \cdot \ln(3) \cdot 3^{2x}$ **b)** $f'(x) = 21 \cdot \ln(5) \cdot 5^{7x^3+2} \cdot x^2$ **c)** $f'(x) = \frac{\ln(4) \cdot 4^{2-\frac{2}{x^2}}}{x^3}$

1.76 **a)** $f'(t) = a \cdot e^{-t}$ **b)** $f'(t) = a \cdot \left(\frac{t}{2} \cdot e^{-\frac{t}{2}} - e^{-\frac{t}{2}} + 1\right)$ **c)** $f'(t) = \frac{e^{-\frac{t}{2a}}}{2a} + a$

1.78 **a)** $f'(x) = 16x^3 + 36x^2 + 4x + 6$, $f'(1) = 62$
b) $f'(x) = 180x^5 - 76x^3 - 10x$, $f'(1) = 94$
c) $f'(x) = 126x^5 + 140x^3 - 12x^2 + 40$, $f'(1) = 294$
d) $f'(x) = -168x^6 + 216x^5 - 104x^3 + 117x^2 + 28$, $f'(1) = 89$

1.79 **a)** $f'(x) = 54x^5 + 30x^4 - 36x^3 + 15x^2 - 4x - 4$, $f'(1) = 55$
b) $f'(x) = 240x^9 - 112x^6 - 360x^5 - 32x^3 + 120x^2$, $f'(1) = -144$
c) $f'(x) = 90x^5 + 24x^3 + 21x^2 + 4$, $f'(1) = 139$
d) $f'(x) = -70x^6 - 25x^4 + 16x^3 + 54x^2 + 4x + 9$, $f'(1) = -12$

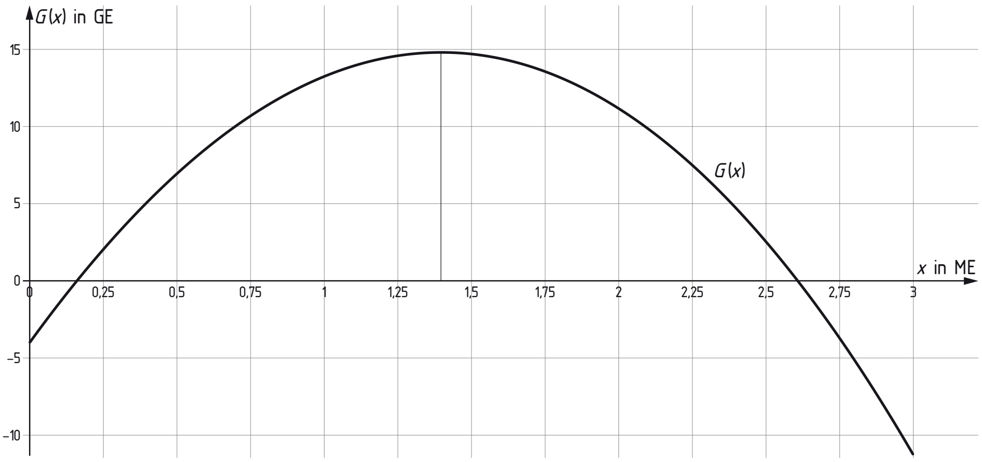
1.80 **a)** $f'(x) = 7e^x + 7x \cdot e^x$, $f'(1) = 14 \cdot e = 38{,}055...$
b) $f'(x) = 4x^3 \cdot e^x + x^4 \cdot e^x$, $f'(1) = 5 \cdot e = 13{,}591...$
c) $f'(x) = -x^9 \cdot e^x - 9x^8 \cdot e^x + 5x \cdot e^x + 5e^x$, $f'(1) = 0$

1.81 **a)** $f'(x) = 2^x \cdot x^2 \cdot \ln(2) + 2x \cdot 2^x$, $f'(1) = 2 \cdot \ln(2) + 4 = 5{,}386...$
b) $f'(x) = 5^x \cdot x^2 \cdot \ln(5) + 2x \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x \cdot \ln(5)$, $f'(1) = 20 \cdot \ln(5) + 10 = 42{,}188...$
c) $f'(x) = e^x + 2^x \cdot e^x + 2^x \cdot e^x \cdot \ln(2) - 2^x \cdot \ln(2)$, $f'(1) = 3 \cdot e + 2 \cdot e \cdot \ln(2) - 2 \cdot \ln(2) = 10{,}536...$

