

# 6

## Investitionen und Anleihen

Unter einer **Investition** versteht man eine Umwandlung von Zahlungsmitteln in andere Vermögenswerte wie etwa Maschinen, Rohstoffe oder Wertpapiere – wie etwa Anleihen. Investitionen haben insbesondere für die Wettbewerbsfähigkeit von Unternehmen eine große Bedeutung: Sie schaffen Grundlagen für die zukünftige Kosten- und Erlössituation und bestimmen die Positionierung des Unternehmens im Markt- und Wettbewerbsumfeld.



### 6.1 Dynamische Investitionsrechnung

#### 6.1.1 Grundbegriffe und Vereinbarungen

Die Investitionsrechnung beschäftigt sich mit der **rechnerischen Bewertung der Vorteilhaftigkeit von Investitionen**, und zwar absolut (Investition vorteilhaft oder nicht) oder relativ (Investition vorteilhafter als andere Investitionen). Dabei fließen naturgemäß nur quantifizierbare (also in Zahlen darstellbare) Größen ein, die endgültige Investitionsentscheidung kann aus betriebswirtschaftlichen oder ähnlichen Gründen (zB technische, rechtliche, moralische Fragen) auch anders ausfallen. Dies gilt insbesondere dann, wenn die rechnerische Entscheidung nicht sehr eindeutig ausfällt. **In diesem Kapitel basiert die Beurteilung einer Investition also auf rein mathematischen Kriterien.**

Weil aber die Investitionsrechnung zumindest als Ausgangspunkt für weitere Überlegungen benötigt wird, gilt sie als grundlegendes und wichtigstes Werkzeug einer Investitionsentscheidung. Die dabei angewandten verschiedenen rechnerischen Methoden werden in **statische und dynamische Verfahren der Investitionsrechnung** unterteilt.

Die **statische Investitionsrechnung** arbeitet mit Durchschnitts- und damit Näherungsgrößen der Kosten- und Erlösrechnung, womit der rechnerische Aufwand möglichst gering gehalten werden soll. Allen entsprechenden Verfahren ist gemein, dass sie den Zeitaspekt verschiedener Zahlungen und damit das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik außer Acht lassen. Statische Verfahren werden im Betriebswirtschaftsunterricht behandelt und sind nicht Teil des Mathematikunterrichts.

- A 6.1** Ein Taxi-Unternehmen möchte in ein neues, zusätzliches Taxi investieren. Die Anschaffungskosten betragen 45.000 €. Kalkuliert wird mit laufenden jährlichen Einnahmen von 36.000 € und laufenden jährlichen Ausgaben (Treibstoff, Wartung, Lohn etc.) von 26.000 €. Das Taxi soll nach einer Nutzungsdauer von 5 Jahren zu einem Restwert von 8.000 € weiterverkauft werden. Modelliere diese Investition als übersichtliche Tabelle und als Zeitlinie.



# Investitionen und Anleihen

Für die Lösung dieser Aufgabe benötigst du zuerst die Festlegung der wichtigsten Begriffe und Bezeichnungen:

**Anschaffungskosten, Kapitaleinsatz  $K_0$ :** Darunter versteht man das am Beginn zu investierende Kapital. Die Investitionsrechnung wird durchgeführt, um zu beurteilen, ob dieser Geldbetrag so oder doch besser anders eingesetzt werden soll.

**Nutzungsdauer  $n$ :** voraussichtliche oder geplante Dauer der Nutzung in Jahren.

**Laufende jährliche Ausgaben  $K_t$**  mit  $1 \leq t \leq n$ : Raten gleicher Höhe (Rente) oder auch unterschiedlicher Höhe jeweils zum Bezugszeitpunkt am Ende des Jahres summiert.

**Laufende jährliche Einnahmen  $E_t$**  mit  $1 \leq t \leq n$ : Erlöse gleicher Höhe (Rente) oder auch unterschiedlicher Höhe jeweils zum Bezugszeitpunkt am Ende des Jahres summiert.

**Laufende jährliche Rückflüsse  $R_t$**  mit  $0 \leq t \leq n$ : Differenzen der jährlichen Einnahmen und Ausgaben, auch Cashflows oder Gewinne genannt. Es gilt:  $R_0 = -K_0$  und  $R_t = E_t - K_t$ .

**Liquidationserlös, Restwert:** Am Ende der Nutzungsdauer wird das Investitionsobjekt (gegebenenfalls) um diesen Betrag veräußert. Er wird zu den Einnahmen des letzten Jahres addiert, ist also Teil von  $E_n$ .

Mithilfe dieser Begriffe ist die Lösung der Aufgabe 6.1 möglich:

Jahr	Einnahmen $E_t$	Ausgaben $K_t$	Rückflüsse $R_t$
0		45.000,00 €	-45.000,00 €
1	36.000,00 €	26.000,00 €	10.000,00 €
2	36.000,00 €	26.000,00 €	10.000,00 €
3	36.000,00 €	26.000,00 €	10.000,00 €
4	36.000,00 €	26.000,00 €	10.000,00 €
5	44.000,00 €	26.000,00 €	18.000,00 €

In der dynamischen Investitionsrechnung spielt der Zinssatz, der der Kalkulation zugrunde liegt, eine besonders wichtige Rolle.

**Kalkulationszinssatz  $i_K$ :** Der Investor kalkuliert mit diesem Zinssatz. Er rechnet damit, im Falle der Investition seine Rückflüsse und bei Nicht-Investition sein Kapital zu diesem Zinssatz anlegen zu können.

- Die Investition erfolgt nur aus vorhandenen **Eigenmitteln**: Der Kalkulationszinssatz orientiert sich am (niedrigeren) **Haben-Zinssatz** des Kapitalmarktes (zB Zinssatz für diverse Sparanlagen).
- Die Investition erfolgt nur aus geliehenem **Fremdkapital**: Der Kalkulationszinssatz orientiert sich am (höheren) **Soll-Zinssatz** des Kapitalmarktes (zB Kreditzinssatz).
- Stammt das Kapital aus eigenen und aus fremden Quellen, liegt der Kalkulationszinssatz zwischen Haben- und Soll-Zinssatz, meist näher beim Soll-Zinssatz.
- Jede Investition bedeutet ein Risiko für den Investor. Deswegen werden oft **Risikozuschläge** in den Kalkulationszinssatz eingerechnet, die diesen mitunter merklich über das Kapitalmarktniveau heben.

# Investitionen und Anleihen

Das Einführungsbeispiel und die Grundbegriffe weisen teilweise schon auf folgende üblichen **Vereinbarungen und grundlegende Feststellungen** hin:

- Investitionen werden im Allgemeinen über Jahre hinweg analysiert, die Zahlungsreihen sind also für gewöhnlich **jährlich** zu verstehen.
- Alle Zahlungen bis auf die Anschaffung der Investition selbst werden so zusammengefasst, dass sie stets als (jährlich) **nachschüssig** betrachtet werden können.
- Alle Kalkulationen erfolgen aus der **Perspektive des Investors**, deshalb weisen seine Einnahmen ein positives und seine Ausgaben ein negatives Vorzeichen auf.
- Für die Methoden der Investitionsrechnung genügen die Kenntnisse der Zinseszins- und der Rentenrechnung. Insbesondere gilt nach wie vor der fundamentale Grundsatz des **Äquivalenzprinzips der Finanzmathematik**.
- Für gewöhnlich werden sogenannte **Normalinvestitionen** betrachtet. Diese beginnen mit einer Ausgabe – negativer Rückfluss – und haben nur einen Vorzeichenwechsel, nämlich von negativen auf positive Rückflüsse. Die nominelle Summe der Einnahmen ist größer als die der Ausgaben. Unter einer „**nominellen Summe**“ versteht man die Addition der Beträge ohne Berücksichtigung des Äquivalenzprinzips. Ist die nominelle Summe der Einnahmen kleiner als die der Ausgaben, dann ist die Investition von vornherein nicht sinnvoll.
- Im Sinne einer möglichst einfachen Modellrechnung bleiben Sonderzahlungen (Gebühren, Steuern etc.), die allgemeine Geldentwertung (Inflation) und andere Details unberücksichtigt.