1.82 **a)** $f'(x) = -25x^4 + 4x^3 + 20x - 7$
b) $f'(x) = 3 \cdot \sqrt{x} - \frac{3}{2 \cdot \sqrt{x}}$
c) $f'(t) = 7t^6 + 18t^5 - 6t - 9$
d) $f'(x) = \frac{5x^2 + 3}{2 \cdot \sqrt{x}}$
e) $f'(x) = 5x^4 + 16x^3 + 18x^2 + 34x$
f) $f'(t) = \frac{t - 1}{2t \cdot \sqrt{t}}$

1.83 **a)** $K'(x) = 2x + 2 + 294 \cdot (0{,}98x + 5)^{-2}$

b)



Aus der obigen Grafik erkennt man, dass der Gewinn bis zu einer Produktionsmenge von ungefähr 1,4 ME steigt. Den exakten Wert für jene Produktionsmenge, bei der der Gewinn nicht mehr steigt (waagrechte Tangente, Anstieg null) berechnet man mithilfe der ersten Ableitung $G'(x) = -22x + 38 - 294 \cdot (0{,}98x + 5)^{-2}$ und Bestimmung der reellen positiven Lösung der Gleichung $-22x + 38 - 294 \cdot (0{,}98x + 5)^{-2} = 0$.
Bei der Produktionsmenge $x = 1{,}397...$ ME ist der Anstieg der Gewinnfunktion null.
Für diese Produktionsmenge wird der maximale Gewinn von $G(1{,}397...) = 14{,}721...$ GE erzielt.

1.84 **a)** $f'(x) = 4x^3 - 6x$
$f''(x) = 12x^2 - 6$
$f'''(x) = 24x$
$f^{(4)}(x) = 24$

b) $f'(x) = 3x^2 - 6x^5$
$f''(x) = 6x - 30x^4$
$f'''(x) = 6 - 120x^3$
$f^{(4)}(x) = -360x^2$
$f^{(5)}(x) = -720x$
$f^{(6)}(x) = -720$

c) $f'(t) = 4t^3 + 12t^2 - 6$
$f''(t) = 12t^2 + 24t$
$f'''(t) = 24t + 24$
$f^{(4)}(t) = 24$

1.85 **a)** $y'' = -\frac{1}{4\sqrt{x^3}}$ **b)** $y'' = 6x^{-4}$ **c)** $y'' = \frac{10}{9\sqrt[3]{x^8}}$

d) Produkt- und Kettenregel oder Quotientenregel
$y'' = -\frac{2}{(x+1)^3}$

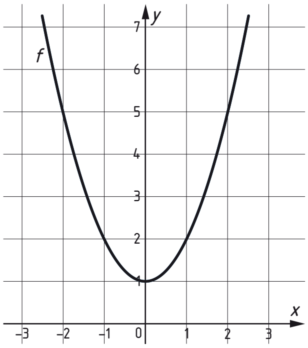
1.86 **a)** $\frac{32}{27}$ **b)** 96 **c)** $-\frac{4}{9}$

1.87 **a)** −3; −2 **b)** 0,669... **c)** −2; 2

1.88 **a)** $f'(t) = 2e^{2t}$; $f''(t) = 4e^{2t}$; $f'''(t) = 8e^{2t}$
b) $f'(x) = 2^x \cdot \ln(2)$; $f''(x) = 2^x \cdot \ln^2(2)$; $f'''(x) = 2^x \cdot \ln^3(2)$
c) $f'(z) = \frac{1}{z}$; $f''(z) = -\frac{1}{z^2}$; $f'''(z) = \frac{2}{z^3}$

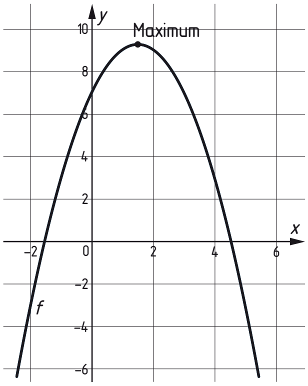
1.89 **a)** $y^{(4)} = (x + 4) \cdot e^x$ **b)** $y^{(7)} = -\frac{120}{x^6}$

1.91 a)



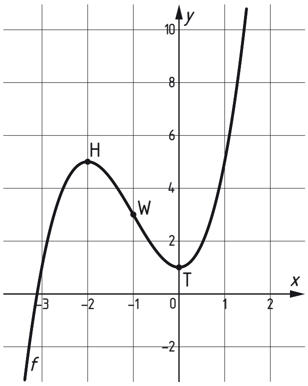
Streng monoton fallend bis $x = 0$
Streng monoton steigend ab $x = 0$
Krümmung: durchwegs positiv (links) gekrümmt
1 Extremwert bei $x = 0$, $y = 1$
$f''(0)$ = positiv $\Rightarrow$ Minimum
Kein Wendepunkt

b)



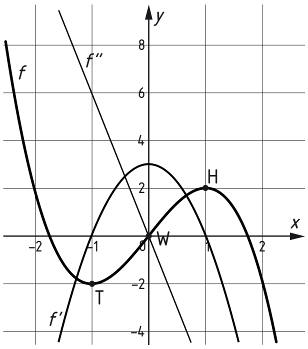
Streng monoton steigend bis $x = 1{,}5$
Streng monoton fallend ab $x = 1{,}5$
Krümmung: durchwegs negativ (rechts) gekrümmt
1 Extremwert bei $x = 1{,}5$; $y = 9{,}25$
$f''(1{,}5)$ = negativ $\Rightarrow$ Maximum
Kein Wendepunkt

c)



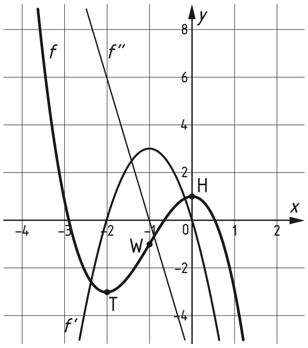
Streng monoton steigend bis $x = -2$ und ab $x = 0$
Streng monoton fallend im Intervall $]-2; 0[$
Krümmung negativ bis $x = -1$
Krümmung positiv ab $x = -1$
Maximum $H(-2|5)$; Minimum $T(0|1)$; Wendepunkt $W(-1|3)$

1.92 a)



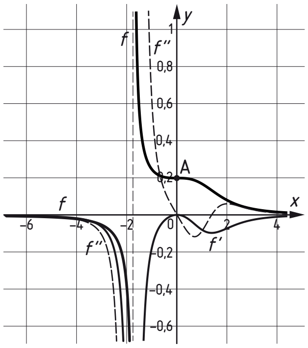
$H(1|2)$; $T(-1|-2)$; $W(0|0)$
Für die Punkte H und T gilt, dass die 1. Ableitung null ist, für H gilt, dass die 2. Ableitung an dieser Stelle negativ ist, für T gilt, dass die 2. Ableitung an dieser Stelle positiv ist.
Für W gilt, dass die 2. Ableitung null und die 3. Ableitung ungleich null ist.

b)



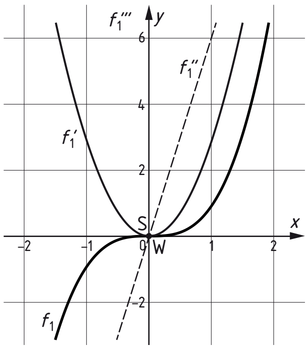
$H(0|1)$; $T(-2|-3)$; $W(-1|-1)$
Für die Punkte H und T gilt, dass die 1. Ableitung null ist, für H gilt, dass die 2. Ableitung an dieser Stelle negativ ist, für T gilt, dass die 2. Ableitung an dieser Stelle positiv ist.
Für W gilt, dass die 2. Ableitung null und die 3. Ableitung ungleich null ist.

c)

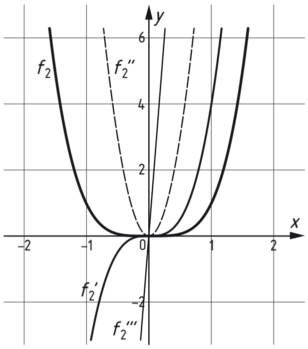


Kein lokales Maximum, kein lokales Minimum;
Das Krümmungsverhalten ändert sich bei $x = 0$.
f' hat an der Stelle $x = 0$ eine Nullstelle ohne Vorzeichenwechsel! Es gibt eine waagrechte Tangente.
Da die 3. Ableitung auch null ist, spricht man von einem „Flachpunkt".
Ein Wendepunkt liegt bei $x = 1{,}35$.