**ABD**

**6.2** Eine GmbH möchte ihre Produktion ausweiten und plant eine Erweiterung ihrer Produktionsanlage. Die Anschaffungskosten betragen 1.425.000 €, wobei die Nutzungsdauer 5 Jahre beträgt und der dann noch zu erzielende Restwert auf 60.000 € geschätzt wird. Die zu erwartenden jährlichen Rückflüsse am Ende der Jahre 1 bis 5 betragen 220.000 €, 310.000 €, 480.000 €, 460.000 € und 320.000 €.



- Erstelle eine tabellarische Übersicht der Rückflüsse.
- Erläutere, ob diese Investition auf den ersten Blick, also ohne finanzmathematische Methoden, sinnvoll erscheint.

**ABD**

**6.3** Bei Investitionen zum Beispiel in Maschinen müssen verschiedenste Kostenfaktoren berücksichtigt werden. Die folgende Tabelle zeigt eine Übersicht für ein Objekt mit Anschaffungskosten in der Höhe von 70.000 € und einer Laufzeit von 3 Jahren.

Posten	Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3
Einnahmen	40.000,00 €	60.000,00 €	40.000,00 €
Wartungskosten	4.000,00 €	7.000,00 €	9.000,00 €
Materialkosten	800,00 €	2.500,00 €	1.500,00 €
Personalkosten	13.000,00 €	15.000,00 €	15.500,00 €
Werbungskosten	1.000,00 €	500,00 €	500,00 €
Sonstige Kosten	2.000,00 €	2.500,00 €	3.500,00 €

- Erstelle eine tabellarische Übersicht der Einnahmen, Ausgaben und Rückflüsse.
- Erkläre, wie hoch der Liquidationserlös für eine sinnvolle Beurteilung dieser Investition mindestens sein sollte.



**6.4** Das Geschäft eines innovativen Druckereibetriebs floriert und es wird die Anschaffung einer neuen Textildruckmaschine um 220.000 € überlegt, deren Nutzungsdauer 4 Jahre beträgt. Die jährlichen Einnahmen betragen im 1. Jahr 140.000 € und sinken dann pro Jahr um 10.000 €. Der Restwert der Maschine wird mit 40.000 € veranschlagt.

Die Personalkosten betragen anfangs 32.000 € und steigen um 2 % pro Jahr, die Materialkosten steigen ausgehend von 15.000 € um 3.000 € pro Jahr, die sonstigen Kosten betragen ebenfalls 15.000 € im 1. Jahr und sinken dann um 4 % pro Jahr.

- Übertrage diese Daten in eine tabellarische Übersicht der Einnahmen, aller Ausgaben und Rückflüsse.
- Argumentiere, um welche Wachstumsart es sich bei den steigenden Personalkosten bzw. Materialkosten handelt.

## 6.1.2 Kapitalwertmethode

**6.5** Das Taxi-Unternehmen (Aufgabe 6.1) erwartet mit der Investition von 45.000 € bei einem Kalkulationszinssatz von 6 % p. a. die folgenden Rückflüsse: 10.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 18.000 €.

- Ermittle den Kapitalwert dieser Investition.
- Beurteile die Vorteilhaftigkeit der Investition auf Basis der Kapitalwertmethode.

Wir führen einen neuen Begriff ein:

Der **Kapitalwert**  $C_0$  ist die Differenz zwischen der Summe aller Barwerte der Rückflüsse und den Anschaffungskosten.

Das heißt, alle Rückflüsse  $R_t$  werden auf den Zeitpunkt der Anschaffung abgezinst und summiert. Von dieser Summe werden die Anschaffungskosten subtrahiert.

$$C_0 = -K_0 + \frac{R_1}{r_K} + \frac{R_2}{r_K^2} + \dots + \frac{R_n}{r_K^n} = -K_0 + \sum_{t=1}^n \frac{R_t}{r_K^t} \quad \text{mit } r_K = 1 + i_K$$

**Beurteilung** der Vorteilhaftigkeit einer Investition aufgrund der Kapitalwertmethode:

Eine Investition ist **vorteilhaft**, wenn der **Kapitalwert positiv** ist ( $C_0 > 0$ ).

Unter mehreren Investitionen ist jene am **vorteilhaftesten**, die den **größten (positiven)**

**Kapitalwert** aufweist.

Die Kapitalwertmethode verliert beim Vergleich mehrerer Investitionen mit unterschiedlicher Nutzungsdauer an Aussagekraft.

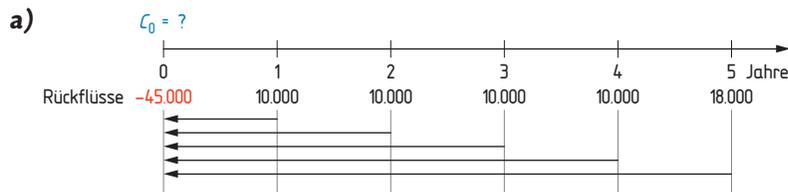
Anmerkung:

Wenn mehrere Investitionen mit dieser Methode verglichen werden, sollte die **Nutzungsdauer identisch** sein. Andernfalls stellen sich abseits der Mathematik betriebswirtschaftliche Fragen zur weiteren Vorgangsweise.

Beispielsweise könnte bei kürzerer Nutzungsdauer neuerlich investiert werden. Auf Basis derartiger Überlegungen können möglicherweise Kosten bzw. Einnahmen auch für die noch ausstehenden Jahre prognostiziert und damit die Nutzungszeiten verschiedener Investitionen angeglichen werden.

# Investitionen und Anleihen

Wir sind nun in der Lage, Aufgabe 6.5 zu lösen:



$$C_0 = -45\,000 + \frac{10\,000}{1,06} + \frac{10\,000}{1,06^2} + \frac{10\,000}{1,06^3} + \frac{10\,000}{1,06^4} + \frac{18\,000}{1,06^5} =$$

$$= -45\,000 + 10\,000 \cdot \frac{1,06^4 - 1}{1,06 - 1} \cdot \frac{1}{1,06^4} + \frac{18\,000}{1,06^5} = 3.101,70 \text{ €}$$

b) Der Kapitalwert ist positiv, die Investition aus dieser Sicht daher vorteilhaft.

## Technologieeinsatz bei der Kapitalwertmethode

Die Liste der Rückflüsse werden bei TI-Nspire im Fenster **list & spreadsheets** eingegeben.

**npv(Zinssatz, Anschaffungswert, Liste der Rückflüsse)** ... Kapitalwert der Anleihe in einer Zelle

Auch im Calculator lässt sich der Kapitalwert berechnen:

**npv(Zinssatz, Anschaffungswert, Liste der unterscheidbare Rückflüsse; Liste der Anzahl)**



	A	B	C	D
1	-45000	3101.7		
2	10000			
3	10000			
4	10000			
5	10000			



Technologieeinsatz zu diesem Thema für TI82-84, Excel und Geogebra  
siehe [www.hpt.at](http://www.hpt.at) (Schulbuch Plus für Schüler/innen)

BD

**6.6** Ein fleißiger Sparer möchte 120.000 € in das Geschäft seines Bruders investieren, der mit einer neuen Geschäftsidee auf den Markt gehen will.

Der Bruder verspricht, über 10 Jahre Gewinnanteile von jährlich mindestens 14.000 € zurückzuzahlen.

Beurteile die Sinnhaftigkeit der Investition anhand der Kapitalwertmethode bei einem Kalkulationszinssatz von 3 % p. a.