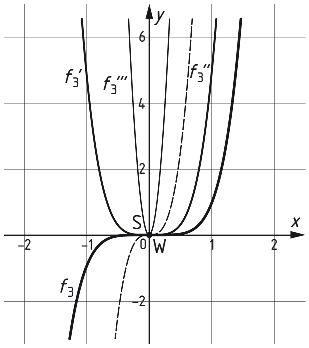
1.93



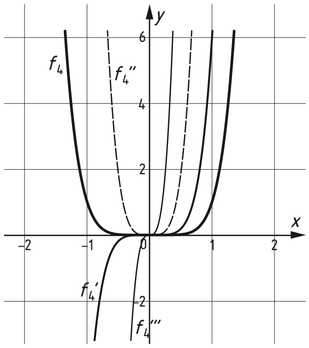
$f_1(x) = x^3$; $f_1'(x) = 3x^2$, $f_1''(x) = 6x$, $f_1'''(x) = 6$
$x_0 = 0$ ist ein „Sattelpunkt". Es sind die Bedingungen erfüllt, dass $f' = 0$ und $f'' = 0$ und $f''' \neq 0$.



$f_2(x) = x^4$; $f_2'(x) = 4x^3$, $f_2''(x) = 12x^2$, $f_2'''(x) = 24x$
In $x_0 = 0$ ändert sich das Krümmungsverhalten nicht. Daher kein Wendepunkt. Die Tangente ist waagrecht. Da die 3. Ableitung auch null ist, spricht man von einem „Flachpunkt".



$f_3(x) = x^5$; $f_3'(x) = 5x^4$, $f_3''(x) = 20x^3$, $f_3'''(x) = 60x^2$
In $x_0 = 0$ ändert sich das Krümmungsverhalten.
Die Tangente ist waagrecht. Daher ein „Sattelpunkt".



$f_4(x) = x^6$; $f_4'(x) = 6x^5$, $f_4''(x) = 30x^4$, $f_4'''(x) = 120x^3$
In $x_0 = 0$ ändert sich das Krümmungsverhalten nicht.
Kein Wendepunkt. Die Tangente ist waagrecht. Da die 3. Ableitung auch null ist, spricht man von einem „Flachpunkt".

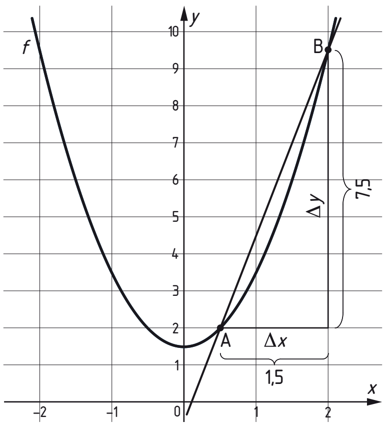
1.96 $s''(t) = 0{,}24$
Die Beschleunigung beträgt 0,24 m/s^2.

1.97 ***a)*** $h(0{,}5) = 133{,}75$ m
$v(t) = h'(t) = -30 - 10t$, $v(0{,}5) = -35$ m/s
b) $a = -10$ m/s^2 ... konstant (Erdbeschleunigung)

1.98 $v(t) = s'(t) = 20 + 3t$; $v(5) = 35$ m/s (= 126 km/h)
$a = 3$ m/s^2

1.99 $f'(x) = 6x^2$; $f'(2) = 24$: $f'(-2) = 24$
An beiden Stellen hat die Kurve f zueinander parallele Tangenten mit einem starken positiven Anstieg.

1.100



$$\frac{f(2) - f(0{,}5)}{1{,}5} = \frac{9{,}5 - 2}{1{,}5} = \frac{7{,}5}{1{,}5} = 5$$

1.101 Die mittlere Änderungsrate ist der Anstieg der Sekante im Intervall: grob geschätzt: 3,8.
Die lokale Änderungsrate an der gegebenen Stelle ist der Anstieg der Tangente an dieser Stelle: ca. –1.

1.102 bis **1.107**: Auf die grafischen Darstellungen wird verzichtet.

1.102 **a)** $f'(x) = 0$ **b)** $f'(x) = 0$ **c)** $\frac{ds}{dt} = 2t$ **d)** $f'(x) = 7^x \cdot \ln(7)$

1.103 **a)** $f'(x) = 23x^{22}$ **b)** $f'(x) = \frac{1}{5 \cdot \sqrt[5]{x^4}}$ **c)** $f'(x) = \frac{3}{4 \cdot \sqrt[4]{x}}$

d) $f'(x) = -\frac{4}{x^5}$ **e)** $f'(x) = -\frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{x^5}}$ **f)** $f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

1.104 **a)** $f'(x) = a$ **b)** $f'(x) = \frac{1}{a}$ **c)** $f'(x) = \frac{1}{b}$ **d)** $f'(x) = -\frac{1}{b}$

1.105 **a)** $f'(x) = 3x \cdot e^x + 3e^x$ **b)** $f'(x) = x^3 \cdot e^x + 3x^2 \cdot e^x + 2x \cdot e^x + 2e^x$
c) $f'(x) = 4x^2 \cdot e^x + 8x \cdot e^x + 8x$ **d)** $f'(x) = -x \cdot e^x - 2e^{2x} + 1$

1.106 **a)** $f'(x) = \frac{3x + 5}{2 \cdot \sqrt{x}}$ **b)** $f'(x) = \frac{21x^3 + 3}{2 \cdot \sqrt{x}}$ **c)** $f'(x) = 5x \cdot \sqrt{x} - 6 \cdot \sqrt{x}$ **d)** $f'(x) = \frac{7 \cdot \sqrt[3]{x^2} + 6}{6 \cdot \sqrt{x}}$

1.107 **a)** $f'(x) = 18 \cdot (3x - 2)^5$ **b)** $f'(x) = 6 \cdot e^{3x - 1}$ **c)** $f'(x) = 0{,}3 \cdot (-4x + 1) \cdot 3^{-2x^2 + x} \cdot \ln(3)$

1.108 **a)** $f'(x) = 2x + 3$ **b)** $f'(x) = 4 \cdot 2^x \cdot \ln(2)$ **c)** $f'(x) = 1 + \frac{\sqrt{5}}{2 \cdot \sqrt{x}} - \frac{7}{x^2}$

t: $y = 6{,}2x + 4{,}44$ t: $y = 1{,}39x + 4{,}39$ t: $y = 0{,}04x + 8{,}58$

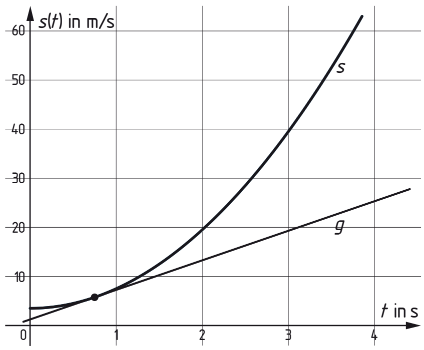
1.109 **a)** $f'(x) = 6x - 1$ **b)** $f'(x) = -\frac{3x^2}{4}$

t: $y = 17x - 25$ t: $y = -\frac{3x}{4} + \frac{1}{2}$

1.110 **a)** $f'(x) = 4x - 12$ **b)** $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot e^x$

t: $y = -2x + \frac{1}{2}$ t: $y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$

1.111



Die Tangente in einem Punkt der gegebenen Kurve muss die Steigung 6 haben.
Daher zeichnet man eine Gerade mit dem Anstieg 6 durch den Ursprung und verschiebt sie parallel bis sie die Kurve berührt. Dieser Tangentenpunkt liefert den gesuchten Zeitpunkt.
(ca. 0,8 s)

1.112 a) $s(t) = 40 - 4{,}5t - 5t^2$

$v(t) = -4{,}5 - 10t$

$v(2) = -24{,}5$ m/s

$s(2) = 11$; $s(0) = 40$

$v_m = \frac{11 - 40}{2} = -14{,}5$ m/s

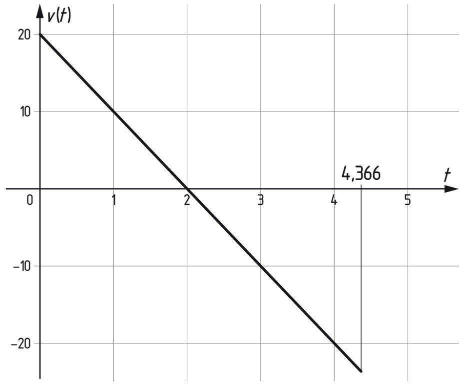
Die mittlere Geschwindigkeit in den ersten beiden Sekunden ist viel geringer als die erreichte Geschwindigkeit nach 2 Sekunden. Sie entspricht dem arithmetischen Mittel von Anfangsgeschwindigkeit (4,5 m/s) und Endgeschwindigkeit nach 2 Sekunden (24,5 m/s).

b) Höhe: 40 m ($t = 0$), Anfangsgeschwindigkeit $v(0) = 4{,}5$ m/s, nach unten gerichtet

c) $s''(t) = v'(t) = -10$ m/s^2

Unabhängig von der Anfangsgeschwindigkeit beträgt die Beschleunigung konstant 10 m/s^2, das entspricht gerundet der Erdbeschleunigung.