Lösung:

$$C_0 = -120\,000 + 14\,000 \cdot \frac{1,03^{10} - 1}{1,03 - 1} \cdot \frac{1}{1,03^{10}} = -577,16 \text{ €}$$

$C_0 < 0$ , daher gilt die Investition unter diesen Voraussetzungen nicht als rentabel. Sollte der Bruder aber geschäftstüchtig sein und die „mindestens“ 14.000 € jährlich verlässlich überschreiten, könnte man angesichts des nur knapp negativen Kapitalwerts trotzdem investieren.



**6.7** Beurteile im Folgenden jeweils mithilfe der Kapitalwertmethode für eine Investition **1)** aus Eigenmitteln (4 % p. a.) bzw. **2)** aus Fremdkapital (15 % p. a.).

Jahr	a) Rückflüsse $R_t$	b) Rückflüsse $R_t$	c) Rückflüsse $R_t$	d) Rückflüsse $R_t$
0	-200.000,00 €	-20.000,00 €	-80.000,00 €	-150.000,00 €
1	80.000,00 €	12.000,00 €	20.000,00 €	33.000,00 €
2	70.000,00 €	15.000,00 €	20.000,00 €	33.000,00 €
3	50.000,00 €	13.000,00 €	20.000,00 €	33.000,00 €
4	30.000,00 €	10.000,00 €	20.000,00 €	33.000,00 €
5	40.000,00 €	12.000,00 €	20.000,00 €	33.000,00 €

**6.8** Eine Firma plant eine Investition in eine Anlage mit 4 Jahren Nutzungsdauer. Dazu wird Fremdkapital (Verzinsung 12 % p. a.) eingesetzt. Die zu erwartende Rückflussreihe (in Euro; ohne Liquidationserlös) lautet -125 000; 40 000; 32 000; 28 000; 22 000.

- a) Begründe, warum es hier keiner finanzmathematischen Methoden bedarf, um diese Investition zu beurteilen.
- b) Erstelle die Ansatzgleichung, mit der derjenige Liquidationserlös bestimmt werden kann, der nach den 4 Jahren erzielt werden müsste, damit die Investition einen positiven Kapitalwert aufweist.
- c) Erkläre, wie die notwendige Erhöhung des Restwerts sehr schnell berechnet werden kann, wenn der Kapitalwert um 10.000 € höher sein soll.

**6.9** In der Tabelle sind die Einnahmen und Ausgaben einer Investition angeführt.

Jahr	Einnahmen $E_t$	Ausgaben $A_t$
0		25.000,00 €
1	16.000,00 €	6.000,00 €
2	15.200,00 €	6.720,00 €
3	14.440,00 €	7.526,40 €
4	17.718,00 €	8.429,57 €

- a) Interpretiere die Tabelle hinsichtlich folgender Fragen:
  - Um welchen konstant bleibenden Prozentsatz ändern sich die Ausgaben bzw. Einnahmen?
  - Wie groß ist der Restwert?
- b) Beurteile mithilfe der Kapitalwertmethode die Sinnhaftigkeit dieser Investition. ( $i_K = 10\%$  p. a.)

Bei den Berechnungen des Kapitalwerts konntest du beobachten, dass der Kapitalwert in der dynamischen Investitionsrechnung stark vom Kalkulationszinssatz  $i_K$  abhängt. Diese Abhängigkeit  $C_0$  als Funktion von  $i_K$  kann mit dem Graphen der **Kapitalwertfunktion** bzw. **Kapitalwertkurve** veranschaulicht werden.

**6.10** Die Anschaffungskosten einer Investition betragen 45.000 €. In den darauffolgenden Jahren wird eine Summe der nominellen Rückflüsse von 58.000 € erwartet. Die Kapitalwerte wurden bei unterschiedlichen Kalkulationszinssätzen berechnet und grafisch dargestellt.

Interpretiere die **Kapitalwertkurve** dieser Investition hinsichtlich ihres Verlaufs und der markierten Punkte A, N und Y.



# Investitionen und Anleihen

Lösung:

- Die Kurve zeigt die Abhängigkeit des Kapitalwerts vom Kalkulationszinssatz: Niedrigere Kalkulationszinssätze führen zu höheren Kapitalwerten und höhere Kalkulationszinssätze zu niedrigeren Kapitalwerten. Die Kurve ist streng monoton fallend.
- Y: Bei  $i_K = 0\%$  beträgt der Kapitalwert 13.000 €. Der Schnittpunkt der Kapitalwertkurve mit der y-Achse entspricht der Summe der nominalen Rückflüsse minus dem Anschaffungswert:  $58\,000 - 45\,000$ . (Das ist der Kapitalwert in der sogenannten statischen Investitionsrechnung.)
- A: Bei  $i_K = 6\%$  p. a. beträgt der Kapitalwert 3.101,70 €, die Investition ist vorteilhaft.
- N: Bei  $i_K = 8,29\%$  p. a. beträgt der Kapitalwert 0 € (Nullstelle der Funktion). Dieser spezielle Zinssatz heißt **interner Zinssatz** der Investition. Liegt der Kalkulationszinssatz über diesem Wert, so wird der Kapitalwert negativ und die Investition unrentabel.

ABC



**6.11** Durch eine Investitionssumme von 125.000 € werden in den nächsten 3 Jahren Rückflüsse von 60.000 €, 50.000 € und 40.000 € erwartet.

- Modelliere die Kapitalwertkurve  $C_0(i_K)$  mit  $i_K$  in Prozent.
- Zeichne diese Kurve.
- Lies den Kapitalwert bei einem Kalkulationszinssatz von 8 % ab.
- Vergleiche diesen abgelesenen mit dem tatsächlichen Wert.

Lösung:

$$\text{a) } C_0(i_K) = -125\,000 + \frac{60\,000}{1 + \frac{i_K}{100}} + \frac{50\,000}{\left(1 + \frac{i_K}{100}\right)^2} + \frac{50\,000}{\left(1 + \frac{i_K}{100}\right)^3}$$



**c)** knapp über 5.000 €

$$\text{d) } C_0(8) = -125\,000 + \frac{60\,000}{1,08} + \frac{50\,000}{1,08^2} + \frac{40\,000}{1,08^3} = 5.175,79 \text{ €}$$

Das abgelesene Ergebnis wird (im Rahmen einer Schätztoleranz) durch die Rechnung bestätigt.

**D 6.12** Drei Kapitalwertfunktionen  $C_{0A}(x)$ ,  $C_{0B}(x)$ ,  $C_{0C}(x)$  in € sind gegeben.

$$C_{0A}(x) = -3\,000 + \frac{2\,000}{1 + 0,01x} + \frac{2\,000}{(1 + 0,01x)^2}$$

$$C_{0B}(x) = -3\,000 + \frac{2\,000}{1 + x} + \frac{2\,000}{(1 + x)^2}$$

$$C_{0C}(x) = -3\,000 + \frac{2\,000}{x} + \frac{2\,000}{x^2}$$

Erläutere jeweils, wie  $x$  definiert ist und welcher Definitionsbereich sinnvoll ist, wenn man den Kalkulationszinssatz oben mit 40 % beschränkt.

**6.13** Der Chef in einem größeren Betrieb kommt mit folgendem Anliegen auf seinen Finanzmathematiker zu: „Wir müssen nun in eine neue Anlage investieren. Laut meinen Informanten kann man mit Rückflüssen von jährlich 15.000 € über 4 Jahre Nutzungsdauer rechnen. Der Liquidationserlös soll 5.000 € betragen. Für die Anschaffungskosten von 50.000 € müssen wir allerdings einen Kredit aufnehmen.“



- Erstelle ein übersichtliches Diagramm, worin der Zusammenhang zwischen Zinssatz und Gesamtwert der Investition aus heutiger Sicht dargestellt wird.
- Erkläre das Diagramm, insbesondere die beiden Achsenschnittpunkte.

**6.14** Eine Schülergruppe nimmt mit einem Filmprojekt am Businessplan-Wettbewerb teil. Für die Filmproduktion wird mit folgenden zwei Modellen A und B kalkuliert, die sich in der Laufzeit unterscheiden.

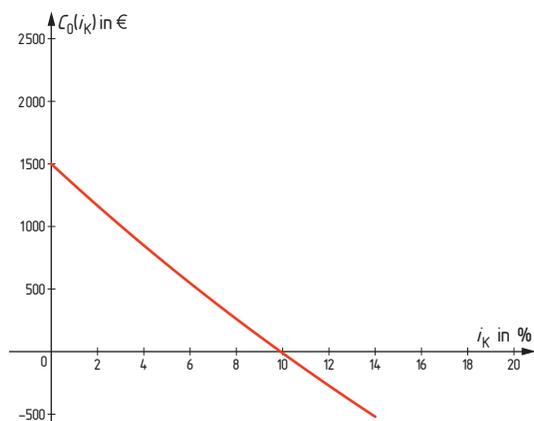
Jahr	A: Rückflüsse $R_t$	B: Rückflüsse $R_t$
0	-120.000,00 €	-85.000,00 €
1	25.000,00 €	25.000,00 €
2	30.000,00 €	30.000,00 €
3	35.000,00 €	35.000,00 €
4	40.000,00 €	40.000,00 €
5	45.000,00 €	



- Die Schülergruppe wendet die Kapitalwertmethode mit 8 % an. Berechne diese beiden Kapitalwerte.
- Argumentiere, welche Problematik sich durch die unterschiedlichen Laufzeiten bei der Investitionsentscheidung ergibt.
- Zeichne die beiden Kapitalwertkurven in ein Koordinatensystem.
- Erläutere, welches zusätzliche Problem für die Beurteilung der Investition durch die Graphik zum Vorschein kommt.

**6.15** Die Kapitalwertkurve einer Investition ist dargestellt.

- Skizziere in dieses Diagramm die Kapitalwertkurve, wenn die Anschaffungskosten um 500 € sinken. Begründe deine Vorgangsweise.
- Erkläre, wie sich die Kurve ändert, wenn beim ursprünglichen Anschaffungswert die Summe der nominellen Rückflüsse um 500 € steigt.



## 6.1.3 Annuitätenmethode

Die Annuitätenmethode basiert auf der Kapitalwertmethode, nur wird der Wert einer Investition quasi als durchschnittlicher jährlicher Gewinn angegeben. Dadurch ist dieser Wert für den Investor anschaulicher als der Kapitalwert.

ABD

**6.16** Betrachte noch einmal das Taxi-Unternehmen (Aufgabe 6.1) mit den Rückflüssen –45.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 18.000 €.

- Ermittle die Gewinnannuität dieser Investition bei einem Kalkulationszinssatz von 6 % p. a.
- Beurteile die Vorteilhaftigkeit der Investition auf Basis der Annuitätenmethode.

Wir legen einige weitere Begriffe fest:

Die (**Gewinn-)**Annuität  $A$  ist jene nachschüssige Rate über den Zeitraum der Nutzungsdauer, die sich aus dem Kapitalwert  $C_0$  ergibt. Der Kapitalwert nimmt dabei die Rolle des Barwerts einer nachschüssigen Jahresrente ein.

$$C_0 = \frac{A}{r_K^n} \cdot \frac{r_K^n - 1}{r_K - 1} \Rightarrow A = C_0 \cdot r_K^n \cdot \frac{r_K - 1}{r_K^n - 1}$$

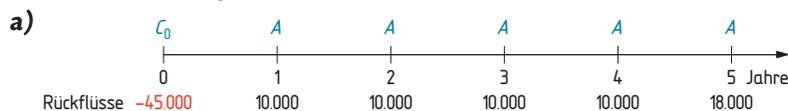
**Beurteilung** der Vorteilhaftigkeit einer Investition aufgrund der Annuitätenmethode: Eine Investition ist **vorteilhaft**, wenn die **Annuität positiv** ist ( $A > 0$ ).

Unter mehreren Investitionen ist jene am **vorteilhaftesten**, die die **größte (positive) Annuität** aufweist.

Bei der Beurteilung von Einzelinvestitionen und beim Vergleich mehrerer Investitionen gleicher Nutzungsdauer führen Kapitalwert- und Annuitätenmethode stets zur selben Entscheidung.

Beim Vergleich mehrerer Investitionen unterschiedlicher Nutzungsdauer können sich die beiden Methoden scheinbar widersprechen. Dieses Paradoxon kann nur über die Anpassung der Laufzeit aufgelöst werden. In der Regel ist aber die Aussagekraft der Annuität als „durchschnittlicher Gewinn“ höher.

Wir lösen nun Aufgabe 6.16:



mit Technologieeinsatz  $C_0 = 3.101,70$  €. (siehe auch Aufgabe 6.5)

Berechnung der nachschüssigen Annuität über die Rentenformel, bei der der Kapitalwert die Rolle des Barwerts einnimmt:

$$3.101,70 \cdot 1,06^5 = A \cdot \frac{1,06^5 - 1}{1,06 - 1}$$

$$A = 3.101,70 \cdot 1,06^5 \cdot \frac{1,06 - 1}{1,06^5 - 1} = 736,33 \text{ €}$$

- Die Gewinnannuität ist positiv, die Investition aus dieser Sicht daher vorteilhaft. Unter den gegebenen Voraussetzungen muss die Annuitätenmethode hier zur selben Beurteilung wie die Kapitalwertmethode führen.

BD

- 6.17** Wer hohe Ersparnisse hat, kann zum Beispiel in Luxus-Immobilien investieren und durch Vermietung Gewinn erwirtschaften. Ein lukratives Angebot lautet: Kaufpreis 3,8 Mio. €; jährliche Mieteinnahmen 400.000 €; geschätzter Restwert nach 15 Jahren 1,5 Mio. €; Habenzins als Kalkulationsgrundlage 4 %. Beurteile das Objekt auf Basis der Annuitätenmethode.



Lösung:

$$K_{15} = -3\,800\,000 \cdot 1,04^{15} + 400\,000 \cdot \frac{1,04^{15} - 1}{1,04 - 1} + 1\,500\,000 = 2\,665\,849,73$$

$$K_{15} = A \cdot \frac{1,04^{15} - 1}{1,04 - 1} \Rightarrow A = 133.135,47 \text{ €} > 0, \text{ die Investition ist rentabel.}$$

- 6.18** Beurteile im Folgenden jeweils mithilfe der Annuitätenmethode für eine Investition mit dem Kalkulationszinssatz 8 %.

BD

Jahr	a) Rückflüsse $R_t$	b) Rückflüsse $R_t$	c) Rückflüsse $R_t$	d) Rückflüsse $R_t$
0	-12.000,00 €	-155.000,00 €	-36.000,00 €	-1.200.000,00 €
1	3.000,00 €	60.000,00 €	9.000,00 €	400.000,00 €
2	3.500,00 €	50.000,00 €	9.000,00 €	400.000,00 €
3	4.000,00 €	40.000,00 €	9.000,00 €	400.000,00 €
4	4.500,00 €	30.000,00 €	9.000,00 €	400.000,00 €
5	5.000,00 €	50.000,00 €	9.000,00 €	400.000,00 €

- 6.19** Für eine Investitionssumme von 20.000 € sind 7-mal jährliche Rückflüsse von 4.000 € zu erwarten (7,5 % Kalkulationszinssatz).

BD

a) Beurteile diese Investition auf Basis der Annuitätenmethode.

b) Berechne die nachschüssige Rentenrate  $R$ , deren Barwert gleich der Investitionssumme ist.

Zeige, dass  $A$  hier gleich der Differenz des jährlichen Cashflows von 4.000 € minus der Rentenrate  $R$  ist.

- 6.20** Du investierst 2 Jahre mit einer Investitionssumme von 55.000 € in einen landwirtschaftlichen Betrieb.

Die jährlichen Gewinne variieren stark aufgrund der Wetterabhängigkeit.

Du gehst zur Sicherheit bei  $i_K = 8\%$  bei einer voraussichtlich guten Ernte im nächsten Jahr von einem Rückfluss von 80.000 € und einer angenommenen Missernte im übernächsten Jahr von 20.000 € Rückfluss aus.