1.113 a)



Die gegebene Funktion s beschreibt einen lotrechten Wurf nach oben.

Für die Funktion der Momentangeschwindigkeit v gilt daher:

Positive v-Werte bedeuten, dass der geworfene Körper steigt, negative v-Werte, dass dieser fällt. Daher erreicht der geworfene Körper zu dem Zeitpunkt seine maximale Höhe, zu dem $v(t) = 0$ gilt, also zum Zeitpunkt $t = 2$ s.

b) Zeitpunkt des Aufpralls auf der Erdoberfläche:

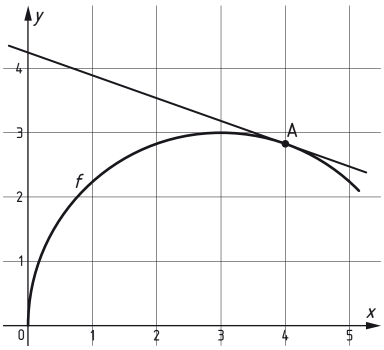
Positive Lösung der Gleichung $s(t) = 0$: $t = 4{,}366...$ s

Geschwindigkeit zu diesem Zeitpunkt: $v(4{,}366...) = -23{,}664...$ m/s

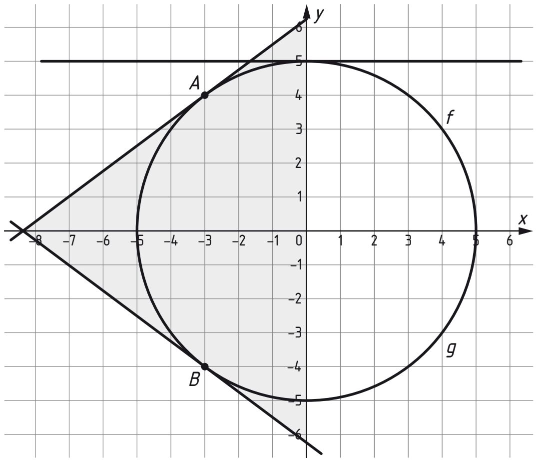
c) $s''(t) = v'(t) = -10$

Die Beschleunigung ist konstant, sie entspricht gerundet der Erdbeschleunigung.

1.114



t: $y = -0{,}35x + 4{,}24$



1.115 a) $f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{25-x^2}}$, t_A: $y = \frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$

$g'(x) = \frac{x}{\sqrt{25-x^2}}$, t_B: $y = -\frac{3}{4}x - \frac{25}{4}$

b) Schnittpunkt von t_A mit der y-Achse: $\left(0\middle|\frac{25}{4}\right)$

Schnittpunkt von t_B mit der y-Achse: $\left(0\middle|-\frac{25}{4}\right)$

Schnittpunkt von t_A und t_B: $\left(-\frac{25}{3}\middle|0\right)$

Es liegt ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basis $\frac{25}{2}$ und der Höhe $\frac{25}{3}$ vor.

Flächeninhalt: $\frac{625}{12}$ Flächeneinheiten

c) Eine waagrechte Tangente bedeutet, dass der Anstieg an dieser Stelle null ist. Daher muss an dieser Stelle die erste Ableitung der Funktion null sein, also $f'(x) = 0$.

Man ermittelt $f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{25-x^2}}$ und bestimmt die reellen Lösungen der Gleichung $-\frac{x}{\sqrt{25-x^2}} = 0$.

1.116 a) 3 505 Besucher

b) Von Beginn der Veranstaltung bis ca. 1 Stunde (0,989…) nach Beginn nimmt die Zahl der Besucher ab. Danach nimmt die Zahl der Besucher zu. Ab ca. 4,8 Stunden (4,844…) nach Beginn der Veranstaltung nimmt die Zahl der Besucher wieder ab bis sie ca. 7,3 Stunden (7,318…) nach Beginn null erreicht. Nach diesem Zeitpunkt nimmt bis zum Ende der Veranstaltung kein Besucher mehr an der Messe teil.

Um 14:51 Uhr war die maximale Besucherzahl mit 8 088 Besuchern.

Der Andrang ist unmittelbar vor Beginn um 10:00 Uhr am größten, falls es keinen Kartenvorverkauf gab (4 565 Besucher zu Beginn der Veranstaltung), oder um 12:55 Uhr, da zu diesem Zeitpunkt die Zunahme der Besucher am größten ist (Wendepunkt).

c) Von ca. 12:28 Uhr bis ca. 16:28 Uhr ist ein zusätzlicher Saal geöffnet.