BCD

a) Berechne die Annuität der Investition für diese beiden Jahre.

Vergleiche, welche Annuität sich ergibt, wenn 2 gleich hohe Rückflüsse in der Höhe des arithmetischen Mittels beider Rückflüsse von 50.000 € vorliegen würden.

b) Beurteile die Investition mit der Annuitätenmethode auch im Hinblick darauf, dass in beiden Jahren Missernten sein könnten.

# Investitionen und Anleihen

**AB**

**6.21** Ein Unternehmen hat die elektronischen Daten verloren, auf deren Basis eine positive Investitionsentscheidung gefällt wurde. Immerhin kann sich der Betriebsmathematiker aber noch an das Ergebnis erinnern, eine Annuität in der Höhe von gerundet 900 € bei 6,5 % p. a. über 10 Jahre.

- a) Ermittle den dazugehörigen Kapitalwert.
- b) Papierunterlagen über die Investitionssumme von 95.110 € und den geschätzten Liquidationserlös von 22.000 € werden gefunden. Bestimme die jährlich konstanten Cashflows.

**ABD**

**6.22** Eine Bäckerei möchte sich einen Spezial-Backofen anschaffen und holt zwei Angebote A und B ein, die Backöfen unterschiedlicher Nutzungsdauer offerieren.

Jahr	A: Rückflüsse $R_t$	B: Rückflüsse $R_t$
0	-78.000,00 €	-99.000,00 €
1	36.000,00 €	51.000,00 €
2	30.000,00 €	43.000,00 €
3	24.000,00 €	35.000,00 €
4	18.000,00 €	



Die Investition wird mit 10 % p. a. kalkuliert.

- a) Ermittle die Kapitalwerte und Gewinnannuitäten beider Angebote. Beurteile die Ergebnisse in Hinblick auf eine Investitionsentscheidung.
- b) Beurteile die Ergebnisse, wenn man die Annuität von B auf die Nutzungsdauer von A ausweitet.
- c) Mit dem Backofen B soll auch im 4. Jahr gearbeitet werden. Erstelle eine Gleichung, mit der der Mindest-Gewinn im 4. Jahr berechnet werden kann, damit die Entscheidung zugunsten von Ofen B ausfällt. Löse die Gleichung. Beurteile nun erneut die Investitionsentscheidung.

**ABCD**

**6.23** Zwei Maschinenangebote lauten bei 5 %:

Maschine A: Anschaffung 15.000 €;  
jährliche Rückflüsse 10.000 €;  
Nutzungsdauer 2 Jahre.

Maschine B: Anschaffung 20.000 €;  
jährliche Rückflüsse 9.000 €;  
Nutzungsdauer 3 Jahre.

- a) Beurteile aufgrund der Kapitalwert- und der Annuitätenmethode, welche Maschine vorteilhafter erscheint.
- b) Anpassung der Nutzungsdauer: Es wird hintereinander unter nominell gleich bleibenden Bedingungen in 3 Maschinen A bzw. 2 Maschinen B investiert, so dass die gemeinsame Nutzungsdauer von 6 Jahren einen besseren Vergleich zulässt. Erstelle eine Tabelle mit allen Rückflüssen in 6 Jahren.
- c) Beurteile nun erneut nach der Kapitalwert- und der Annuitätenmethode. Vergleiche die Ergebnisse der Annuitätenmethode bei unterschiedlicher und bei angepasster Laufzeit.



## 6.1.4 Methode des internen Zinssatzes

Der bereits erwähnte interne Zinssatz entspricht in der Investitionsrechnung dem von früher bekannten Effektivzinssatz, für den die Beziehung gilt: „Leistung = Gegenleistung“. Der interne Zinssatz ist ohne Kalkulationszinssatz berechenbar und sehr anschaulich, er hängt nicht direkt von der absoluten Größenordnung der Rückflüsse einer Investition ab.

**6.24** Betrachte wieder das Taxi-Unternehmen (Aufgabe 6.1) mit den Rückflüssen: -45.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 18.000 €.

- Ermittle den internen Zinssatz dieser Investition.
- Beurteile die Vorteilhaftigkeit der Investition auf Basis der Methode des internen Zinssatzes im Vergleich zu einem Kalkulationszinssatz von  $i_K = 6\%$  p. a.
- Erkläre, wie der interne Zinssatz hier graphisch ermittelt werden kann.

Wir präzisieren zunächst die Begriffe, die wir zum Lösen der Aufgabe benötigen:

Der **interne Zinssatz  $i_r$  (Rendite, Rentabilität, Effektivzinssatz)** ist jener jährlich dekursive Zinssatz, bei dem der Kapitalwert  $C_0 = 0$  wird. Er ergibt sich durch das (in der Regel nur mit Technologie mögliche) Lösen der folgenden Gleichung:

$$0 = -K_0 + \frac{R_1}{r_r} + \frac{R_2}{r_r^2} + \dots + \frac{R_n}{r_r^n} = -K_0 + \sum_{t=1}^n \frac{R_t}{r_r^t} \quad \text{mit } i_r = r_r - 1$$

**Beurteilung** der Vorteilhaftigkeit einer Investition anhand des internen Zinssatzes:

Eine Investition ist **vorteilhaft**, wenn **der interne Zinssatz größer als der Kalkulationszinssatz** ist ( $i_r > i_K$ ).

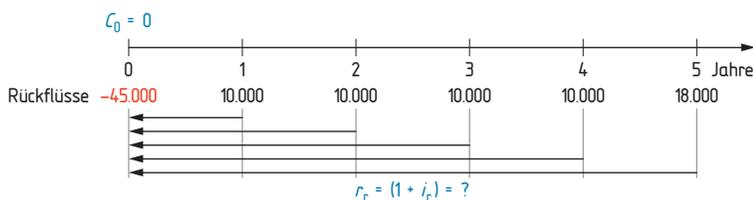
Unter mehreren Investitionen ist jene am **vorteilhaftesten**, die den **größten internen Zinssatz** aufweist.

Bei der Beurteilung von Einzelinvestitionen führen Kapitalwert- und Annuitätenmethode sowie die Methode des internen Zinssatzes stets zur selben Entscheidung.

Beim Vergleich mehrerer unterschiedlicher Investitionen kann die Methode des internen Zinssatzes aber eine andere Beurteilung ergeben, auch dann, wenn die Nutzungsdauer der Investitionen gleich sind. Hier sollte man die Kapitalwertmethode bevorzugen bzw. die Kapitalwertkurven im Detail interpretieren.

Wir lösen nun Aufgabe 6.24:

- Die Rückflüsse zinsen wir zum Beispiel auf den Zeitpunkt der Anschaffung ab.



$$0 = -45\,000 + \frac{10\,000}{r_r} + \frac{10\,000}{r_r^2} + \frac{10\,000}{r_r^3} + \frac{10\,000}{r_r^4} + \frac{18\,000}{r_r^5}$$

Mit Technologie die Gleichung lösen:  $r_r \approx 1,0829 \Rightarrow i_r \approx 8,29\%$  p. a.

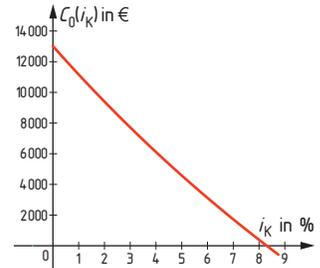
- Der interne Zinssatz ist größer als der Kalkulationszinssatz, die Investition aus dieser Sicht daher vorteilhaft. Unter den gegebenen Voraussetzungen muss die Methode des internen Zinssatzes hier zur selben Beurteilung wie die Kapitalwert- bzw. Annuitätenmethode führen.

# Investitionen und Anleihen

c) Die Kapitalwertkurve  $C_0$  muss gezeichnet werden.

$$C_0(i_K) = -45\,000 + \frac{10\,000}{1+i_K} + \frac{10\,000}{(1+i_K)^2} + \frac{10\,000}{(1+i_K)^3} + \frac{10\,000}{(1+i_K)^4} + \frac{18\,000}{(1+i_K)^5}$$

Dann kann der interne Zinssatz als Nullstelle der Funktion abgelesen werden:  $i_K \approx 8,3\%$



## Technologieeinsatz zur Berechnung des internen Zinssatzes:

Die meisten Rechnergeräte haben ein eigenes Programm für die Berechnung von  $i_r$ .

### TI-Nspire:

Die Liste wird in **lists & spreadsheet** eingegeben. Der Befehl **irr (negativer Anschaffungswert, Liste der Cashflows)** berechnet den internen Zinssatz.

Im Calculatorfenster kann man den internen Zinssatz ebenfalls leicht berechnen:

**irr (negativer Anschaffungswert, Liste der unterschiedlichen Cashflowbeträge, Liste der Anzahl der Beträge)**

	A	B	C	D
1	-45000	8,28684		
2	10000			
3	10000			
4	10000			
5	10000			

irr(-45000,{10000,18000},{4,1})	8.28684
---------------------------------	---------



Technologieeinsatz zu diesem Thema für TI82-84, Excel und Geogebra siehe [www.hpt.at](http://www.hpt.at) (Schulbuch Plus für Schüler/innen)

ABCD



**6.25** Der Taxi-Unternehmer vergleicht die Investition Variante A mit den Rückflüssen von  $-45.000\text{ €}; 10.000\text{ €}; 10.000\text{ €}; 10.000\text{ €}; 10.000\text{ €}; 18.000\text{ €}$  (bereits berechnete Werte zu dieser Investition:  $C_0 = 3.101,70\text{ €}; i_r = 8,29\%$  p. a.) mit einer Variante B, die durch die folgenden Rückflüsse gegeben ist:  $-45.000\text{ €}; 20.000\text{ €}; 12.000\text{ €}; 8.000\text{ €}; 6.000\text{ €}; 9.000\text{ €}$ .

- Ermittle den Kapitalwert bei einem Kalkulationszinssatz von  $6\%$  p. a. und den internen Zinssatz der Investition B.
- Beurteile die Investition A im Vergleich zur Investition B auf Basis der Kapitalwertmethode und der Methode des internen Zinssatzes.
- Zeichne die beiden Kapitalwertkurven in dasselbe Koordinatensystem.
- Interpretiere die Graphik hinsichtlich einer endgültigen Investitionsempfehlung.

Lösung:

a) Methode mit Ansatzgleichungen:

$$C_0 = -45\,000 + \frac{20\,000}{1,06} + \frac{12\,000}{1,06^2} + \frac{8\,000}{1,06^3} + \frac{6\,000}{1,06^4} + \frac{9\,000}{1,06^5} = 2.742,72\text{ €}$$

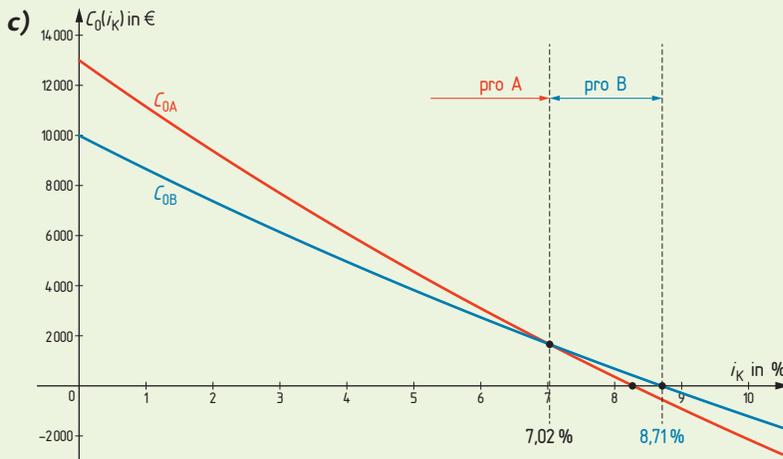
$$0 = -45\,000 + \frac{20\,000}{r_r} + \frac{12\,000}{r_r^2} + \frac{8\,000}{r_r^3} + \frac{6\,000}{r_r^4} + \frac{9\,000}{r_r^5}$$

Gleichung mit Technologieeinsatz lösen:  $r_r \approx 1,0871 \Rightarrow i_r \approx 8,71\%$  p. a.

Oder du verwendest die programmierten Befehle deines Rechners und erhältst das gleiche Ergebnis.

b) Der größere Wert entscheidet jeweils.

Folglich ist nach der Kapitalwertmethode A zu bevorzugen, nach der Methode des internen Zinssatzes aber B.



d) Die endgültige Investitionsentscheidung wird aufgrund des höheren Kapitalwerts in Abhängigkeit vom Kalkulationszinssatz gefällt. Dazu wird zuerst der sogenannte **kritische Zinssatz** bestimmt (Schnittstelle der beiden Kapitalwertfunktionen). Kalkulationszinssätze unter dem Wert von 7,02 % p. a. führen zu einem höheren Kapitalwert bei A (siehe Markierungen in der Graphik). Da der Kalkulationszinssatz hier 6 % p. a. beträgt, führt dies zu einer Entscheidung „pro A“.

**6.26** Beurteile im Folgenden jeweils mithilfe der Methode des internen Zinssatzes für eine Investition mit dem Kalkulationszinssatz 10 % p. a.

Jahr	a) Rückflüsse $R_t$	b) Rückflüsse $R_t$	c) Rückflüsse $R_t$	d) Rückflüsse $R_t$
0	-3.000.000,00 €	-56.000,00 €	-200.000,00 €	-17.500,00 €
1	500.000,00 €	14.000,00 €	80.000,00 €	4.500,00 €
2	700.000,00 €	14.000,00 €	60.000,00 €	4.500,00 €
3	900.000,00 €	14.000,00 €	30.000,00 €	4.500,00 €
4	1.100.000,00 €	14.000,00 €	30.000,00 €	4.500,00 €
5	1.300.000,00 €	14.000,00 €	60.000,00 €	4.500,00 €

BD



**6.27** Du legst in einer Bank 20.000 € auf 6 Jahre an. Dein Berater bietet dir ein Investment an, bei dem du am Jahresende regelmäßig 3.400 € erhältst und zusätzlich am Ende der Laufzeit eine Prämie über 1.200 €.

- Stelle eine Gleichung auf, mit der der interne Zinssatz  $i_r$  des Investments berechnet werden kann.
- Beurteile das Investment mithilfe des internen Zinssatzes im Vergleich zu einem Kalkulationszinssatz von  $2\frac{1}{8}$  % p. a.
- Erkläre die Gemeinsamkeiten des internen Zinssatzes und des aus früheren Kapiteln bekannten Effektivzinssatzes.

ABD

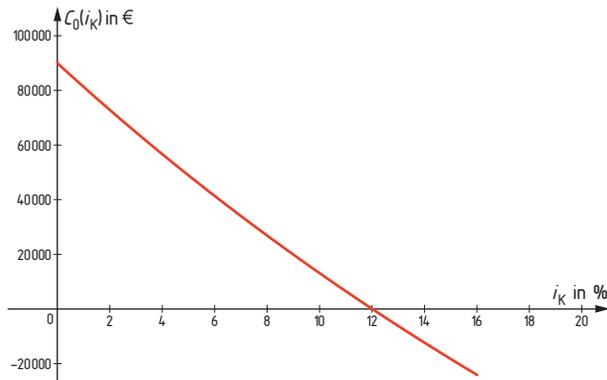


# Investitionen und Anleihen

CD

**6.28** Interpretiere die Kapitalwertkurve hinsichtlich folgender Fragen:

- Bei welchem Zins ist der Kapitalwert 20.000 €?
- Wie groß ist der interne Zinssatz?
- Wie groß ist der nominelle Gewinn?
- Warum führen die Kapitalwertmethode und die Methode des internen Zinssatzes zum selben Investitionsurteil?



ABD

**6.29** In wirtschaftlich unsicheren Zeiten wird gerne in Gold investiert. Dein Freund erzählt dir, dass er vor 5 Jahren um 35.000 € Gold gekauft hat und an jedem Jahresende ein Fünftel dieser Menge verkauft hat. Dabei hat er im ersten Jahr 8.000 € eingenommen, dann jährlich um 3 % mehr.

TE

- a) Erstelle eine tabellarische Übersicht der Rückflüsse.
- b) Berechne den internen Zinssatz dieser Investition.
- c) Beurteile die Investition im Vergleich zu den aktuellen Sparzinsen (eigenständige Recherche!) und im Hinblick auf die Erfahrungen deines Freundes.



AD

**6.30** Eine Investition A weist einen höheren internen Zinssatz auf als die Investition B. Beide Investitionen lassen sich am selben Kalkulationszinssatz messen.

- a) Skizziere die beiden Kapitalwertkurven so, dass nicht bei jedem Kalkulationszinssatz die Investitionsentscheidung für A ausfällt.
- b) Alle jährlichen Rückflüsse liegen vor.  
Argumentiere, woran man jedenfalls schnell erkennen kann, dass die vorliegende Investitionsentscheidung trotz des höheren internen Zinssatzes nicht unter allen Umständen für A ausfällt.

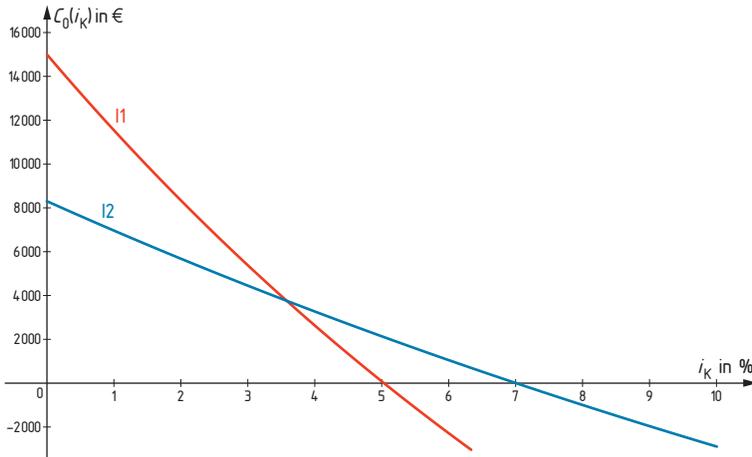
ABC

**6.31** Eine reiche Dame plant, die nächsten 20 Jahre im Ausland zu verbringen und inzwischen 1,5 Millionen Euro, die sie nicht braucht, hier für sich arbeiten zu lassen. Der Bankberater bietet der Dame folgende Investitionen zur Wahl an:

TE

- Ein Sparprodukt, das nach 20 Jahren einen Endbetrag von 4 Millionen Euro aufweist.
  - Eine Investition in Immobilien mit jährlich 100.000 € Cashflow aus Netto-Mieteinnahmen und einem Restwert von 1 Million Euro.
- a) Stelle eine Gleichung zur Berechnung des Effektivzinssatzes des Sparprodukts auf.
  - b) Vergleiche die Effektivzinssätze aus beiden Investitionen.

- 6.32** Die Kapitalwertfunktionen zweier Investitionen I1 und I2 sind dargestellt.  
**a)** Lies die internen Zinssätze beider Investitionen ab.  
**b)** Ordne den in 1 und 2 beginnenden Sätzen jeweils die passende Fortsetzung aus A bis D zu.



<b>1</b>	Die Investition I1 ist rentabel und vorteilhafter als die Investition I2 ...	<input type="checkbox"/>	<b>2</b>	Die Investition I2 ist rentabel und vorteilhafter als die Investition I1 ...	<input type="checkbox"/>
----------	--	--------------------------	----------	--	--------------------------

<b>A</b>	bei einem Kalkulationszinssatz, der größer als 7 % p. a. ist.
<b>B</b>	bei einem Kalkulationszinssatz, der kleiner als 5 % p. a. ist.
<b>C</b>	bei einem Kalkulationszinssatz, der kleiner als 3,5 % p. a. ist.
<b>D</b>	bei einem Kalkulationszinssatz, der größer als 3,5 % p. a. ist.

- 6.33** Eine Schülergruppe nimmt mit einem speziellen Pizzaofen für eine Pizzeria an einem Businessplan-Wettbewerb teil. Zwei Rückflussmodelle werden bei Anschaffungskosten von jeweils 60.000 € über 5 Jahre kalkuliert:

Modell A mit konstanten jährlichen Rückflüssen in der Höhe von 15.000 € und  
 Modell B mit jährlich sinkenden Erlösen: 30.000 € im 1. Jahr, 22.000 € im 2. Jahr, 10.000 € im 3. Jahr, 5.000 € im 4. Jahr, 5.000 € im 5. Jahr.



- a)** Berechne für beide Modelle den internen Zinssatz und den Kapitalwert für 3 % Kalkulationszinssatz.  
**b)** Erkläre, warum die Ergebnisse zu widersprüchlichen Investitionsempfehlungen führen.  
**c)** Stelle eine möglichst kurze Gleichung auf, mit der derjenige kalkulatorische Zinssatz berechnet werden kann, für den die beiden Kapitalwerte gleich sind. Bestimme diesen Zinssatz mit Technologie.

## 6.1.5 Methode des modifizierten internen Zinssatzes

Der interne Zinssatz gilt für den gesamten Investitionsvorgang, also auch für die Wiederveranlagung der Rückflüsse (Cashflows). Für diese Wiederveranlagung erweist sich aber der interne Zinssatz oft als unrealistisch hoch, er wird in der Praxis als Haben-Zinssatz nicht erreicht. Dadurch werden an und für sich rentabel erscheinende Investitionen oft doch nicht getätigt.

Das Problem kann vermieden werden, wenn ein zusätzlicher, am Kapitalmarkt orientierter Zinssatz – **der Wiederveranlagungszinssatz** – eingeführt wird.

**ABD**

**6.34** Betrachte wieder die Investition des Taxi-Unternehmens mit Rückflüssen von: –45.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 10.000 €; 18.000 €.

- Ermittle den modifizierten internen Zinssatz dieser Investition bei einem Wiederveranlagungszinssatz von 4 % p. a.
- Beurteile die Vorteilhaftigkeit der Investition auf Basis der Methode des modifizierten internen Zinssatzes.

Zunächst geht es um die Begriffe „Wiederveranlagungszinssatz“ und „Modifizierter interner Zinssatz“.

Der **Wiederveranlagungszinssatz**  $i_M$  (**Markt- bzw. Kapitalmarktzinssatz, Reinvestitionszinssatz**) ist der jährlich dekursive Zinssatz, zu dem die Rückflüsse (Cashflows) am Kapitalmarkt angelegt werden können. Mit diesem Zinssatz wird der Endwert (Wert am Ende der Nutzungsdauer) der Rückflüsse berechnet.

Der **modifizierte interne Zinssatz**  $i_{\text{mod}}$  ergibt sich dann als derjenige jährlich dekursive Zinssatz, mit dem die Anschaffungskosten diesen Endwert der wiederveranlagten Rückflüsse ergeben. Er lässt sich also aus folgender Gleichung berechnen:

$$K_0 \cdot r_{\text{mod}}^n = R_1 \cdot r_M^{n-1} + R_2 \cdot r_M^{n-2} + \dots + R_n = \sum_{t=1}^n R_t \cdot r_M^{(n-t)}$$

mit  $i_{\text{mod}} = r_{\text{mod}} - 1$  und  $i_M = r_M - 1$

Bezeichnet man den Endwert der mit  $i_M$  wiederveranlagten Rückflüsse als  $E_M$ , dann ergibt sich direkt:

$$i_{\text{mod}} = \sqrt[n]{\frac{E_M}{K_0}} - 1$$

**Beurteilung** der Vorteilhaftigkeit einer Investition aufgrund des modifizierten internen Zinssatzes:

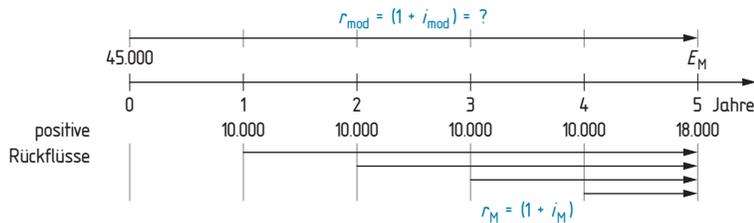
Eine Investition ist **vorteilhaft**, wenn **der modifizierte interne Zinssatz größer als der sichere Wiederveranlagungszinssatz** ist ( $i_{\text{mod}} > i_M$ ).

Unter mehreren Investitionen ist jene am **vorteilhaftesten**, die den **größten modifizierten internen Zinssatz** aufweist.

Die Investitionsbeurteilung hängt bei dieser Methode entscheidend vom Wiederveranlagungszinssatz ab. Liegt der modifizierte interne Zinssatz darunter, dann sollte eher in den Kapitalmarkt investiert werden.

Wir lösen nun Aufgabe 6.34:

a)



Es wird also mithilfe des Wiederveranlagungszinssatzes zuerst der Endwert  $E_M$  berechnet:

$$E_M = 10\,000 \cdot 1,04^4 + 10\,000 \cdot 1,04^3 + 10\,000 \cdot 1,04^2 + 10\,000 \cdot 1,04 + 18\,000 =$$

$$= 10\,000 \cdot \frac{1,04^4 - 1}{1,04 - 1} \cdot 1,04 + 18\,000 = 62.163,23 \text{ €}$$

Dann berechnen wir den modifizierten internen Zinssatz, mit dem die Investitionssumme denselben Endwert ergibt:

$$45\,000 \cdot r_{\text{mod}}^5 = 62\,163,23$$

$$r_{\text{mod}} = \sqrt[5]{\frac{62\,163,23}{45\,000}} \approx 1,0668 \Rightarrow i_{\text{mod}} \approx 6,68 \% \text{ p. a.}$$

b) Der modifizierte interne Zinssatz ist größer als der Wiederveranlagungszinssatz, die Investition aus dieser Sicht daher vorteilhaft.

**6.35** Wir gehen noch einmal auf Aufgabe 6.33 ein. Dort ergab sich für den Pizzaofen A (60.000 € Anschaffung, 5-mal jährlich Rückflüsse von 15.000 €) ein interner Zinssatz von 7,93 %. Jeder darunter liegende Kalkulationszinssatz verspricht also eine rentable Investition. Nun wollen wir aber von einem bewusst niedrigen sicheren Zinssatz zur Wiederveranlagung von 2 % ausgehen.

BD

a) Ermittle den modifizierten internen Zinssatz für diesen Pizzaofen.

b) Beurteile nun erneut die Sinnhaftigkeit dieser Investition.

Lösung:

$$\text{a) } E_M = 15\,000 \cdot \frac{1,02^5 - 1}{1,02 - 1} = 78.060,60 \text{ €}$$

$$\Rightarrow 60\,000 \cdot (1 + i_{\text{mod}})^5 = 78\,060,60 \Rightarrow i_{\text{mod}} = 5,40 \%$$

b)  $5,40 \% > 2 \% \Rightarrow$  Die Investition ist auch aus dieser Sicht rentabel.

**6.36** Beurteile im Folgenden jeweils mithilfe der Methode des modifizierten internen Zinssatzes mit einem Wiederveranlagungszinssatz von 3 %.

BD

Jahr	a) Rückflüsse $R_t$	b) Rückflüsse $R_t$	c) Rückflüsse $R_t$	d) Rückflüsse $R_t$
0	-9.000,00 €	-8.300.000,00 €	-500.000,00 €	-99.000,00 €
1	3.000,00 €	1.800.000,00 €	100.000,00 €	24.000,00 €
2	2.500,00 €	1.800.000,00 €	100.000,00 €	23.000,00 €
3	2.000,00 €	1.800.000,00 €	100.000,00 €	22.000,00 €
4	1.500,00 €	1.800.000,00 €	100.000,00 €	21.000,00 €
5	1.000,00 €	1.800.000,00 €	200.000,00 €	20.000,00 €

# Investitionen und Anleihen

ABD



**6.37** Eine Sägewerk GmbH möchte in eine Trockenkammer zur künstlichen Trocknung von Schnittholz investieren: Investitionskosten 3,5 Millionen €; Nutzungsdauer 10 Jahre; jährliche Mehrerlöse durch Trocknung 1,5 Millionen €; jährliche Mehrkosten für drei zusätzliche Mitarbeiter 120.000 €; jährlich zusätzliche Sachkosten (Wartung, Strom, Wärme etc.) 318.000 €.



- Erstelle eine Tabelle der Einnahmen, der Ausgaben und der Rückflüsse.
- Beurteile die Investition mithilfe des modifizierten internen Zinssatzes bei einer sicheren Wiederveranlagung von 4 %.

BD



**6.38** Die Sägewerk GmbH benötigt eine moderne Hobelmaschine, die einen höheren Durchsatz von Brettern pro Stunde erreicht.

Zwei Angebote für jeweils 9 Jahre Nutzungsdauer liegen vor:

Maschine A: Anschaffung 600.000 €; Rückflüsse: 0 € im 1. Jahr, 40.000 € im 2. Jahr und 120.000 € ab dem 3. Jahr.

Maschine B: Anschaffung 700.000 €; Rückflüsse: 30.000 € im 1. Jahr, 60.000 € im 2. Jahr und 130.000 € ab dem 3. Jahr.



- Ermittle jeweils den modifizierten internen Zinssatz, wenn die Bank für ihren Großkunden eine Wiederveranlagung mit 4,5 % garantiert.
- Beurteile die Sinnhaftigkeit der Investitionen einzeln und im Vergleich miteinander.

ABD

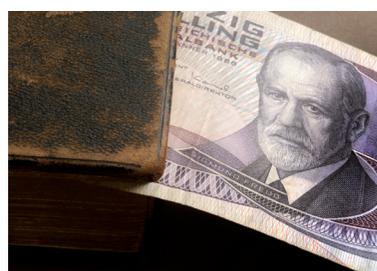
**6.39** Bei einer Investition lautet der modifizierte interne Zinssatz 3,285 % bei einem sicheren Wiederveranlagungszinssatz von 3,500 %.

- Argumentiere, wie diese Investition zu beurteilen ist.
- Berechne die gleichbleibenden jährlichen Rückflüsse bei einer Nutzungsdauer von 4 Jahren und Anschaffungskosten von 100.000 €.

ABD



**6.40** Nach dem Tod der Großmutter deiner Freundin taucht in ihrem Nachlass ein Barvermögen in alter Währung von 1 Million Schilling (ATS) auf. Deine Freundin tauscht das Geld um (1 € = 13,7603 ATS) und lässt sich von ihrer Hausbank beraten. Diese empfiehlt ein Investment über 8 Jahre, das jährliche Rückflüsse von 12.000 €, im letzten Jahr sogar den doppelten Betrag garantiert.



- Ermittle den internen Zinssatz.
- Erkläre deiner Freundin, was die Schwäche des internen Zinssatzes hinsichtlich der zu erwartenden Rückflüsse ist.
- Die Bank bietet für die Anlage der Rückflüsse ein Sparprodukt mit einer Fixverzinsung von 4 % an.  
Bestimme den modifizierten internen Zinssatz.
- Beurteile zusammenfassend, ob deine Freundin investieren oder von Anfang an auf das Sparprodukt zurückgreifen sollte.
- Argumentiere, wann das Ergebnis für  $i_{\text{mod}}$  gleich  $i_M$  ist.